# Yo amo aprender en segundo

2.do año

Lengua y Literatura | Matemática

Material para estudiantes

Buenos Aires aprende

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

**Jefe de Gobierno**
Jorge Macri

**Ministra de Educación**
Mercedes Miguel

**Jefa de Gabinete**
Lorena Aguirregomezcorta

**Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa**
Oscar Mauricio Ghillione

**Subsecretaria de Gestión del Aprendizaje**
Inés Cruzalegui

**Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos**
Ignacio José Curti

**Subsecretario de Tecnología Educativa**
Ignacio Manuel Sanguinetti

**Directora de la Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa**
Samanta Bonelli

**Directora General de Educación de Gestión Estatal**
Nancy Sorfo

**Directora General de Educación de Gestión Privada**
Nora Ruth Lima

**Queridos estudiantes y familias:**

Con mucha alegría les presento *Yo amo aprender*, el libro con actividades de Lengua y Literatura y Matemática para los estudiantes de 1.º y 2.º año de las escuelas de la Ciudad.

Este libro que hoy tienen en sus manos les permitirá trabajar todo el año contenidos fundamentales para su futuro, con diversas propuestas didácticas y variados recursos.

Sabemos que la transición de la primaria a la secundaria es muy importante y puede ser difícil adaptarse a tantos cambios, por eso, para los que están dando sus primeros pasos en este nivel cuentan con un capítulo introductorio para el trabajo en las semanas iniciales, que retoma lo que venían trabajando en 7.º grado de la escuela primaria.

¿Por qué es tan importante aprender Lengua y Literatura y Matemática? Porque son los conocimientos fundacionales que tienen que ser bien sólidos para que puedan aprender todo lo que se propongan.

Espero que estos materiales sean el apoyo necesario en este camino. Promovemos el acompañamiento fundamental de las familias, para que cada uno pueda lograr sus objetivos. Especialmente, confío en ustedes los estudiantes, los verdaderos protagonistas de todo lo que hacemos, para que puedan conectar con la alegría y la gratificante experiencia de aprender.

**¡Que tengan un muy buen año lleno de aprendizajes compartidos!**

**Mercedes Miguel**

Ministra de Educación de
la Ciudad de Buenos Aires

# Cómo se usa este libro

Este material te ofrece lecturas y actividades variadas para dos materias muy importantes en la escuela secundaria: **Lengua y Literatura** y **Matemática**. Dentro de cada disciplina, encontrarás capítulos que se enfocan en un tipo de texto o en un tema. Los capítulos, a su vez, contienen propuestas y consignas que te darán la oportunidad de conocer a fondo estas dos materias y desarrollar tus propias capacidades.

Cada capítulo tiene un título y una **actividad inicial** que introduce lo que se tratará a lo largo de sus páginas. En el caso de Lengua y Literatura, las actividades iniciales en ocasiones proponen lecturas, preguntas o imágenes para analizar.

CAPÍTULO 2

YO ♥ APRENDER EN SEGUNDO

Miradas en movimiento

En este capítulo, van a leer, conversar y reflexionar sobre aguafuertes urbanas y crónicas de viaje. A pesar de sus diferencias, estos dos géneros comparten la centralidad de la mirada de quien observa su ciudad o recorre un nuevo territorio. Así, invitan a los lectores a descubrir o redescubrir lugares, personas o costumbres.

1. Observen la siguiente fotografía antigua de la Ciudad de Buenos Aires.
2. Tomen nota de sus primeras impresiones: ¿cómo es lo que observan? ¿Qué les genera la imagen?
3. Vuelvan a mirar la fotografía, esta vez más detenidamente, y elijan algún detalle que les llame la atención. Escriban una breve descripción de ese detalle; piensen bien qué palabras o expresiones van a utilizar.
4. En pequeños grupos, compartan sus primeras notas y las descripciones que escribieron. Inicialmente, ¿tuvieron las mismas impresiones? ¿Les llamó la atención algún detalle similar? ¿Qué piensan de las selecciones que realizaron sus compañeros? Anoten sus conclusiones.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

27

CAPÍTULO 4

YO ♥ APRENDER EN SEGUNDO

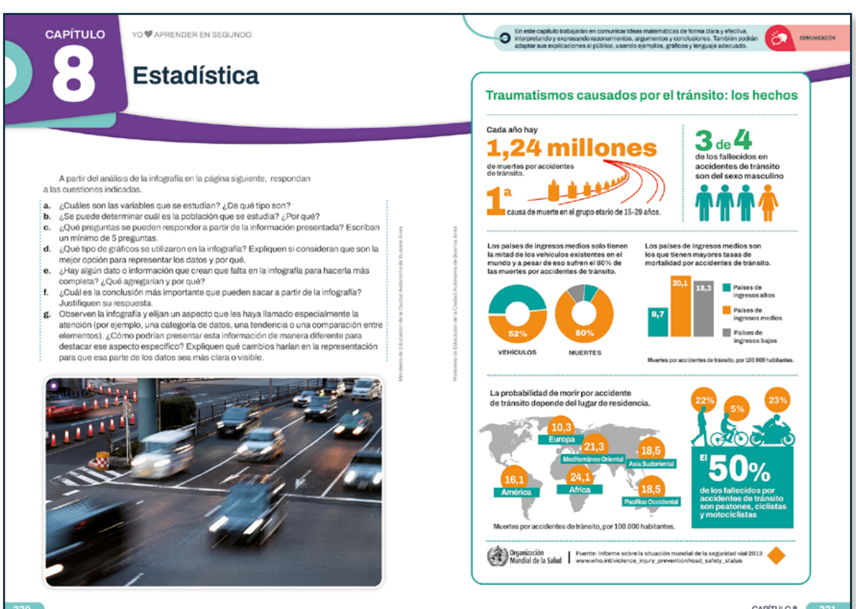
Vivir con robots

Seguramente, alguna vez vieron imágenes, videos o películas que muestran robots. ¿Cómo se podría definir qué es un robot? ¿Todo robot tiene que tener un parecido físico con los humanos? ¿En qué se parecerán y en qué se diferenciarán los robots reales de los robots de ficción?

1. Observen estas imágenes y conversen sobre qué problemas de la vida cotidiana podrían resolver estas máquinas programables. ¿Todas son robots?

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

68



CAPÍTULO 8

YO ♥ APRENDER EN SEGUNDO

Estadística

A partir del análisis de la infografía en la página siguiente, respondan a las cuestiones indicadas.

a. ¿Cuáles son las variables que se estudian? ¿De qué tipo son?
b. ¿Se puede determinar cuál es la población que se estudia? ¿Por qué?
c. ¿Qué preguntas se pueden responder a partir de la información presentada? Escriban un mínimo de 5 preguntas.
d. ¿Qué tipo de gráficos se utilizaron en la infografía? Expliquen si consideran que son la mejor opción para representar los datos y por qué.
e. ¿Hay algún dato o información que crean que falta en la infografía para hacerla más completa? ¿Qué agregarían y por qué?
f. ¿Cuál es la conclusión más importante que pueden sacar a partir de la infografía? Justifiquen su respuesta.
g. Observen la infografía y elijan un aspecto que les haya llamado especialmente la atención (por ejemplo, una categoría de datos, una tendencia o una comparación entre elementos). ¿Cómo podrían presentar esta información de manera diferente para destacar ese aspecto específico? Expliquen qué cambios harían en la representación para que esa parte de los datos sea más clara o visible.

220

En este capítulo trabajarán en comunicar ideas matemáticas de forma clara y efectiva, interpretando y expresando razonamientos, argumentos y conclusiones. También podrán adaptar sus explicaciones al público, usando ejemplos, gráficos y lenguaje adecuado.

COMUNICACIÓN

Traumatismos causados por el tránsito: los hechos

Cada año hay 1,24 millones de muertes por accidentes de tránsito.

1ª causa de muerte en el grupo etario de 15-29 años.

3 de 4 de los fallecidos en accidentes de tránsito son del sexo masculino

Los países de ingresos medios solo tienen la mitad de los vehículos existentes en el mundo y a pesar de eso sufren el 80% de las muertes por accidentes de tránsito.

52% VEHÍCULOS

80% MUERTES

Los países de ingresos medios son los que tienen mayores tasas de mortalidad por accidentes de tránsito.

8,7 20,1 18,3

Países de ingresos altos

Países de ingresos medios

Países de ingresos bajos

Muertes por accidentes de tránsito, por 100 000 habitantes.

La probabilidad de morir por accidente de tránsito depende del lugar de residencia.

10,3 Europa

21,3 Mediterráneo Oriental

18,5 Asia Sudoriental

16,1 América

24,1 África

18,5 Pacífico Occidental

Muertes por accidentes de tránsito, por 100.000 habitantes.

22% 5% 23%

El 50% de los fallecidos por accidentes de tránsito son peatones, ciclistas y motociclistas

Organización Mundial de la Salud

Fuente: Informe sobre la situación mundial de la seguridad vial 2013 www.who.int/violence_injury_prevention/road_safety_status

CAPÍTULO 8 221

En el área de Matemática, las actividades iniciales proponen ejercicios introductorios al tema del capítulo.

CAPÍTULO 1

YO ♥ APRENDER EN SEGUNDO

Números naturales

Pintando logos

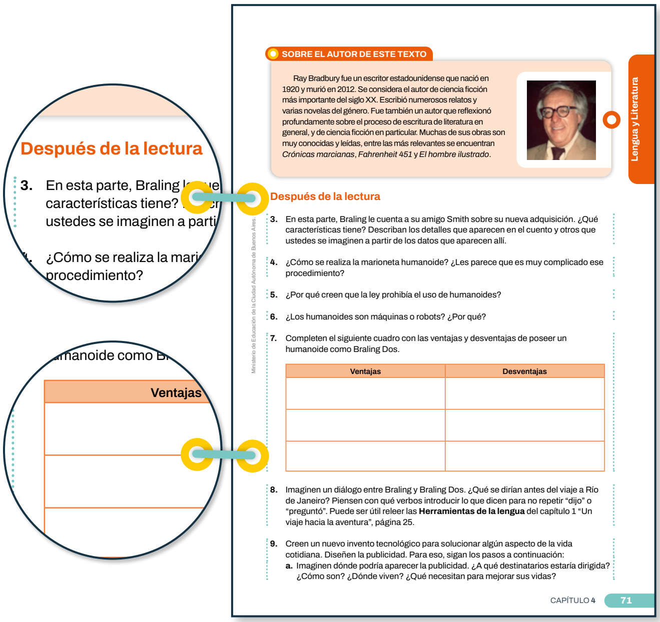
Ricardo está diseñando el siguiente logo combinando algunas figuras geométricas. Decidió pintarlo utilizando los siguientes colores:

