

Eje Leer, escribir y comunicar en lenguaje matemático**Trayecto 4 - Las secuencias didácticas****El trabajo en torno a las secuencias**

En el Trayecto anterior *¿Qué es un problema matemático?* vimos algunas características que podrían tener las actividades para que se constituyan como verdaderos problemas matemáticos para los estudiantes. El hecho de que, una vez abordadas en clase, las actividades permitan identificar nuevos conocimientos que comienzan a circular en el aula, que admitan diversas estrategias de resolución y que resulten desafiantes –en tanto presenten cierta resistencia– son características que las enriquecen y favorecen su consideración como verdaderos problemas.

A la hora de tener en cuenta esta última característica, retomamos la idea de **variable didáctica**. Recordamos que esta noción refiere a las condiciones que pueden variar en una situación, actividad o problema –condiciones pensadas por el docente– y que apuntan a incidir o modificar los procedimientos de resolución elaborados por los alumnos, al tiempo que se orientan hacia una cierta relación matemática. De esta manera, como docentes, podemos recurrir a estas pequeñas variaciones en los números involucrados, en los tipos de preguntas que se formulen, en la presentación de nuevas situaciones o en la propuesta de nuevas tareas que podrían ampliar el potencial de una actividad en tanto problema para nuestros estudiantes.

Ahora bien, sabemos que para que los estudiantes adquieran ciertos conocimientos con sentido, no basta con trabajar un sólo problema, ni pensarlos como disparadores de un trayecto de enseñanza ni meramente por una cuestión de motivar el interés de los alumnos. El planteo de varios problemas para abordar los diferentes aspectos de un contenido necesitan ser ordenados y entramados de manera tal que favorezca el proceso de aprendizaje y la apropiación de los conocimientos. Es aquí donde cobra sentido la idea de secuencia. La intención de las distintas instancias de trabajo de este trayecto es reflexionar sobre las siguientes preguntas: ¿qué entendemos por secuencia? ¿Con qué criterios se puede elegir el orden de los problemas que la conforman? ¿Cómo se relacionan entre sí? ¿De qué manera podemos expandir la actividad matemática que se desplegará en el aula, más allá de lo que se propone en el enunciado de cada problema? ¿Cuáles son los tipos de tareas que se pueden abordar? Si decidimos tomar una secuencia de algún libro de texto, ¿qué tareas de anticipación podemos realizar a la hora de decidir qué propuestas son pertinentes para llevar al aula atendiendo al estado de conocimiento o a la trayectoria de los estudiantes? ¿Cuáles pueden ser los criterios por los que seleccionamos algunos problemas para rearmar esa secuencia que denote el recorrido de los aprendizajes que priorizamos para nuestro grupo?

Poder diseñar un trayecto de enseñanza que tome como punto de partida la resolución de problemas nos enfrenta a la necesidad de incorporar en dicho recorrido diferentes cuestiones como ser: los múltiples sentidos de los objetos matemáticos, sus relaciones y propiedades a

enseñar –cómo se validarán en el aula y de qué manera se registrarán– los diversos contextos que puedan servir de puntos de apoyo y las posibles representaciones con las que se quiera trabajar. Pensar un entramado de problemas y diferentes tareas que contemplen el trabajo sobre estos asuntos, requiere de una organización tal que permita que las ideas y relaciones construidas en unos problemas comiencen a formar parte de las estrategias disponibles de los estudiantes para problemas siguientes. Sin ánimo de pensar de forma lineal la construcción de los conocimientos, entendemos que este modo de concebir la evolución de los saberes es constitutivo a la idea de secuencia y nos obliga a plantearnos metas precisas con relación a qué esperamos discutir y tomar como conclusiones luego del trabajo con cada problema o conjunto de problemas.

Para ir hilvanando la construcción de conocimiento a lo largo de una secuencia, creemos necesario anticipar:

- posibles resoluciones de los estudiantes,
- qué cuestiones esperamos discutir a propósito de dichas resoluciones,
- los asuntos a ser tratados en las discusiones colectivas y
- las conclusiones que podríamos realizar.

Por último, cabe destacar que las secuencias de problemas podrían ser enriquecidas con instancias de estudio –y de sistematización– para que los estudiantes reflexionen sobre lo hecho y así profundicen su conocimiento sobre el saber enseñado.

Análisis de una secuencia

A continuación, presentamos 3 actividades con la intención de identificar algunos aspectos de la relación entre ellas que reconoceremos como características propias de una secuencia de problemas.

Actividad 1

En hoja lisa, con regla no graduada y compás, construyan un triángulo equilátero cuyos lados tengan la medida del segmento dado. Expliquen por qué el triángulo construido resultó ser equilátero. ¿Cuántos triángulos equiláteros se pueden construir?



