

## Trayecto 3 - ¿Qué es un problema matemático?

### Los problemas en la clase de matemática

En este nuevo trayecto nos proponemos reflexionar sobre el rol que ocupan los problemas en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la escuela.

Los problemas han sido el motor de la ciencia matemática en la medida en que su resolución ha permitido elaborar conceptos nuevos, relacionarlos con otros ya conocidos, modificar viejas ideas, etc. En este sentido, consideramos que la resolución de problemas es una de las actividades principales del trabajo matemático. Y si pretendemos que nuestros estudiantes hagan matemática creando nuevo conocimiento, será importante pensar que el trabajo propuesto para el aula de matemática esté basado en la resolución de problemas.

En la medida que las actividades que se propongan para el aula resulten desafiantes para nuestros estudiantes, se van a constituir como verdaderos problemas a resolver y ese desafío debe poder afrontarse con los conocimientos que dispongan. En otras palabras, una característica de los problemas es que ofrezcan una resistencia suficiente para llevar al estudiante a hacer evolucionar esos conocimientos anteriores, a cuestionarlos, a conocer sus límites y finalmente a elaborar nuevos. Consideramos que esos nuevos conocimientos son producto de las interacciones entre pares, entre los estudiantes y el docente y de las intervenciones del profesor. Es decir, la producción de los conocimientos que se pretenden elaborar en el aula a partir de la resolución de determinados problemas –o conjunto de problemas– requieren del diseño por parte del docente de espacios de reflexión sobre lo realizado que permita el reconocimiento individual y colectivo de esos nuevos saberes.

En este sentido, una misma actividad puede considerarse un problema dentro de cierto contexto pero no para otro. Por ejemplo, si un estudiante frente a la tarea de resolver una actividad resolvió varias similares anteriormente, podría no considerarse un problema, ya que no cuestiona el estado de conocimientos del alumno y por lo tanto no representaría un desafío para él.

Además de lo mencionado anteriormente, al considerar las interacciones en el aula centrales para que se produzca nuevo conocimiento, resulta fundamental que un problema admita más de una manera de resolución. Esto posibilita que existan diferentes procedimientos que pongan en juego distintos conocimientos, atendiendo así a la heterogeneidad del aula. En este escenario, la discusión colectiva posterior al momento de resolución se verá enriquecida en relación al nuevo conocimiento que se está construyendo, ya que el docente podrá gestionar un espacio de trabajo grupal para invitar a sus estudiantes a involucrarse con los procedimientos de sus pares, analizarlos, validarlos, completarlos o modificarlos en caso de que lo consideren necesario y establecer relaciones entre ellos.

## Un posible ejemplo

En el Trayecto 2 realizamos un trabajo a partir de las actividades comprobatorias y las rúbricas en relación con la identificación de los conocimientos disponibles que tienen nuestros estudiantes. El planteo de dichas actividades de manera secuenciada y la información obtenida a partir de las distintas resoluciones de los estudiantes, nos da la posibilidad de planificar problemas que puedan abordar con los conocimientos reconocidos, que admitan más de una estrategia de resolución y que los acerque a las nuevas relaciones y conceptos que se quieren enseñar.

Además de la intencionalidad docente, la determinación de si una actividad que propongamos en nuestras aulas es o no un problema –en los términos desplegados en el apartado anterior– podría no ser del todo claro ya que puede depender de los estudiantes que la estén resolviendo. Dicho de otro modo, según los conocimientos disponibles del alumno una actividad puede resultar desafiante o no.

Por ejemplo, supongamos que se quiere trabajar esta actividad en el aula:

Valentino sale de su casa con 1 billete de \$10.000 y 3 billetes de \$2.000 para realizar la siguiente compra: 3 leches, 1 paquete de azúcar y 2 kg de manzanas. El folleto del super presenta las siguientes ofertas:

**Supermercado EL AHORRO**  
Los mejores precios garantizados

<p>Leche</p>  <p><b>\$ 1.500</b></p>	<p>Aceite</p>  <p><b>\$ 1.300</b></p>	<p>Azúcar</p>  <p><b>\$ 3.200</b></p>
<p>Manzanas x 1kg</p>  <p><b>\$ 4.300</b></p>	<p>Yerba mate</p>  <p><b>\$ 3.200</b></p>	<p>Papas x kg</p>  <p><b>\$ 900</b></p>

Escriban una expresión con los cálculos necesarios para determinar la cantidad de dinero que le quedó a Valentino luego de la compra.