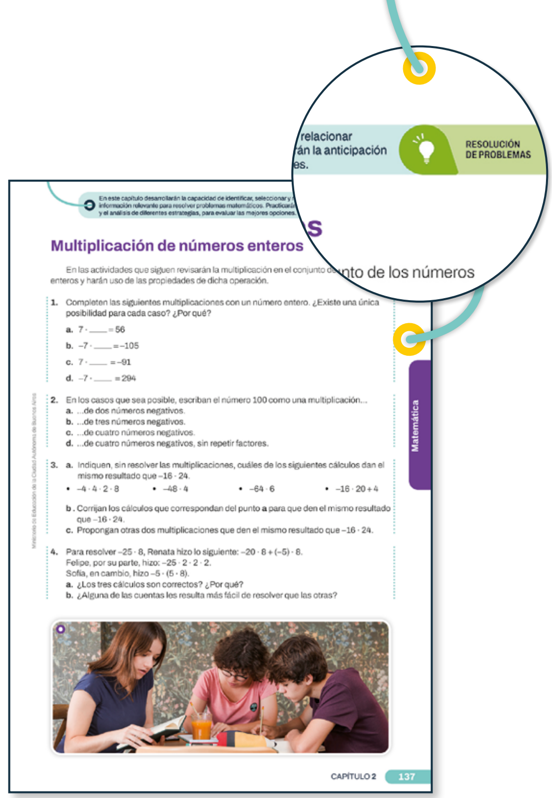
Además, quiere utilizar un mismo color para los tres sectores circulares, otro color distinto para los dos triángulos y uno diferente para el rectángulo. Es decir, cada logo estará pintado de tres colores diferentes.

a. Dibujen el logo en sus carpetas y píntenlo utilizando la paleta de colores de Ricardo, siguiendo las indicaciones de cómo colorearlo.
b. Dibujen nuevamente el logo y píntenlo de una manera distinta.
c. Con los colores de la paleta y a partir de las indicaciones de Ricardo, ¿cuántos logos se pueden realizar de igual diseño, pero pintados de diferente manera?

128

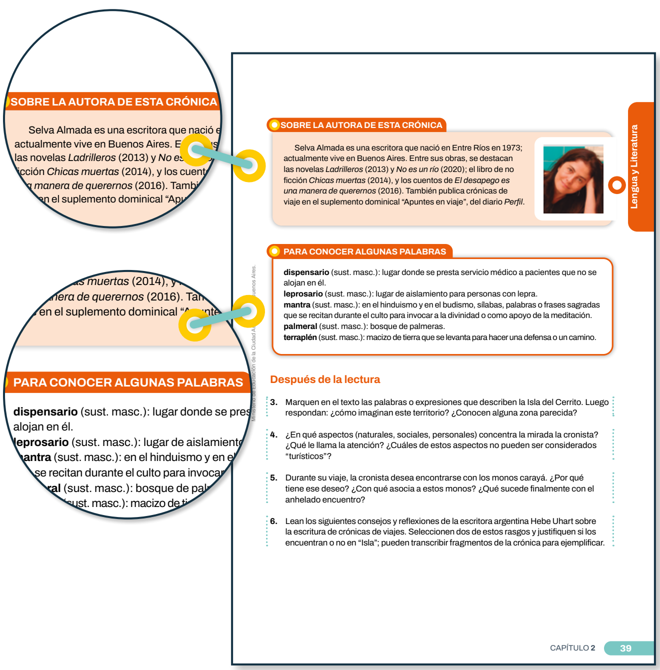
# Cómo se usa este libro

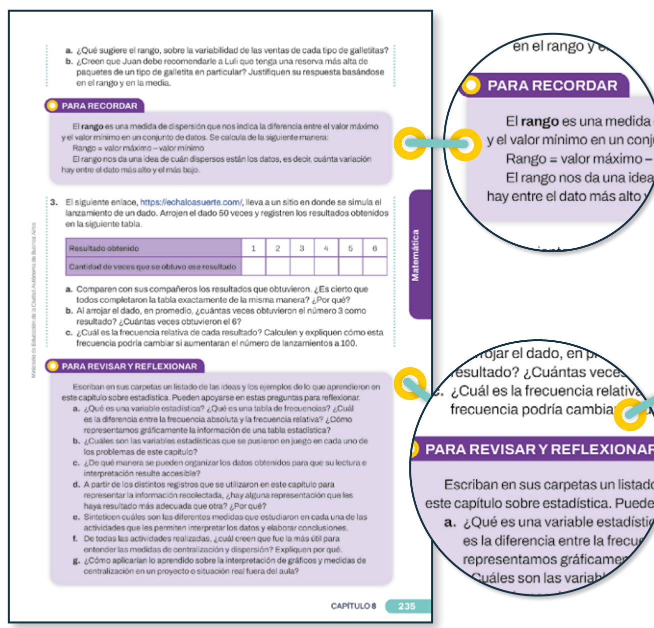



Podrás escribir la respuesta a algunas actividades en las páginas de este material. En otros casos, responderás de forma oral o en tu carpeta.

Al comenzar cada capítulo encontrarás una indicación sobre las **capacidades** más importantes que, con la ayuda de tu docente, desarrollarás a lo largo de sus páginas.




En algunas páginas encontrarás **cuadros con información específica** que te darán la oportunidad de profundizar sobre distintos aspectos de los temas. Por ejemplo, los autores de los textos, el significado de algunas palabras, otras lecturas para continuar el aprendizaje o algunos conceptos necesarios para realizar las consignas, así como preguntas de reflexión sobre tu propio proceso de aprendizaje.

**LAS ACTIVIDADES O SITUACIONES LÚDICAS QUE HACEN REFERENCIA AL USO DEL DINERO RESPONDEN A LOS PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.**

# Índice

**Lengua y Literatura** ........ 8

**Capítulo 1. Un viaje hacia la aventura** ........ 8

Comienza la aventura ........ 9
Explorando mundos interiores ........ 13
Un recorrido por mundos exóticos ........ 18
Explorando un mundo personal: la entrevista periodística ........ 22
A modo de cierre ........ 26

**Capítulo 2. Miradas en movimiento** ........ 27

Miradas sobre la Ciudad: Roberto Arlt ........ 28
Miradas sobre la Ciudad: los festejos ........ 35
Miradas en viaje ........ 38
¿Quiénes somos cuando viajamos? ........ 43
A modo de cierre ........ 47

**Capítulo 3. Objetos fantásticos** ........ 48

Tramas infinitas ........ 49
Un lugar definitivo ........ 52
Volar en la Ciudad ........ 54
Para saber más sobre el género fantástico ........ 57
Para cazar lectores: explorando contratapas ........ 63
A modo de cierre ........ 67

**Capítulo 4. Vivir con robots** ........ 68

Un robot muy práctico ........ 69
Para saber más sobre ciencia ficción ........ 73
Los sentimientos de un robot ........ 76
Los robots en un mundo de ilusiones ........ 80
A modo de cierre ........ 84

**Capítulo 5. Poesía reunida: explorando antologías** ........ 86

Una invitación a leer poesía ........ 88
Capturar un paisaje ........ 92
Detener el tiempo ........ 96
Editar, compilar y prologar una antología poética ........ 99
A modo de cierre ........ 101

**Capítulo 6. Lectura de noticias** ..................... **102**
La Inteligencia artificial oculta en nuestra vida ..................... 103
Un misterio por resolver en Marte ..................... 107
A modo de cierre ..................... 111

**Capítulo 7. Lectura de novela** ..................... **112**
Inicios de novela ..................... 113
Construcción de los espacios en las novelas ..................... 116
Construcción de los personajes en las novelas ..................... 122
A modo de cierre ..................... 126

# Índice


**Matemática** .................................................. **128**

**Capítulo 1. Números naturales** ........................ **128**

Pintando logos ........................ 128
Problemas de conteo ........................ 129
Otro tipo de problemas de conteo ........................ 133
Problemas de conteo y el orden de los elementos ........................ 134

**Capítulo 2. Números enteros** ........................ **136**

¡A jugar con tablas de multiplicaciones! ........................ 136
Multiplicación de números enteros ........................ 137
Múltiplos y divisores ........................ 139
Divisibilidad: análisis de cálculos ........................ 140
División de números enteros ........................ 141
Divisibilidad: análisis de estructuras numéricas ........................ 142
Profundizar el trabajo con números enteros ........................ 143

**Capítulo 3. Números racionales** ........................ **144**

Encontrar el número ........................ 144
Densidad en el conjunto de los números racionales ........................ 145
Aproximación de números racionales por números decimales ........................ 147
Potenciación en Q ........................ 149
Radicación en Q ........................ 154
Estimación de resultados que involucran números racionales ........................ 156
Modelización de situaciones que involucran el uso de números racionales ........................ 158

**Capítulo 4. Geometría I** ........................ **160**

El juego de los cuadriláteros ........................ 160
Construcción de paralelogramos ........................ 162
Construcción de rectángulos, rombos y cuadrados ........................ 164
Perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros ........................ 168
Profundizar el trabajo con cuadriláteros ........................ 176

**Capítulo 5. Geometría II** ........................ **178**

Ampliamos, reducimos, ¿y algo más? ........................ 178
Semejanza de triángulos ........................ 179
Teorema de Thales ........................ 187
Aplicación del teorema de Thales ........................ 190

**Capítulo 6. Funciones I** .......... **192**
¿Cuánto cuesta viajar? .......... 192
Problemas con funciones y ecuaciones lineales .......... 193
Ecuaciones equivalentes y conjunto solución .......... 198
Estrategias para resolver ecuaciones .......... 203

**Capítulo 7. Funciones II** .......... **206**
El desafío final .......... 206
Un repaso por las ecuaciones lineales .......... 207
Ecuaciones lineales con dos variables .......... 210
Rectas paralelas y perpendiculares .......... 215