Actividad 2

a) En hoja lisa, con regla graduada y compás, construyan un triángulo isósceles que tenga lados de 4 cm y 6 cm. Expliquen por qué el triángulo construido cumple lo pedido. ¿Cuántos triángulos se pueden construir?

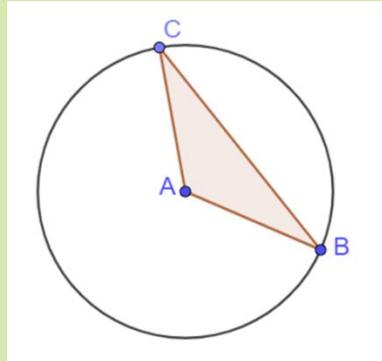
b) Si se quiere que el triángulo isósceles tenga lados de 2 cm y 6 cm, ¿cuántos triángulos se pueden construir? Argumenten su respuesta.

Actividad 3

Camila tenía que construir un triángulo isósceles con GeoGebra, pero no le dieron ninguna medida. Ella hizo lo siguiente:

1. Trazó una circunferencia con la herramienta *Circunferencia (centro, punto)*. GeoGebra llamó A al centro y B al punto.
2. Con la herramienta *Punto*, ubicó un punto sobre ella. GeoGebra lo llamó C.
3. Con la herramienta *Polígono* marcó el triángulo haciendo clic en A, B, C y finalmente en A para “cerrarlo”.

A continuación les compartimos una imagen de su construcción:



Realicen la construcción en GeoGebra.

- ¿El triángulo que hizo Camila es isósceles? Argumenten su respuesta.
- Con la herramienta *Mueve*, arrastren C. Los triángulos que se van mostrando en la pantalla, ¿son isósceles? Argumenten su respuesta.
- Con la herramienta *Mueve*, arrastren B. ¿Los triángulos resultantes, son isósceles? Argumenten su respuesta.

Nos proponemos identificar en esta serie de actividades algunas características que dan cuenta de la secuenciación que se pretende establecer en ellas. Un primer asunto a tener en cuenta en esta tarea es el reconocimiento de cuáles son las **relaciones matemáticas** de las que se parte y cuáles se podrían construir. También nos podemos preguntar **cómo se relacionan o entran los problemas** unos con otros. Dicho de otro modo, cuáles son los “avances” entre un problema y el siguiente, tanto en cuanto al **contenido matemático** como a las **capacidades** que se podrían desplegar al abordarlos. En este análisis, es clave también poder identificar cuáles son las **variables didácticas involucradas**, estudiar su incidencia en el grado de complejidad de cada problema y reconocer las distintas tareas que se proponen en la secuencia.

En el libro [Yo amo aprender](#) de quinto grado se presenta una secuencia para abordar la construcción de triángulos dados lados y ángulos (página 118). Si suponemos que esos saberes fueron trabajados en el aula, en este caso el conocimiento a desarrollar puede consistir en la construcción de triángulos particulares (en este caso isósceles y equiláteros).

En cuanto a las variables didácticas, podemos notar que todas las construcciones en lápiz y papel se proponen para ser realizadas en hoja lisa mencionando cuáles son los instrumentos

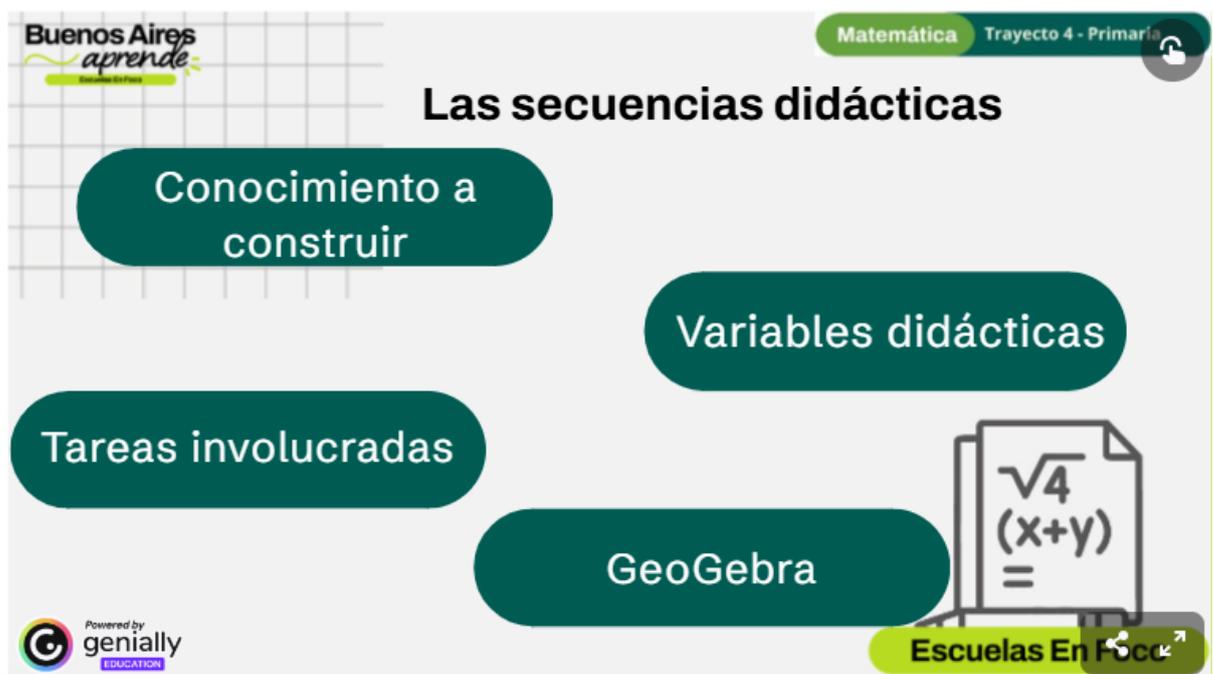
habilitados. Por ejemplo, se indica trabajar con regla graduada cuando hay valores explícitos en el enunciado y con regla no graduada cuando se presenta el dibujo de un segmento.