Esta situación que proponemos analizar podríamos pensarla para introducir el trabajo con los cálculos con varias operaciones en un primer año de la escuela secundaria. Notemos que la consigna busca recuperar cómo los estudiantes recogen la información brindada tanto en la descripción de la situación como del folleto de ofertas del supermercado y de qué manera la organizan en una sola expresión con los distintos cálculos. De esta manera, se tiene como intención no poner el foco en el resultado sino en la escritura de los cálculos y su sentido con la situación. A pesar de esto, podemos anticipar que podría haber estudiantes que centren su resolución en las cuentas y en el resultado de las mismas como respuesta a la actividad. Además, podría suceder que no reúnan todas las operaciones como se pide sino que escriban cuentas separadas. Describimos a continuación algunos posibles procedimientos de resolución:

- que realicen los cálculos  $3 \times 1.500 + 2 \times 4.300 + 1.100 = 13.200$  para obtener la suma del costo de los productos a comprar (o separados en tres cuentas) y luego la resta  $16.000 - 13.200$ .
- que formulen la respuesta al problema mediante la expresión  $10.000 + 3 \times 2.000 - 3 \times 1.500 - 2 \times 4.300 - 1.100$ , en la cual se guarda la traza de las operaciones a realizar.
- que resuelvan algunos cálculos mentalmente –o en cuentas aparte– y usen esos resultados para armar una sola expresión, como por ejemplo  $16.000 - 4.500 - 8.600 - 1.100$ .
- un procedimiento similar al anterior pero reuniendo el costo de los productos en un paréntesis:  $16.000 - (4.500 + 8.600 + 1.100)$

Estos diversos procedimientos ofrecen un rico escenario para alojar las ideas de nuestros estudiantes y trabajar con ellas para poner en discusión el orden de las operaciones para resolver este tipo de cálculos, el uso de los paréntesis y la equivalencia entre expresiones. Anteriormente hemos mencionado la potencialidad que tiene el hecho de que haya varias estrategias de resolución posibles.

### Intenciones docentes y variables didácticas

El ejemplo analizado en el apartado anterior es una actividad que resultará o no un problema para un determinado curso dependiendo de algunos factores. Supongamos que antes de resolver dicha actividad en el aula se han establecido a modo de orientación para su resolución una serie de pasos a seguir, como por ejemplo: primero determinar cuánta plata se dispone, luego identificar el gasto en cada producto, sumar

el costo de todos los productos, realizar la resta entre el dinero disponible y el costo total y finalmente plasmar dichas operaciones en una sola expresión. En este caso no hay una intencionalidad docente en que el trabajo con esta actividad promueva nuevos conocimientos y por ello no la consideramos un problema en los términos ya mencionados.

Por el contrario, si esa actividad es parte de un conjunto de diversas situaciones que se proponen trabajar formuladas en distintos contextos, involucrando diferentes rangos numéricos, ofreciendo distintos tipos de tareas de producción y análisis de cálculos con varias operaciones y se tiene la intención de reflexionar y establecer conclusiones sobre el orden de las operaciones y el uso de los paréntesis, podemos considerar entonces que la actividad es un problema. Esto es así porque fue planificada con la intención de que se produzca en el aula un nuevo conocimiento y se reconozca como tal.

No obstante, un docente puede tener esa intención pero luego, como hemos mencionado, para algunos de los estudiantes la actividad puede no resultarles desafiante. Se nos plantea entonces la necesidad de pensar cómo dotar a la actividad, por un lado de la suficiente amplitud para alojar diferentes formas de resolución según los conocimientos de cada estudiantes, y por el otro, de una ductilidad tal que presente espacios desafiantes para cada alumno.

Probablemente para algunos estudiantes ciertos ítems tengan estas características y otros reconocerán el desafío en otros ítems o momentos de trabajo. Por ejemplo, podemos volver al problema analizado y reconocer que para algunos de nuestros estudiantes sea sencillo elaborar las cuentas necesarias para saber cuánto dinero le queda a Valentino luego de la compra, pero les agrega algo de dificultad construir una sola expresión que condense los distintos cálculos, o decidir si otro cálculo es válido o no (cambiando algo de la consigna podría habilitar expresiones que contengan paréntesis) o analizar si el procedimiento de otro grupo es correcto o no.

Si bien podemos pensar que el procedimiento que realice cada estudiante da cuenta de los conocimientos disponibles en ese momento, o del desafío que les presentó dicha actividad, la instancia de trabajo colectivo es una nueva oportunidad para re trabajar esas ideas si se propone analizar las resoluciones de sus pares y validarlas. Por ejemplo, que un estudiante haya resuelto la actividad realizando cálculos separados y poniendo foco en el resultado más que en las operaciones involucradas no significa que luego no pueda apropiarse con solidez de los otros procedimientos, de la interpretación de otros cálculos en términos de la situación, del uso adecuado de los paréntesis, etc. De esta manera, notamos cómo podemos extender el trabajo con la actividad más allá de las resoluciones originales.