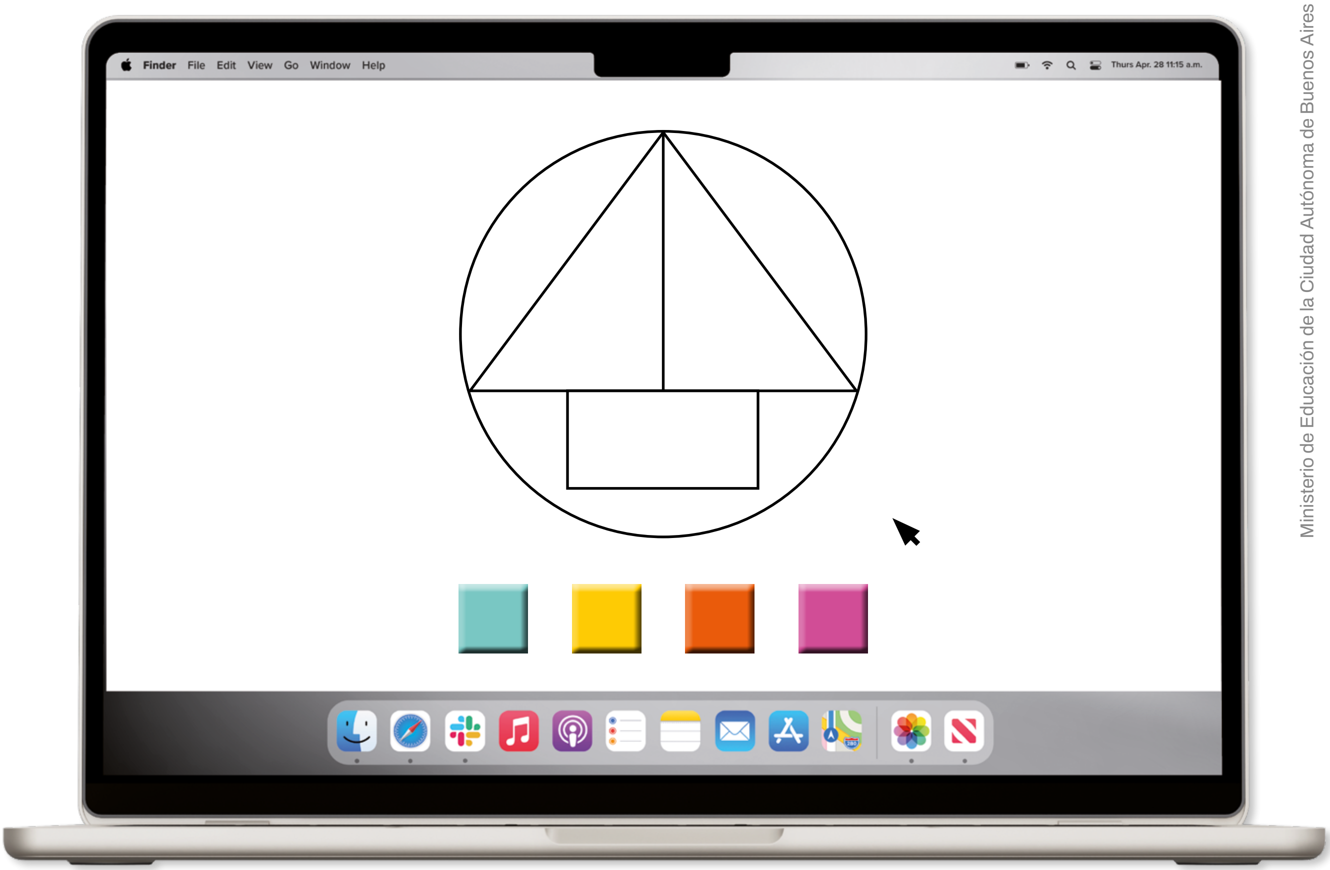
**Capítulo 8. Estadística** .......... **220**
Muestras y representatividad .......... 222
Analizar y evaluar representaciones gráficas .......... 226
Medidas de centralización: la media, la mediana y la moda .......... 227
Dispersión de los datos: el rango .......... 234

CAPÍTULO 1

# Números naturales

## Pintando logos

Ricardo está diseñando el siguiente logo combinando algunas figuras geométricas. Decidió pintarlo utilizando los siguientes colores:




Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Además, quiere utilizar un mismo color para los tres sectores circulares, otro color distinto para los dos triángulos y uno diferente para el rectángulo. Es decir, cada logo estará pintado de tres colores diferentes.

**a.** Dibujen el logo en sus carpetas y píntenlo utilizando la paleta de colores de Ricardo, siguiendo las indicaciones de cómo colorearlo.
**b.** Dibujen nuevamente el logo y píntenlo de una manera distinta.
**c.** Con los colores de la paleta y a partir de las indicaciones de Ricardo, ¿cuántos logos se pueden realizar de igual diseño, pero pintados de diferente manera?

# Problemas de conteo

Les proponemos a continuación resolver algunas situaciones que involucran problemas de conteo.

## Estrategias para contar opciones

**1.** Hay dos resultados posibles al lanzar una moneda: cara o ceca.

**a.** ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener al lanzar dos monedas? Escriban todas las opciones posibles en la siguiente tabla.

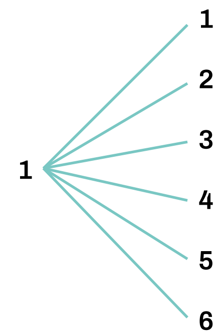
| Moneda 1 | Moneda 2 |
|---|---|
| Cara | Cara |
| | |
| | |
| | |

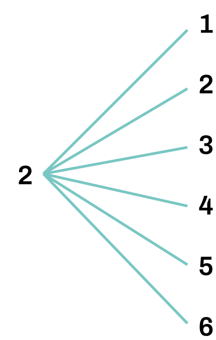
**b.** ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener al lanzar tres monedas? Para responder a esta pregunta, completen la siguiente tabla con los casos que faltan.

| Moneda 1 | Moneda 2 | Moneda 3 |
|---|---|---|
| Cara | Cara | Cara |
| Cara | Cara | Ceca |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

**2.** Hay seis resultados posibles al lanzar un dado: 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Para describir todos los resultados posibles de la acción de lanzar dos dados, María empezó escribiendo algunas opciones en una tabla, mientras que Emilia pensó en varios diagramas de árbol. A continuación, se muestra cómo empezaron.

| Primer lanzamiento | Segundo lanzamiento |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 1 | 2 |
| 1 | 3 |
| 1 | 4 |
| 1 | 5 |
| 1 | 6 |
| 2 | 1 |
| 2 | 2 |
| 2 | 3 |
| 2 | 4 |
| 2 | 5 |
| 2 | 6 |

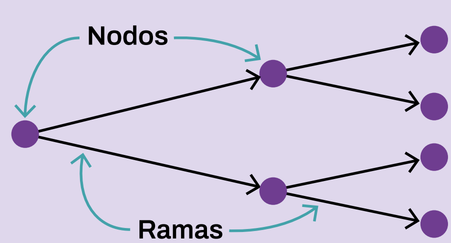


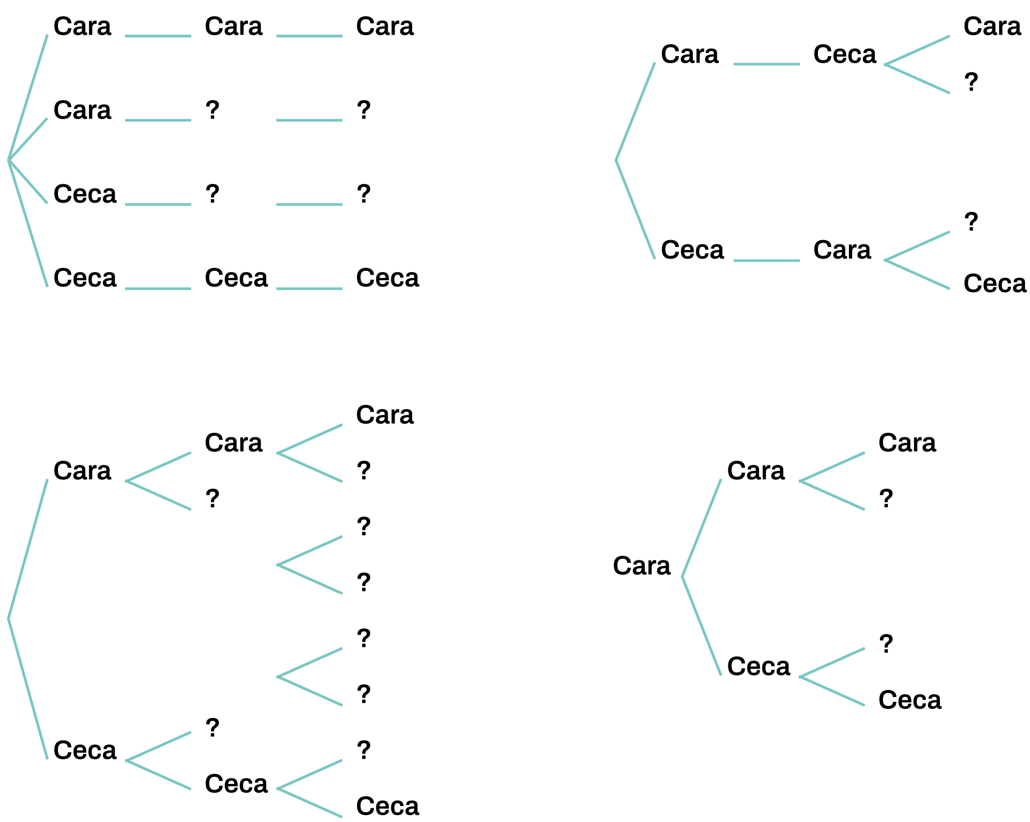

**a.** Mencionen diferencias y similitudes entre las representaciones propuestas por María y por Emilia.
**b.** Tanto la tabla de María como la representación de Emilia se muestran parcialmente, es decir, están incompletas. Completen en sus carpetas ambas opciones.
**c.** Expliquen cómo se puede obtener el total de resultados posibles utilizando la resolución de María.
**d.** Expliquen cómo se puede obtener el total de resultados posibles utilizando la resolución de Emilia.
**e.** ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

## PARA RECORDAR

Un **diagrama de árbol** es una representación gráfica de los datos que está compuesto con nodos y ramas que permiten mostrar de manera ordenada casos u opciones posibles en situaciones de conteo.



3. Para describir todos los resultados que se obtienen al lanzar tres veces una moneda, se realizaron los siguientes diagramas de árbol, pero de manera incompleta.




**a.** Señalen el diagrama correcto para representar esta situación.
**b.** Completen el diagrama que seleccionaron con las opciones que faltan.
**c.** ¿Por qué descartaron los otros diagramas?

## Permutaciones

En este apartado del capítulo, deberán resolver algunas consignas para trabajar con permutaciones.

1. Ana, Lucía, Victoria y Noelia van a conformar el equipo directivo de un colegio. Los cargos a cubrir son el de directora general, rectora, vicerrectora y secretaria académica.
   **a.** ¿De cuántas maneras distintas pueden cubrir estos cuatro cargos?
   **b.** Rocío, una alumna de primer año, dijo que una vez que se elija a la persona que va cubrir el puesto de directora general, para el cargo de rectora quedarán tres candidatas. Luego, una vez elegida la persona que cubrirá ese cargo, para el próximo quedarán dos personas, y posteriormente a esta elección, el último cargo se asignará a la persona restante.
   A partir de lo que mencionó Rocío, ¿Cuál de los siguientes cálculos permite obtener la cantidad de maneras distintas en que se pueden cubrir esos cuatro cargos?