Con respecto a las tareas involucradas, en las dos primeras actividades los y las estudiantes tienen que realizar la construcción apelando a sus conocimientos disponibles, mientras que en la última tienen que seguir un instructivo.

En las tres actividades está presente el pedido de explicaciones. En las actividades 1 y 2 la explicación dependerá de cada construcción mientras que en la 3 los estudiantes tendrán que basarse en las propiedades puestas en juego en la construcción propuesta.

Un asunto importante para destacar es el cambio del entorno del lápiz y papel al GeoGebra. El foco de la actividad 3 no está puesto en que los estudiantes realicen una construcción – porque viene dada– sino en el análisis de una construcción general donde el movimiento de los puntos A, B y C genera triángulos isósceles distintos (salvo cuando los tres puntos están alineados o cuando C coincide con B). Para ver esta cuestión pueden acceder al siguiente [video](#) o ingresar al [archivo de GeoGebra](#) con la construcción.

Por último, otro aspecto a tener en cuenta en el estudio de la secuencia y en el avance de un problema al siguiente, tiene que ver con el análisis de la cantidad de triángulos posibles a construir bajo las condiciones dadas. En este caso siempre las soluciones son finitas pero se podrían pensar problemas donde las soluciones sean infinitas o donde no sea posible realizar la construcción.



<https://view.genially.com/6877ba39ab3cc50aa3b0e0a8/interactive-content-trayecto-4-primaria>

Actividad transversal

En los apartados anteriores mencionamos algunas características de las secuencias y realizamos un breve análisis de un ejemplo. Una vez que hayan tenido el primer encuentro (presencial o virtual sincrónico) junto a su especialista –o durante el mismo–, los invitamos a participar de la primera actividad transversal del trayecto.

Análisis de una secuencia

En este [espacio de intercambio](#) les proponemos compartir algún aspecto del análisis realizado que destaquen. Pueden tener en cuenta las siguientes preguntas:

- ¿Discutieron algún asunto que no está presente en el análisis y creen que es importante tenerlo en cuenta a la hora de secuenciar problemas?
- Teniendo en cuenta los conocimientos de sus estudiantes, ¿qué cambios le harían a los problemas considerando los números involucrados, el texto de las consignas o las tareas necesarias para resolverlos? ¿Creen necesario agregar algún problema? ¿Por qué?

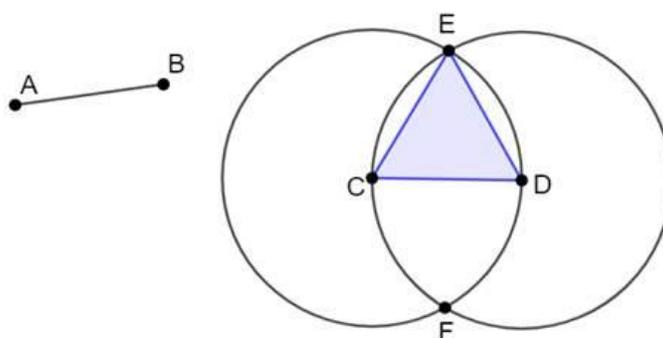
Planificación de una breve secuencia

Hasta aquí hemos identificado diversos aspectos que conforman una secuencia de problemas y que pusimos en juego en el análisis de las consignas de las actividades propuestas. Nos detendremos ahora en pensar el rol del docente en las diferentes instancias de trabajo en el aula. Es decir, queremos reflexionar sobre cómo pensar el accionar del maestro tanto en el momento de resolución de los problemas, las posibles intervenciones en los pequeños grupos como en la gestión del espacio colectivo. En este sentido, queremos resaltar las tareas que realiza el docente al organizar las explicaciones de los estudiantes, compararlas, explicitar lo realizado, descontextualizar los conocimientos, ayudar a recordar acuerdos previos, establecer nuevas normas, promover el registro en las carpetas, etc.