Las modificaciones que podríamos realizar agregando más productos a la lista de compras para complejizar los cálculos involucrados, introducir productos con otro rango

numérico o incorporar nuevas tareas de análisis de procedimientos, tienen relación con la idea de variable didáctica. Esta noción refiere a las condiciones que pueden variar en una situación, actividad o problema —condiciones pensadas por el docente— y que apuntan a incidir o modificar los procedimientos de resolución elaborados por los alumnos, al tiempo que se orientan hacia una cierta relación matemática. De esta manera, como docentes, podemos recurrir a estas pequeñas variaciones en los números involucrados, en los tipos de preguntas que se formulen, en la presentación de nuevas situaciones o en la propuesta de nuevas tareas que podrían ampliar el potencial de una actividad en tanto problema para nuestros estudiantes.

Nos interesa destacar que pensar la enseñanza como espacio de construcción de conocimiento en el que se propone “hacer matemática” en el aula supone mucho más que resolver problemas. Como mencionamos anteriormente, el rol del docente es central para que los nuevos conocimientos se construyan ya que es el encargado de organizar las explicaciones de los estudiantes, compararlas, explicitar lo realizado, descontextualizar los conocimientos, ayudar a recordar acuerdos previos, establecer nuevas normas, etc. Tendremos la oportunidad de reflexionar en torno a estas cuestiones en otros trayectos que abordaremos en la segunda parte del año.

**Buenos Aires aprende** Escuelas En Foco

## ¿Qué caracteriza a un problema matemático?

Un problema debe ofrecer una **resistencia suficiente** para que cada estudiante pueda hacer **evolucionar sus conocimientos previos**, cuestionarlos, conocer sus límites y elaborar nuevos.

Las consignas abiertas dan lugar a que se presenten procedimientos que ponen en juego **diversos saberes**, para que en el trabajo grupal los estudiantes se involucren con los **procedimientos de sus pares**.

La intencionalidad didáctica de los problemas es **alojar los saberes actuales** de los estudiantes y promover la formulación e identificación de **nuevos conocimientos** vinculados a las **estrategias de resolución** utilizadas.

Desafiante

Estrategias diversas

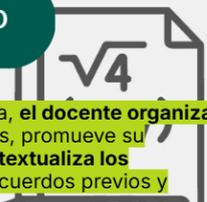
Nuevo conocimiento

Variables didácticas

Espacio colectivo

Para que una actividad resulte **accesible pero a la vez desafiante**, el docente debe planificar qué adaptaciones realiza sobre una situación didáctica para orientar a los estudiantes en la estrategia de resolución del problema.

Luego de la resolución del problema, **el docente organiza las explicaciones** de los estudiantes, promueve su **comparación y validación**, **descontextualiza los conocimientos**, ayuda a recordar acuerdos previos y establece nuevas normas.



**Escuelas En Foco**

<https://view.genially.com/683df1351a731b9d2d912857/interactive-content-trayecto-3-que-es-un-problema-matematico>

## Actividad de acompañamiento

La siguiente actividad consta de dos etapas. En la primera la intención es detenernos a reflexionar cómo pensar actividades para nuestros estudiantes que puedan atender la heterogeneidad de conocimientos disponibles admitiendo diferentes formas de resolución y que propongan diversidad de tareas con distintas complejidades y así puedan presentar un desafío para todos.

Luego, se propone que el problema elegido sea llevado al aula para finalmente realizar un análisis a posteriori de la experiencia realizada.

### ***La elección de un problema***

1. Escojan una actividad del libro *Yo amo aprender* (del año que corresponde al curso que tenga cada uno) que puedan considerar un problema. Es decir, la actividad:
  - tiene que tener la intención didáctica de que, una vez trabajada en el aula por los estudiantes, se produzca un nuevo conocimiento,
  - debe admitir distintas estrategias de resolución y
  - ser desafiante en el sentido de que ofrezca cierta resistencia.

Con respecto a la actividad elegida, les sugerimos pensar en posibles modificaciones que tengan en cuenta las particularidades de su curso. Esas variantes podrían ser incorporar –o cambiar– algún valor de la consigna, agregar un ítem, pensar una nueva nueva tarea para ser abordada en la discusión colectiva, etc.

2. Lleven al aula la actividad y, teniendo en cuenta la experiencia, realicen un estudio sobre si la misma resultó ser un problema para sus estudiantes.

## Actividad transversal

### *La actividad, ¿resultó ser un problema?*

En el [espacio del foro](#) les proponemos compartir la actividad elegida, explicar por qué la consideraron un problema al seleccionarla y contar en qué medida las características anticipadas se reflejaron en el aula.

Nota: para subir un archivo tiene que presionar la opción "Avanzada". Aquí encontrarán [un tutorial paso a paso sobre esta función de participación en los foros](#).