$4 + 3 + 2 + 1$ $\quad$ $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ $\quad$ $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

**2.** En el club El Porvenir tienen que armar listas para la elección de autoridades. Se deben renovar los cargos para la presidencia, la secretaría y la tesorería. Solamente hay tres socios que se ofrecen a ocupar cualquiera de los tres cargos. ¿De cuántas maneras distintas se puede armar la lista, si nadie puede ocupar más de un cargo?

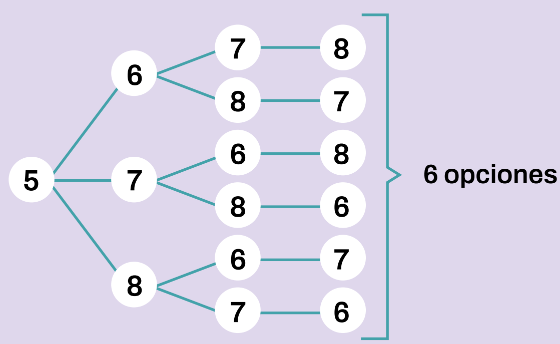
**3.** Un sistema de seguridad de una página web solicita a sus nuevos usuarios crear una contraseña de cinco caracteres distintos usando solamente las vocales. ¿Cuántas contraseñas diferentes se pueden crear? Expliquen cómo hicieron para calcularlas.

**4.** En un museo de arte se desean exhibir en una misma pared seis cuadros, uno al lado del otro. ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar los cuadros?

**5.** Con los dígitos 1, 2, 3 ,4, 5, 6 y 7 se arman diferentes números:
**a.** ¿Cuántos números de siete cifras distintas se pueden formar?
**b.** ¿Cuántos de esos números de siete cifras son impares?
**c.** ¿Cuántos de esos números son mayores a 3.000.000?

## PARA RECORDAR

Se llama **permutaciones** a las distintas maneras de acomodar todos los elementos de un grupo, en distinto orden. Por ejemplo, para calcular la cantidad de números de cuatro cifras distintas que se pueden formar con los dígitos 5, 6, 7 y 8 es posible proponer el siguiente diagrama de árbol.




A partir de este diagrama se pueden contar 6 opciones, que son aquellos números que comienzan con 5. Si se multiplica por 4 este resultado parcial, se obtiene la cantidad solicitada de números de cuatro cifras distintas.

Por otro lado, también se puede realizar el cálculo $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$, que se denomina **factorial** de 4 y que permite calcular la cantidad de permutaciones de 4 elementos (en este caso). El factorial del número *n* (se simboliza *n!*) permite calcular la cantidad de permutaciones de *n* elementos. Para obtenerlo, se multiplican los números naturales consecutivos desde 1 hasta *n*. Por ejemplo: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$; $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

# Otro tipo de problemas de conteo

Ahora, les presentamos para resolver otro conjunto de problemas de conteo.

**1.** Mariana tiene un candado con una combinación numérica de 4 dígitos, cada uno de ellos puede ser del 0 al 9. Quiere abrir el candado, pero se olvidó la clave. Lo bueno es que sabe que no hay números repetidos en la combinación. ¿Cuántas combinaciones distintas debería probar para abrir el candado?

**2.** El director de una compañía teatral debe seleccionar cuatro personas para encargarse de las siguientes actividades: iluminación, sonido, escenografía y vestuario.

**a.** Si se postulan seis personas para realizar cada una de estas tareas, ¿cuántas selecciones distintas puede hacer el director?

**b.** ¿Y si se presentan ocho personas?

**3.** En un torneo de truco participan seis equipos y se otorgan premios a los tres primeros puestos.

**a.** ¿De cuántas maneras distintas pueden ocupar el podio los equipos participantes?

**b.** Si en lugar de seis equipos intervinieran nueve, ¿de cuántas maneras distintas podrían ocupar el podio?

**4.** En un torneo de pádel reciben premios los tres equipos que ocupan el podio. Para calcular de cuántas maneras distintas pueden ocupar el podio los equipos que participan en la competencia, el organizador propuso el cálculo $20 \cdot 19 \cdot 18$. A partir de la cuenta planteada, ¿es posible identificar la cantidad de equipos que se inscribieron al torneo? ¿Cómo se dieron cuenta?

**PARA RECORDAR**

Los problemas de este tema tienen la particularidad de que hay que contar de cuántas maneras se pueden elegir de forma ordenada una cierta cantidad de elementos de un grupo mayor. Estos elementos pueden ser dígitos, personas, categorías, posiciones de un podio, etcétera. Por ejemplo, en el problema 1 hay que contar todas las maneras posibles de organizar 4 elementos de un grupo de 10. Asimismo, en la primera parte del problema 2 hay que organizar 4 elementos de un grupo de 6.

En conclusión, si se tiene un grupo de $n$ elementos, las maneras de seleccionar $r$ de esos $n$ elementos (con $r$ menor que $n$), **teniendo en cuenta el orden en que se eligen**, se llaman las **variaciones de $n$ elementos tomados de a $r$**.

**5.** Inventen un problema en donde tengan que contar casos, selecciones o resultados, y que se pueda resolver con el cálculo $7 \cdot 6 \cdot 5$.

# Problemas de conteo y el orden de los elementos

Por último, deberán resolver algunos problemas de conteo, en los que tendrán que tener en cuenta el orden de los elementos.

**1.** Marcela está cursando el profesorado de Matemática. Este año tiene cuatro materias optativas y solamente puede elegir tres de ellas para cursar.

**a.** Marcela eligió para cursar durante el primer cuatrimestre las siguientes materias opcionales: Historia de la Matemática, Trabajo de Campo y Ecuaciones Diferenciales. En cambio, su compañera realizó la siguiente elección: Trabajo de Campo, Ecuaciones Diferenciales e Historia de la Matemática. ¿Por qué es correcto afirmar que ambas realizaron la misma elección?

**b.** ¿Por qué el cálculo $4 \cdot 3 \cdot 2$ no le permite calcular la cantidad de selecciones distintas que puede realizar?

**c.** ¿Qué le podrían agregar al cálculo para obtener el total de posibilidades?

**2.** Cinco estudiantes se postularon para la muestra de Química en la que solamente pueden participar tres de ellos.

**a.** Si cada integrante de la muestra tiene la misma función, ¿influye el orden en que sean seleccionados? ¿Por qué?

**b.** ¿De cuántas formas diferentes se puede realizar la elección? Expliquen cómo hicieron para obtener la respuesta.

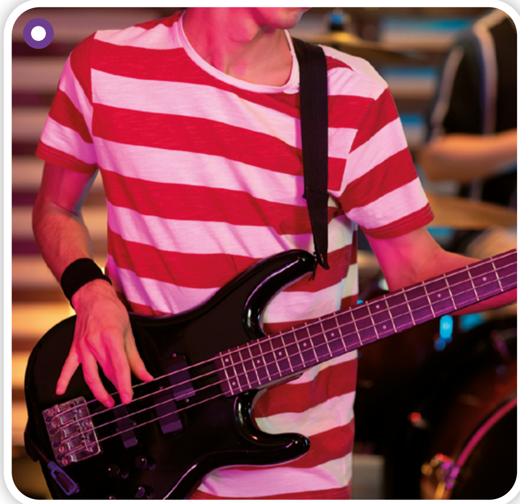
**3.** En un colegio hicieron una preselección de seis estudiantes para realizar un viaje de estudio. Si finalmente se eligieron a cuatro de ellos:

**a.** ¿De cuántas maneras distintas puede ser elegido el grupo que va a realizar el viaje?

**b.** En este caso, ¿importa el orden en que sean seleccionados los estudiantes? ¿Por qué?

4. Indiquen en cuáles de las siguientes situaciones el orden de los elementos seleccionados influye en la cantidad total de resultados. Justifiquen su elección.

   a. Elegir cuatro materias, de un total de ocho, para cursar durante un cuatrimestre.
   b. Elegir a tres personas del curso para realizar un trabajo práctico.
   c. Elegir a tres personas del curso para llevar la bandera nacional de la Argentina, la bandera de la Ciudad de Buenos Aires y la bandera del colegio.
   d. Una banda de rock compuso cinco temas para un demo. ¿De cuántas maneras puede grabar la secuencia de canciones?







## PARA RECORDAR

Los problemas de este tema se caracterizan porque se solicita calcular la cantidad de grupos, de una cierta cantidad de elementos, que se pueden formar a partir de un grupo mayor. Al resolver estas actividades hay que tener en cuenta que el orden al elegir no importa, es decir que un orden distinto no forma un grupo diferente.

Los distintos grupos que se forman al tomar $r$ elementos de un grupo de $n$ elementos (con $r$ menor que $n$), sin importar el orden en que son elegidos, se llaman **combinaciones de $n$ elementos tomados de a $r$** y se escribe: **C($n$, $r$)**.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas nuevas y los conceptos que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlos a elaborar ese listado.

a. ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
b. ¿Qué conceptos o ideas nuevas aprendieron?
c. ¿Qué conceptos o ideas ya recordaban de los años anteriores?
d. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?
e. ¿Cómo se puede organizar la información en problemas en donde tengan que contar opciones o posibilidades?
f. ¿Qué características diferencian a los problemas que se resuelven a partir de permutaciones, variaciones y combinaciones?
g. ¿Qué tipos de cálculos emplearon para resolver los problemas de este capítulo?

Inventen un problema que se pueda resolver a partir del resultado de 6!

¿Es correcto afirmar que el problema de la página inicial es un problema de combinación? ¿Por qué?

CAPÍTULO 2

# Números enteros

## ¡A jugar con tablas de multiplicaciones!

En parejas, completen las siguientes tablas ubicando los números dados en cada caso en los casilleros correspondientes. Para completarlas, tengan en cuenta que:

- Las multiplicaciones por fila y por columna deben dar los resultados indicados en cada caso. Los casilleros coloreados corresponden a dichos resultados.
- Cada número indicado puede ser usado solo una vez en cada tabla.
- Los resultados indicados en cada tabla no pueden ser modificados.

La tabla 1 está completa, a modo de ejemplo.

### Tabla 1

Números a ubicar: 3; 6; 7; 9.

| Resultados | 21 | 54 |
|---|---|---|
| 27 | 3 | 9 |
| 42 | 7 | 6 |

### Tabla 2

Números a ubicar: 4; 8; 12; 15.

| Resultados | 48 | 120 |
|---|---|---|
| 60 | | |
| 96 | | |

### Tabla 3

Números a ubicar: –14; –9; –8; –5.

| Resultados | 70 | 72 |
|---|---|---|
| 45 | | |
| 112 | | |

### Tabla 4

Números a ubicar: –12; –7; 6; 16.

| Resultados | –192 | –42 |
|---|---|---|
| –112 | | |
| –72 | | |

Luego de completar las tablas:

- Expliquen cómo pensaron qué número ubicar en cada casillero de cada tabla.
- ¿Encontraron algún modo común de ubicar los números en todas las tablas?
- ¿Qué relación hay entre los resultados indicados y los números que ubicaron en cada tabla?
- Inventen otra tabla para que complete otra pareja de compañeros, indicando los números a utilizar.