En la siguiente actividad de acompañamiento les proponemos llevar al aula una breve secuencia de problemas, para lo cual retomaremos una de las preguntas que nos formulamos al inicio del trayecto: ¿cómo podemos expandir la actividad matemática que desplegarán los estudiantes más allá de lo que se propone en el enunciado del problema? De esta manera nos interesa poner el foco en el diseño de las discusiones colectivas de manera que pensemos cómo identificar y formular los nuevos conocimientos y relaciones que se estén trabajando en el aula.

Por otro lado, hemos mencionado que otro aspecto a tener en cuenta a la hora de analizar – o planificar– una secuencia es el estudio de las capacidades que se podrían desplegar al trabajar con los problemas que la conforman.

En el caso concreto de la secuencia presentada, como el eje en el que nos proponemos trabajar es *Leer, escribir y comunicar con lenguaje matemático*, podemos hacer un análisis sobre cómo se juegan estas capacidades a lo largo de los problemas. Por ejemplo, supongamos que en la primera actividad los estudiantes recurren al compás y trazan dos circunferencias de radio \overline{AB} tal como se muestra en la siguiente imagen:



Ante el pedido de por qué el triángulo construido resultó equilátero, se espera que los estudiantes –quizás ayudados por sus compañeros y/o por el docente– hilvanen un razonamiento deductivo mencionando que los tres lados son radios de las circunferencias y cómo el radio es el mismo, resulta que los tres lados son congruentes. Con respecto a la comunicación, la instancia de la discusión colectiva es un momento fértil para que los

estudiantes cuenten el paso a paso de su construcción y que dicho relato sea objeto de análisis con la intención de que se vayan incorporando los objetos geométricos –y cómo se definen– en el lenguaje que circula en el aula.

Actividad de acompañamiento 1

Planificación de una breve secuencia y su puesta en aula

Les proponemos planificar una breve secuencia para que luego sea puesta en aula. En caso de querer trabajar con la secuencia de geometría presentada en el trayecto, el trabajo de planificación consistirá en profundizar el análisis realizado y anticipar algunas cuestiones relacionadas con la organización de la clase como por ejemplo: ¿harán una puesta en común después de cada problema?, ¿todos los grupos contarán su estrategia de resolución o elegirán algunas de las estrategias desplegadas? ¿Con qué criterio las elegirán? Además de las estrategias, ¿qué otros asuntos se espera discutir?, ¿qué cuestiones quedarán registradas en las carpetas?, ¿qué conclusiones podrían quedar escritas en un afiche para que los estudiantes puedan recurrir a él en futuras clases?

Asimismo, con relación al eje *Leer, escribir y comunicar con lenguaje matemático*, tengan en cuenta el recorrido que se proponen transitar en la secuencia, tanto desde las consignas de los problemas que la conforman como desde la planificación de la gestión de la clase.

Actividad de acompañamiento 2

Así como pensamos la clase de matemática, tomando en cuenta a los estudiantes protagonistas en la producción de ideas, consideramos a los docentes profesionales y productores de conocimiento pedagógico/didáctico. En este sentido, el análisis de la puesta en aula de la secuencia planificada se constituye como una nueva oportunidad para reflexionar sobre nuestras propias prácticas.

Análisis de la experiencia

En esta oportunidad los invitamos a hacer una breve reflexión sobre la puesta en aula de la secuencia planificada. Algunos aspectos a tener en cuenta pueden ser:

- ¿Los estudiantes pudieron resolver las actividades utilizando los conocimientos construidos en el problema anterior o creen necesario incorporar en la secuencia alguna instancia previa (o intermedia) de trabajo?
- ¿Qué asuntos anticipados sobre las discusiones colectivas pudieron sostener y cuáles no?
- ¿Qué aspectos de las capacidades involucradas en el eje pudieron abordar en esta secuencia? ¿Creen que podrían haber incluido algún otro trabajo con relación a esto?
- En relación con la organización de las explicaciones de los estudiantes, la descontextualización de los conocimientos, el registro en las carpetas, etc., ¿cuáles de estas tareas se propusieron llevar a cabo y cómo resultó la experiencia en el aula?