# Multiplicación de números enteros

En las actividades que siguen revisarán la multiplicación en el conjunto de los números enteros y harán uso de las propiedades de dicha operación.

**1.** Completen las siguientes multiplicaciones con un número entero. ¿Existe una única posibilidad para cada caso? ¿Por qué?

**a.** $7 \cdot \_\_\_\_ = 56$

**b.** $-7 \cdot \_\_\_\_ = -105$

**c.** $7 \cdot \_\_\_\_ = -91$

**d.** $-7 \cdot \_\_\_\_ = 294$

**2.** En los casos que sea posible, escriban el número 100 como una multiplicación...
**a.** ...de dos números negativos.
**b.** ...de tres números negativos.
**c.** ...de cuatro números negativos.
**d.** ...de cuatro números negativos, sin repetir factores.

**3.** **a.** Indiquen, sin resolver las multiplicaciones, cuáles de los siguientes cálculos dan el mismo resultado que $-16 \cdot 24$.

- $-4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 8$
- $-48 \cdot 4$
- $-64 \cdot 6$
- $-16 \cdot 20 + 4$

**b .** Corrijan los cálculos que correspondan del punto **a** para que den el mismo resultado que $-16 \cdot 24$.
**c.** Propongan otras dos multiplicaciones que den el mismo resultado que $-16 \cdot 24$.

**4.** Para resolver $-25 \cdot 8$, Renata hizo lo siguiente: $-20 \cdot 8 + (-5) \cdot 8$.
Felipe, por su parte, hizo: $-25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
Sofía, en cambio, hizo $-5 \cdot (5 \cdot 8)$.
**a.** ¿Los tres cálculos son correctos? ¿Por qué?
**b.** ¿Alguna de las cuentas les resulta más fácil de resolver que las otras?

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

## PARA RECORDAR

En años anteriores, estudiaron las propiedades de la multiplicación en los números naturales. Ahora, verán que estas propiedades también son válidas para los números enteros.

Propiedad **conmutativa**: el orden de los factores no altera el producto. Esto significa que cambiar el lugar de los números que se multiplican no modifica el resultado. Por ejemplo: $2 \cdot (-5) = (-5) \cdot 2$

Ambos cálculos dan como resultado $-10$.

Propiedad **asociativa**: la forma en que agrupamos los factores no afecta el producto. Por ejemplo: $2 \cdot 3 \cdot (-5) = (2 \cdot 3) \cdot (-5) = 2 \cdot (3 \cdot (-5))$

$$6 \cdot (-5) = 2 \cdot (-15)$$
$$-30 = -30$$

Propiedad **distributiva** con respecto a la suma y a la resta: al descomponer un factor en una suma o resta, se puede distribuir el otro factor entre los términos. Por ejemplo:
$14 \cdot (-5) = (10 + 4) \cdot (-5) = 10 \cdot (-5) + 4 \cdot (-5) = -50 + (-20) = -70$

**5.** A continuación, tienen una lista de cálculos. Vinculen cada cálculo con su expresión equivalente en la segunda columna

| | |
|---|---|
| **a.** $-5 \cdot 9 \cdot 4 =$ | $(9 \cdot 4) \cdot (-5)$ |
| **b.** $8 \cdot (-16) \cdot 5 =$ | $-75 \cdot (10 + 1)$ |
| **c.** $-75 \cdot 11 =$ | $(8 \cdot 5) \cdot (-16)$ |
| **d.** $215 \cdot (-6) =$ | $(215 \cdot 2) \cdot (-3)$ |
| **e.** $-35 \cdot 9 =$ | $43 \cdot (-10) \cdot 3$ |
| **f.** $43 \cdot (-30) =$ | $-35 \cdot (10 - 1)$ |

- Verifiquen que tanto la cuenta dada como el cálculo equivalente que propusieron den el mismo resultado.
- Identifiquen las propiedades utilizadas en cada caso.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

# Múltiplos y divisores

En estas actividades, explorarán cómo las propiedades de divisibilidad que conocen para los números naturales se amplían al conjunto de los números enteros.

**1.** Sabiendo que –1.260 se puede calcular como –2 · 15 · 42, Valentina asegura que ese número es divisible por –84, por 7 y por 18. ¿Está en lo cierto? ¿Por qué?

**2.** Sabiendo que –32 · 18 = –576, determinen si son correctas las siguientes afirmaciones. Expliquen cómo llegan a su conclusión en cada caso.

**a.** –576 es múltiplo de 32.
**b.** 18 es divisor de –576.
**c.** 16 es divisor de –576.
**d.** 64 es divisor de –576.
**e.** –576 : 8 tiene resto 0.
**f.** –576 es divisible por 36.

**3.** Respondan las preguntas, justificando en cada caso a través de un cálculo.

**a.** ¿Es –60 múltiplo de –12?
**b.** ¿Es –12 divisor de –72?
**c.** ¿Es –60 divisible por –15?
**d.** ¿Es –145 divisible por –15?
**e.** ¿Es –19 divisor de –109?
**f.** ¿Es –209 múltiplo de –19?





**PARA RECORDAR**

Para los números naturales aprendieron que, por ejemplo, como 24 = 6 · 4, entonces 24 es múltiplo de 6 y de 4, y 6 y 4 son divisores de 24. Esto mismo se aplica a los números enteros, considerando también los números negativos. Por ejemplo, sabemos que –60 = –12 · 5; entonces, –60 es múltiplo de –12 y de 5, y estos últimos son divisores de –60. Además, –60 : (–12) = 5 y –60 : 5 = –12, y en ambos casos, el resto es igual a 0.

Esto significa que cuando un número *a* es el producto de otros números *b* y *c*, siendo *a*, *b* y *c* números enteros, podemos establecer las siguientes relaciones:

- *a* es **múltiplo** tanto de *b* como de *c*.
- *a* es **divisible** por *b* y también por *c*.
- *b* y *c* son **divisores** de *a*.

Se verifica, además, que tanto *a* : *b* como *a* : *c* tienen **resto igual a cero**.

Estas relaciones también son válidas si la multiplicación es entre tres o más factores: el producto es siempre divisible por cada uno de dichos factores enteros.

**4.** **a.** Encuentren los dos múltiplos de 8 más cercanos a 236. Expliquen cómo lo determinaron.
**b.** ¿Es cierto que 496 y 504 son los dos múltiplos de 8 más cercanos a 500? Justifiquen su respuesta.
**c.** ¿Es cierto que los dos múltiplos de 8 más cercanos a –1.002 son –1.000 y –992? ¿Por qué?

**5.** **a.** Determinen qué números cumplen ser múltiplos simultáneamente de 5 y de 9.
**b.** Analicen si 90, –190, 325 y –425 son múltiplos de 5 y de 9 a la vez.
**c.** Propongan al menos tres ejemplos más de números que sean múltiplos de 5 y de 9 al mismo tiempo. Justifiquen cómo los eligieron.

# Divisibilidad: análisis de cálculos

Aquí les proponemos algunas actividades para analizar las estructuras de diversos cálculos y tomar decisiones en lo que respecta a cuestiones de divisibilidad.

**1. a.** Para saber si 456 es múltiplo de 24, Camila pensó lo siguiente:

> Puedo pensar a 456 como la suma de dos múltiplos de 24; así: $240 + 216 = 456$.

- ¿Es correcto el planteo de Camila? ¿Por qué?
- ¿Cómo pueden comprobar que, efectivamente, 240 y 216 son ambos múltiplos de 24?

**b.** Benjamín pensó que 456 es múltiplo de 24 así:

> $456 = 480 - 24$, entonces es seguro que 456 es múltiplo de 24.

- Expliquen por qué es válido el razonamiento de Benjamín.

**c.** Propongan un procedimiento similar a los hechos por Camila y Benjamín que les permitan analizar si los siguientes números son o no divisibles por 24.

- 504
- –360

**2.** Los siguientes cálculos dan como resultados múltiplos de 6. Expliquen en cada caso por qué, sin resolverlos.

**a.** $-15 \cdot 6 + 6$ **b.** $-12 \cdot 12 + 18$ **c.** $-2 \cdot 9 - 3 \cdot 4$

**3.** A partir del cálculo $-15 \cdot 9 \cdot 8 + 54$, respondan, sin resolverlo:
**a.** ¿Por qué es posible asegurar que su resultado es un número par?
**b.** ¿Es verdad que el resultado de ese cálculo es un múltiplo de 9?
**c.** ¿Cuál es el resto de dividir su resultado por 6? ¿Por qué?

**4.** Determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, sin hallar el resultado de cada cálculo dado. Justifiquen sus respuestas en cada caso.
**a.** $-7 \cdot 12 + 12 \cdot 15$ es múltiplo de 7 y de 12.
**b.** $6 \cdot (-16) + 6 \cdot 24$ es múltiplo de 6 pero no de 8.
**c.** $-15 \cdot 9 + (-15) \cdot 81$ es divisible por 9 y por 27.

## PARA RECORDAR

Cuando un número *a* es múltiplo de otro número *b*, es posible descomponer aditivamente al primero en múltiplos del segundo. Esto significa que es posible escribir el número *a* como suma (o resta) de múltiplos de *b*. Por ejemplo:

- $144 = 90 + 54 = 9 \cdot 10 + 9 \cdot 6$, por lo que 144 resulta ser múltiplo de 9.
- $144 = 120 + 12 + 12$, por lo que 144 resulta ser múltiplo de 12.
- $144 = 120 + 24 = 6 \cdot 20 + 6 \cdot 4$, por lo que 144 resulta múltiplo de 6.
- $144 = 160 - 16 = 16 \cdot 10 - 16$, por lo que 144 es múltiplo de 16.

# División de números enteros

En este caso, encontrarán una serie de problemas que permiten abordar el estudio de la división y de las relaciones que se dan entre las partes de dicha operación en el conjunto de los números enteros.

**1.** Indiquen cuál es el resto de dividir por 11 el resultado de los siguientes cálculos, sin resolverlos. Expliquen cómo lo saben.

**a.** $11 \cdot 9 + 1$
**b.** $11 \cdot 9 + 12$
**c.** $11 \cdot 31 + 22$
**d.** $11 \cdot 31 + 23$
**e.** $-11 \cdot 40 + 4$
**f.** $-11 \cdot 40 + 15$

**2.** Sabiendo que $7 \cdot (-15) + 5 = -100$, determinen el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

**a.** $-100 : 7$
**b.** $-100 : (-15)$
**c.** $-102 : 7$
**d.** $-107 : 7$





**PARA RECORDAR**

En toda división entre números enteros, se cumple la siguiente relación:

**dividendo** = **divisor** · **cociente** + **resto**, donde $0 \leq$ resto $<$ |divisor|

Al igual que en la división entre números naturales, en la división con números negativos se cumple que el producto entre el divisor y el cociente corresponde al mayor múltiplo del divisor que sea menor o igual al dividendo. Es decir:

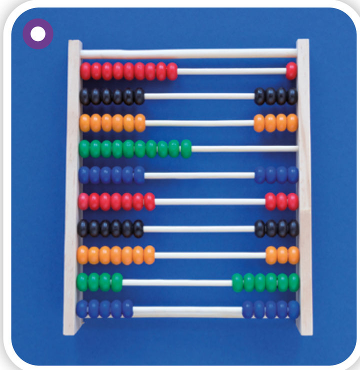
**divisor · cociente ≤ dividendo**

Por ejemplo:

- Para la división $9 : 2$ se tiene la relación $9 = 2 \cdot 4 + 1$.
- Para la división $-9 : 2$ la relación es $-9 = 2 \cdot (-5) + 1$.
- Para la división $-9 : (-2)$ resulta $-9 = -2 \cdot 5 + 1$.
- Para la división $9 : (-2)$ la relación es $9 = -2 \cdot (-4) + 1$.

**3.** Sabiendo que $-9 \cdot 12 + 3 = -105$, indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o son falsas. Justifiquen cada respuesta a partir del cálculo dado.

**a.** Al dividir $-105$ por 12, el cociente es 9 y el resto es 3.
**b.** Al dividir $-102$ por $-9$, el cociente es 12 y el resto es 6.
**c.** Al dividir $-108$ por $-9$, el cociente es 12 y el resto es 0.
**d.** Al dividir $-96$ por $-9$, el cociente es 11 y el resto es $-3$.



# Divisibilidad: análisis de estructuras numéricas

Ahora les proponemos algunas actividades para analizar las estructuras numéricas y tomar decisiones sobre cuestiones de divisibilidad.

1. **a.** ¿Es cierto que si en la cuenta $12 \cdot 35 - a$ se reemplaza la letra a por el número $-6$, el resultado es múltiplo de 6? ¿Por qué?
   **b.** ¿Cuáles son todos los valores por los que podrían reemplazar la letra $a$ para que el resultado de $12 \cdot 35 - a$ sea múltiplo de 6? Justifiquen su respuesta.

2. Encuentren, si es posible, tres valores enteros de $b$ para los que $5 \cdot b + 1$ sea múltiplo de 5. ¿Cuántos valores de $b$ pueden encontrar?

3. Encuentren, si es posible, tres valores enteros de $c$ para que $4 \cdot (c + 1)$ sea múltiplo de 4. ¿Cuántos valores de $c$ pueden encontrar?

4. Encuentren, si es posible:
   **a.** Tres valores enteros de $d$ para que $3 \cdot d$ sea múltiplo de 6.
   **b.** Tres valores enteros de $d$ para que $4 \cdot d$ sea múltiplo de 8.

5. ¿Es verdad que el producto entre un múltiplo de 2 y un múltiplo de 3 da siempre como resultado un múltiplo de 6? ¿Por qué?

6. ¿Es verdad que todo número divisible por 8 es también divisible por 4? ¿Por qué?

7. Indiquen por qué las siguientes afirmaciones son verdaderas.
   **a.** Si $a$ y $b$ son ambos múltiplos de 2, entonces $a \cdot b$ es múltiplo de 4.
   **b.** Si $c$ es un múltiplo de 12, $c$ también es múltiplo de 6.
   **c.** Si $d$ y $e$ son múltiplos de 9, entonces $d + e$ es también múltiplo de 9.

8. Describan qué características debe tener un número entero $b$ para que $5 \cdot (b + 2)$ dé como resultado un múltiplo de 4.

9. ¿Qué valores debe tomar el número entero $x$ para que $3 \cdot (x + 4)$ sea múltiplo de 6? ¿Y para que sea múltiplo de 12? Expliquen sus respuestas.

10. ¿Cuáles de estas expresiones dan como resultado números pares para todo valor entero de $f$? Justifiquen su respuesta.
    **a.** $(-2 \cdot f + 2) \cdot 2$ **b.** $(-f + 4) \cdot 5 \cdot 4$

11. Determinen cinco valores posibles del número entero $m$ para que el resto de la división entre $(23 + 2m)$ y 7 sea 0. ¿Qué características debe tener $m$ para que esto se cumpla?

12. Si $n$ es un número entero, la suma de tres números consecutivos puede expresarse así:

    $$n + n + 1 + n + 2$$

    Expliquen, a partir de esta expresión, por qué la suma de tres números consecutivos siempre da como resultado un múltiplo de 3.

# Profundizar el trabajo con números enteros

En estas últimas actividades, profundizarán lo trabajado en este capítulo.

**1.** Propongan una multiplicación en la que sea conveniente para su resolución el uso de la propiedad distributiva de dicha operación, y otra en la que resulte conveniente el uso de la propiedad asociativa.

**2.** Expliquen por qué los siguientes cálculos dan como resultado un múltiplo de 6, sin resolverlos.

**a.** $16 \cdot 15$
**b.** $-18 - 300 - 12$

**3.** En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa, explicando por qué.
**a.** Para cualquier número entero $n$, la expresión $6n + 6$ resulta un múltiplo de 3.
**b.** Para cualquier número entero $n$, la expresión $12n - 3n + 45$ resulta un múltiplo de 9.
**c.** La suma de dos números impares da siempre como resultado un múltiplo de 2.

**4.** Escriban una expresión que represente la suma de cuatro números consecutivos, partiendo desde un número entero $c$, y determinen si dicha suma da como resultado un múltiplo de 4.

**5.** Determinen para qué valores enteros de $x$ la expresión $3 \cdot (2x + 1)$ da como resultado un número par y para qué valores da un número impar.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo, así como cuestiones que les parezca importante recordar. Las siguientes son preguntas que los pueden orientar:
**a.** ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
**b.** ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?
**c.** ¿Son igualmente válidas las propiedades de la multiplicación en el conjunto de los números naturales y en el conjunto de los números enteros?
**d.** ¿Qué diferencias o similitudes identificaron entre el conjunto de los números naturales y el conjunto de los números enteros, en lo que respecta a la división y a las relaciones que se dan entre las partes de dicha operación?
**e.** ¿Qué aspectos debieron tener en cuenta al momento de analizar la estructura de un cálculo o de una expresión algebraica y decidir cuestiones de divisibilidad?
**f.** ¿Qué otras preguntas podrían plantear para una mejor comprensión del tema?

CAPÍTULO 3

# Números racionales

## Encontrar el número

Antes de jugar, deberán elaborar un mazo de 10 tarjetas como estas:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Encontrá un número entre 0 y 1 | Encontrá un número entre 1 y 2 | Encontrá un número entre 2 y 3 | Encontrá un número entre 3 y 4 | Encontrá un número entre 4 y 5 |
| Encontrá un número entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ | Encontrá un número entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ | Encontrá un número entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ | Encontrá un número entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{5}$ | Encontrá un número entre $\frac{1}{2}$ y 0,9 |

### Reglas del juego

- Pueden participar cuatro o más jugadores, todos contra todos.
- Antes de comenzar, se ubica en el centro de la mesa el mazo con las tarjetas boca abajo. El juego se desarrolla por rondas.
- En la primera ronda, un participante saca una tarjeta del mazo y lee en voz alta su contenido. El participante se queda con la tarjeta, que no vuelve al mazo.
- Cada jugador tiene un tiempo determinado (el mismo para todos) para escribir en una hoja aparte un número que cumpla con lo solicitado por la tarjeta; no lo comparte hasta finalizada la ronda.
- Luego, otro participante saca una nueva tarjeta y se repite el procedimiento.
- La ronda continúa hasta que se agoten las tarjetas del mazo.
- Cuando finaliza la ronda, los jugadores pasan a la pizarra y escriben los números que propusieron para cada tarjeta.
- Gana un punto quien propuso el número más cercano al valor más grande que figura en cada tarjeta extraída.
- Gana la ronda el participante que haya obtenido la mayor cantidad de puntos.

Algunas preguntas para después de jugar:

**a.** ¿Qué tipos de números propusieron al jugar?
**b.** ¿Existe alguna estrategia que les pemita siempre proponer, para cada tarjeta, el número más grande? ¿Por qué?

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

# Densidad en el conjunto de los números racionales

A continuación, deberán resolver una serie de consignas vinculadas al conjunto de números racionales. ¡Manos a la obra!

1. a. Para jugar a “Encontrar el número”, se establece la siguiente modificación: gana un punto quien propone el número más cercano al valor **más chico** que figura en la tarjeta extraída. ¿Cambia en algo la estrategia de juego? ¿Por qué?
   b. Jueguen nuevamente a “Encontrar el número”, siguiendo las mismas instrucciones del juego original, pero con las tarjetas que figuran debajo. Previamente, deberán completarlas.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Encontrá un número entre 0 y ☐ | Encontrá un número entre 1 y ☐ | Encontrá un número entre 2,5 y ☐ | Encontrá un número entre ☐ y 4 | Encontrá un número entre ☐ y 5 |
| Encontrá un número entre $\frac{1}{4}$ y ☐ | Encontrá un número entre ☐ y $\frac{3}{4}$ | Encontrá un número entre ☐ y $\frac{1}{2}$ | Encontrá un número entre $\frac{1}{10}$ y ☐ | Encontrá un número entre ☐ y 0,9 |

2. En la clase de matemática, Juan dijo que no existe ningún número racional entre 0 y 1. Luli contestó que sí existen, y mencionó como ejemplo la expresión decimal 0,5.
   a. ¿Pueden encontrar otros cuatro números racionales que estén entre 0 y 1? ¿Cuáles son?
   b. ¿Pueden encontrar seis números racionales que estén entre $\frac{1}{2}$ y 1? ¿Cuáles son?

3. a. Completen la siguiente tabla escribiendo los números enteros más cercanos a cada número racional propuesto.
   b. Para cada uno de los números de la columna central, indiquen a cuál de los enteros (anterior o siguiente) se encuentran más próximos. Expliquen cómo se dieron cuenta.

| Número entero anterior | Número racional | Número entero posterior |
|---|---|---|
| | 2,56 | |
| | $\frac{300}{33}$ | |
| | $-\frac{256}{100}$ | |
| | $-1,5\overset{\frown}{3}$ | |
| | $1\frac{3}{5}$ | |

4. En cada ítem, si es posible, escriban:
   a. Cuatro números enteros entre 3 y 7.
   b. Cuatro números enteros enteros entre –3 y 7.
   c. Cinco fracciones con denominador 2 entre 3 y 7.
   d. Cinco expresiones decimales entre 3,2 y 7.
   e. Seis expresiones decimales entre –3 y –2,5.
   f. En las consignas anteriores, ¿cuántos números más es posible escribir, además de los solicitados? ¿Por qué?

5. En cada caso, escriban cinco números racionales distintos que estén entre cada uno de los siguientes pares de números. Expliquen cómo hicieron para hallarlos.

**a.** Entre 0 y $\frac{1}{8}$. **b.** Entre 1,2 y 1,4. **c.** Entre –1 y –0,5.

6. **a.** Escriban, si es posible, un número racional que esté entre 2,35 y 2,36.
**b.** ¿Cuántos números de **dos cifras decimales** hay entre 2,35 y 2,36?
**c.** ¿Cuántos números hay entre 2,35 y 2,36?

7. **a.** Escriban cinco números que estén entre $145{,}0\widehat{4}$ y $145{,}0\widehat{5}$.
**b.** Propongan una expresión decimal finita y una expresión decimal periódica que esté entre $145{,}0\widehat{4}$ y $145{,}0\widehat{5}$.

8. Respondan las siguientes consignas, justificando en cada caso.
**a.** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 9 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
**b.** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 18 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
**c.** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 27 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
**d.** ¿Cuántas fracciones hay entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$?

9. **a.** Encuentren, si es posible, dos fracciones entre las que no haya una fracción con denominador 4. Expliquen cómo lo pensaron.
**b.** Encuentren, si es posible, dos expresiones decimales entre las que no haya una fracción decimal. Expliquen cómo lo pensaron.

10. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa. Justifiquen sus conclusiones.
**a.** No existen fracciones entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$.
**b.** Entre dos fracciones distintas siempre es posible encontrar otra.
**c.** Entre 7,3 y 7,4 hay exactamente 9 números.
**d.** El anterior de $-\frac{23}{5}$ es $-\frac{22}{5}$.
**e.** El siguiente de 0,1 es 0,2.
**f.** Entre dos números racionales siempre es posible encontrar un número entero.

## PARA RECORDAR

Una propiedad importante del conjunto de los números racionales es la **densidad**. Esto significa que, entre dos números racionales distintos, siempre es posible encontrar otro número racional.

Por ejemplo, si consideramos el número racional 3,5 (o $\frac{7}{2}$ en forma fraccionaria), no podemos indicar un número racional específico que le sigue, ya que siempre podremos encontrar otro número racional entre ellos.

Como consecuencia de esta propiedad, se cumple que:

- Entre dos números racionales distintos hay infinitos números racionales. Por ejemplo, entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{9}{10}$ se pueden encontrar números como $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, y $\frac{8}{9}$.
- Los números racionales no tienen un número inmediatamente siguiente ni uno inmediatamente anterior.

# Aproximación de números racionales por números decimales

Aquí te proponemos resolver una serie de situaciones problemáticas para continuar trabajando con el conjunto de números racionales.

**1.** Una máquina envasadora de una fábrica distribuye de manera automática 30 kilogramos de avena en paquetes del mismo peso. Además, el artefacto cuenta con una balanza y un pequeño visor que informa el peso de cada paquete, utilizando expresiones decimales de dos cifras.

**a.** Si los 30 kilos de avena se distribuyeron entre 22 paquetes iguales, ¿cuál es el peso informado por la máquina para cada paquete?

**b.** Y si los 30 kilos se distribuyeron entre 21 paquetes, ¿qué peso informó la máquina?

**2.** En otra fábrica, utilizan una máquina envasadora que emplea expresiones decimales de tres cifras. Si un paquete pesa exactamente 17,878986543 kg:

**a.** ¿Entre qué dos números decimales de tres cifras se puede ubicar a 17,878986543?

**b.** ¿De cuál de los dos números mencionados en la consigna anterior está más cerca el número del pesaje original?

**c.** Escriban el número que creen que arrojaría la balanza y justifiquen su elección.

**3.** Belén preparó una bebida combinando jugo de frutilla y jugo de naranja. Para su preparación utilizó una receta que indica que cada 10 vasos de jugo de naranja se deben utilizar 3 vasos de jugo de frutilla. Si desea utilizar un vaso de jugo de frutilla y que se mantenga el sabor de la preparación, ¿debe usar 3,33 vasos de jugo de naranja o $\frac{10}{3}$ de vaso de ese jugo?

**4.** Violeta resolvió el cálculo 147 : 99 con la calculadora científica. El resultado que obtuvo fue 1,48484848485. En cambio, Josefina hizo la misma cuenta con la calculadora del teléfono celular y obtuvo este resultado: 1,484848484848.

**a.** ¿Por qué obtuvieron dos resultados diferentes?

**b.** Josefina dice que el número que obtuvo en la división de la actividad anterior es una expresión decimal periódica. En cambio, Violeta dice que el resultado de la división no es periódico. ¿Quién tiene razón y por qué?

**PARA RECORDAR**

Las calculadoras tienen un visor que les permite mostrar números de hasta cierta cantidad de dígitos. Cuando los números tienen más dígitos que la cantidad que la calculadora admite, los dispositivos muestran aproximaciones de esos números.

**5.** Hallen una aproximación del número 4,1437821 que tenga tres cifras decimales.

**a.** ¿El valor truncado es mayor, menor o igual al valor exacto?

**b.** ¿El valor redondeado es mayor, menor o igual al valor exacto? ¿Y respecto del valor truncado?

**c.** ¿Cuál de los dos valores hallados es más cercano al valor exacto?

**d.** ¿Cambiarían los resultados obtenidos en las consignas **a** y **b**, si se considera la aproximación que tenga dos cifras decimales? ¿Por qué?

## PARA RECORDAR

Existen dos métodos principales para hallar una aproximación decimal de un número racional: el truncamiento y el redondeo.

Para **truncar** un número decimal a dos cifras decimales, se toman únicamente las dos primeras cifras decimales y se descartan las restantes. Por ejemplo: la expresión truncada de 2,51678719682 es 2,51.

Para **redondear** un número decimal a dos cifras decimales, también se toman las dos primeras cifras decimales, pero la segunda cifra puede modificarse dependiendo del valor de la tercera cifra decimal. Si la tercera cifra decimal es igual o mayor que cinco, se suma una unidad a la segunda cifra decimal y se eliminan las cifras que siguen a la derecha.

Si la tercera cifra decimal es menor que cinco, la segunda cifra decimal permanece igual y las cifras siguientes se eliminan. Por ejemplo: la expresión redondeada de 2,51678719682 es 2,52.

**6.** Escriban, si es posible, al menos tres números de cinco cifras decimales cuyo correspondiente valor truncado a tres cifras decimales sea 5,673.

**7.** Escriban, si es posible, al menos tres números de cinco cifras decimales cuyo correspondiente valor redondeado a tres cifras decimales sea 6,734.

**8.** Propongan dos números diferentes de manera que al truncar uno de ellos a tres cifras decimales y al redondear el otro, también a tres cifras decimales, den el mismo resultado. Anoten qué tuvieron en cuenta para hallarlos.

**9.** Decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En cada caso justifiquen su elección.

- **a.** El valor truncado de una expresión decimal siempre es menor que el valor exacto.
- **b.** El valor redondeado de una expresión decimal siempre es mayor que el valor exacto.
- **c.** El valor truncado de una expresión decimal nunca puede ser igual al valor redondeado de dicha expresión decimal.
- **d.** El valor redondeado de una expresión decimal siempre es más cercano al valor exacto que el valor truncado.

## PARA PROFUNDIZAR

En este QR tienen disponibles más actividades sobre aproximación decimal de números racionales.

https://bit.ly/4iwCZB7

# Potenciación en Q

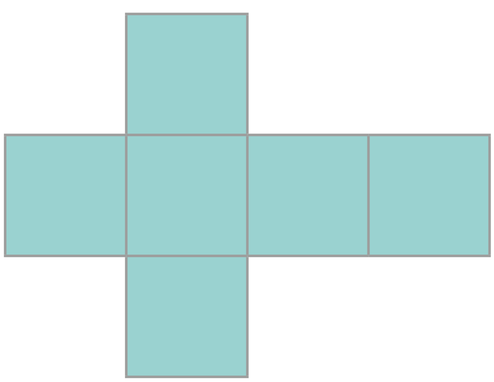
En este apartado, encontrarán una serie de actividades vinculadas con la potenciación en Q.

**1.** Consideren un cuadrado de 1 cm de lado. Imaginen que van a dividirlo de la siguiente manera:

Paso 1: dividen el cuadrado original en cuatro cuadrados iguales.
Paso 2: toman uno de esos cuadrados.
Paso 3: a este último, lo dividen también en cuatro cuadrados iguales.
Paso 4: toman uno de esos cuadrados resultantes.
Paso 5: repiten el procedimiento de dividir en cuatro cuadrados iguales.
Paso 6: toman uno de los cuadrados obtenidos.

**a.** ¿Cuál es el área del cuadrado que se obtuvo en el paso 2?
**b.** ¿Cuál es el área del cuadrado que se obtuvo en el paso 4?
**c.** ¿Qué relación existe entre las áreas de los cuadrados que se obtienen en cada uno de los anteriores pasos mencionados?
**d.** ¿Es posible proponer una cuenta que permita calcular el área del cuadrado generado en el paso 6?

**2.** La siguiente imagen está formada por seis cuadrados de 0,25 m de lado y representan el desarrollo plano de un cubo.



**a.** ¿Qué cuenta pueden hacer para averiguar el área de uno de los cuadrados que forma una de las caras del cubo?
**b.** ¿Y para averiguar cuántos metros cúbicos ocupa el cubo?

**3.** En los casos que sea posible, escriban cada cálculo como una única potencia.

**a.** $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

**b.** $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} =$

**c.** $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$

**d.** $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} =$

**e.** $-\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$

**f.** $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{36} =$

4. Decidan si cada una de las siguientes igualdades son correctas. Expliquen sus respuestas.

a. $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = 3 \cdot \frac{5}{4}$

b. $\frac{2}{10^2} = \frac{4}{100}$

c. $\left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

d. $\frac{5^2}{10} = \frac{25}{100}$

e. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$

f. $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

## PARA RECORDAR

Si *n* es un número natural, elevar un número a la potencia *n* significa multiplicar dicho número, llamado *base*, por sí mismo tantas veces como lo indique el exponente *n*.

Por ejemplo, si se desea elevar al cubo la fracción $\frac{2}{5}$, se debe escribir el número entre paréntesis para que toda la fracción sea elevada a la potencia:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

En este caso, $\frac{2}{5}$ es la base y 3 el exponente.

Si los paréntesis no se utilizan, solo el numerador se eleva al cubo, mientras que el denominador permanece igual:

$$\frac{2^3}{5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5}$$

En este caso, 2 es la base y 3 es exponente.

5. Sin resolver cada una de las potencias, completen los espacios vacíos con los símbolos $<$ (menor) , $>$ (mayor) o $=$ (igual) según corresponda. Luego, expliquen qué tuvieron en cuenta para resolver la actividad.

a. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ ______ $\frac{3^2}{2}$

b. $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ ______ $\frac{1}{4}$

c. $\frac{5}{3}$ ______ $\frac{5}{3^3}$

d. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ ______ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

e. $\left(-\frac{3}{10}\right)^0$ ______ 1

f. $\left(-\frac{125}{100}\right)^2$ ______ $\left(-\frac{125}{100}\right)^3$

## PARA RECORDAR

Al igual que sucede con los números enteros, si se eleva un número racional negativo a un exponente par, el resultado es positivo, y si se eleva a un exponente impar, el resultado es negativo.

Por ejemplo:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \qquad \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

6. Mariana dice que $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$, porque como las bases se están multiplicando, también se deben multiplicar los exponentes. ¿Están de acuerdo con lo que dice Mariana? ¿Por qué? Justifiquen sus respuestas.

7. Salvador afirma que $\left(\frac{2}{5}\right)^6 : \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^4$ y lo explicó en su carpeta de la siguiente forma:

$$\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^6}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^4$$

a. ¿Por qué es correcto lo que dice Salvador? ¿Cómo pueden explicar lo que hizo en su procedimiento?
b. Julia intentó resolver de la misma manera $\left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^3$ pero no llegó al resultado correcto. ¿Por qué creen que sucedió eso? Ayuden a Julia a resolver el cálculo de forma correcta.

## PARA RECORDAR

Si $a$ y $b$ son números enteros distintos de cero y $n$ y $m$ son números enteros, se cumple que:

**I.** $\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$

Por ejemplo: $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1^5}{4^5} = \frac{1}{1.024}$

**II.** $\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

Por ejemplo: $\left(\frac{3}{7}\right)^4 : \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^{4-2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

8. Pedro quiere calcular cuál es el resultado de $\left(\frac{5}{3}\right)^{22} : \left(\frac{5}{3}\right)^{22}$ y su amigo Manu le dijo que cree que la respuesta es 1, porque al realizar la cuenta estará dividiendo a un número por sí mismo. ¿Qué opinan de lo que dijo Manu? ¿Tiene razón? ¿Por qué?

9. Considerando la actividad anterior y la parte II de la sección “Para recordar”, ¿qué ocurre cuando $n = m$ y se aplica esa propiedad? ¿Esto sucede siempre o solo a veces?

10. En la siguiente tabla se registraron algunas potencias de 2:

| $2^4$ | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ | $2^{-1}$ | $2^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4 | | | | |

a. ¿Qué relación existe entre los valores de la segunda fila?
b. A partir de la regularidad que observaron, completen las celdas vacías. Luego, pueden verificar con la calculadora los resultados obtenidos.
c. Escriban en sus carpetas las conclusiones a las que llegaron.

Matemática

**11.** Considerando lo trabajado en la consigna anterior, completen la siguiente tabla en la que se registraron algunas potencias de $\frac{2}{3}$.

| $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^1$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^0$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ | $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{16}{81}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{4}{9}$ | | | | |

**a.** ¿Qué relación existe entre los valores de la segunda fila?
**b.** A partir de la regularidad que observaron, completen las celdas vacías. Luego, pueden verificar con la calculadora los resultados obtenidos.
**c.** Teniendo en cuenta las actividades 10 y 11 de este tema, escriban en sus carpetas las conclusiones a las que llegaron.

**PARA RECORDAR**

Si *a* y *b* son números enteros, cada uno distinto de cero, y *n* es un número natural, se cumple la propiedad:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Como observaron en las actividades anteriores, por ejemplo, $2^{-1} = \frac{1}{2}$, esto nos permite concluir que elevar un número racional a la potencia –1 equivale a calcular su inverso multiplicativo. En otras palabras, el exponente negativo invierte el número (numerador y denominador intercambian posiciones) y, posteriormente, se aplica la potencia correspondiente.

**12.** En cada caso, ¿es posible asignar valores enteros al número *p* para que se cumpla la validez de las siguientes expresiones?

**a.** $\left(-\frac{4}{5}\right)^p = -\frac{64}{125}$

**b.** $(0{,}5)^p = 0{,}25$

**c.** $\left(\frac{4}{3}\right)^p = \frac{9}{16}$

**d.** $\left(\frac{10}{3}\right)^p < \frac{10}{3}$

**e.** $4^p > 4$

**f.** $\left(-\frac{1}{2}\right)^p < 0$

**13.** Para resolver el cálculo $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3$, Juan, Carmela y Luis emplearon las siguientes estrategias:

- Resolución de Juan: $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{9}{16}\right)^3 = \frac{729}{4.096}$
- Carmela buscó en su calculadora el resultado de: $\left(\frac{3}{4}\right)^5$
- Luis escribió en su carpeta: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}\right)$

**a.** ¿Cuál o cuáles de las resoluciones creen que es correcta? Expliquen cómo lo pensaron.

## PARA RECORDAR

Si $a$ y $b$ son números enteros distintos de cero y $n$ y $m$ son números enteros, se cumple que:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{n}\right]^{m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Por ejemplo:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{2}\right]^{3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{6} = \frac{2^6}{5^6} = \frac{64}{15.625}$$

**14.** En los casos que sea posible, escriban cada cálculo como una única potencia utilizando las propiedades de la potenciación. En los casos que crean que no es posible, expliquen por qué.

**a.** $\left[\left(\frac{5}{12}\right)^{4}\right]^{2} =$

**b.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2} =$

**c.** $\left(-\frac{2}{3}\right)^{5} - \left(\frac{2}{3}\right)^{3} =$

**d.** $\left(\frac{5}{4}\right)^{6} : \frac{5}{4} =$

**e.** $\left(\frac{7}{3}\right)^{9} \cdot \left(\frac{9}{7}\right)^{3} =$

**f.** $\left(\frac{8}{5}\right)^{3} + \left(\frac{8}{5}\right)^{4} =$

**15.** Decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen su elección en cada caso.

**a.** Para cualquier valor de $p$ siempre sucede que: $\left(\frac{1}{2}\right)^{p} > \frac{1}{2}$

**b.** Para cualquier valor de $p$ siempre sucede que: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{p} = -\frac{1}{2}^{p}$

**c.** $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} - \left(\frac{a}{b}\right)^{m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

**d.** $\left(-\frac{a}{b}\right)^{3} > \left(-\frac{a}{b}\right)^{2}$

**e.** $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{4}\right]^{3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{4+3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{7}$

# Radicación en Q

En este apartado encontrarán una serie de actividades vinculadas con la radicación en Q.

**1.** Un restaurante posee un salón rectangular de 4,5 metros de largo por 18 metros de ancho. El dueño del local desea realizar una reforma y propone que el nuevo salón sea de forma cuadrada. Si el área total se conserva, ¿cuáles serán las medidas de las dimensiones del nuevo salón?

**2.** Las siguientes potencias están incompletas. Completen cada base con un número racional para que se verifiquen las siguientes igualdades.

**a.** $\_\_\_\_\_\_^{2} = \frac{64}{9}$

**b.** $\_\_\_\_\_\_^{3} = \frac{125}{27}$

**c.** $\_\_\_\_\_\_^{-2} = \frac{16}{49}$

**PARA RECORDAR**

La operación inversa de la potenciación se denomina **radicación**.

Por ejemplo, si se desea calcular la raíz cúbica de $\frac{27}{8}$, esto implica determinar un número racional que, elevado al cubo, sea igual a $\frac{27}{8}$.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}, \text{ porque } \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

Por convención matemática, al calcular una raíz cuadrada se omite escribir el índice 2. Por ejemplo, $\sqrt{16} = 4$, ya que $4^2 = 16$.

**3.** Decidan la validez de cada una de las siguientes expresiones. Expliquen sus respuestas.

**a.** $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{32}{3}$

**b.** $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{16}$

**c.** $\frac{\sqrt{36}}{144} = \frac{6}{12}$

**d.** $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

**e.** $\sqrt[3]{\frac{27}{216}} = \frac{3}{72}$

**4.** Pablo utilizó la siguiente estrategia para calcular algunas raíces cuadradas de números racionales.

$$\sqrt{\frac{196}{144}} = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot \frac{49}{16}} = \sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{14}{12}$$

**a.** Expliquen el procedimiento que utilizó Pablo.

**b.** Las siguientes resoluciones están incompletas. Utilizando la estrategia de Pablo, terminen de calcular cada una de las raíces cuadradas.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

I. $\sqrt{\frac{400}{576}} = \sqrt{\frac{25}{9} \cdot \frac{\square}{\square}} =$ ______________________

II. $\sqrt{\frac{100}{196}} = \sqrt{\frac{25}{4} \cdot \frac{\square}{\square}} =$ ______________________

c. ¿En qué casos no se puede utilizar esta estrategia? Propongan un ejemplo y explíquenlo.

## PARA RECORDAR

La radicación es distributiva respecto de la multiplicación de números racionales.
Por ejemplo:

$$\sqrt{\frac{9}{81} \cdot \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{9}{81}} \cdot \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{18}$$

La radicación es distributiva respecto de la división de números racionales.
Por ejemplo:

$$\sqrt{\frac{4}{49} : \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{4}{49}} : \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{2}{7} : \frac{5}{3} = \frac{6}{35}$$

**5.** Decidan si cada una de las siguientes resoluciones son correctas o no. En el caso que la resolución sea incorrecta, resuelvan el cálculo correctamente.

a. $\sqrt{\frac{81}{4} : \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{81}{4}} : \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{9}{2} : \frac{4}{5} = \frac{45}{8}$

b. $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{64}} = \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

c. $\sqrt{\frac{144}{9} - \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{144}{9}} - \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{12}{3} - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

d. $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$

# Estimación de resultados que involucran números racionales

Aquí deberán resolver una serie de consignas vinculadas a la estimación de resultados en problemas que involucran números racionales.

**1.** Sin hacer las cuentas de cada una de las filas de las siguientes tablas, anticipen entre qué números se encuentra el resultado de cada cálculo, teniendo en cuenta las opciones que se ofrecen. Luego comprueben con la calculadora y expliquen qué tuvieron en cuenta para resolver la actividad.

**Tabla A**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2{,}75 \cdot 74$ | Entre 70 y 80 | Entre 100 y 200 | Entre 200 y 300 |
| $12{,}5 \cdot 2{,}9$ | Entre 70 y 80 | Entre 100 y 200 | Entre 200 y 300 |
| $22 \cdot 12{,}15$ | Entre 70 y 80 | Entre 100 y 200 | Entre 200 y 300 |
| $23{,}85 \cdot 3{,}1017$ | Entre 70 y 80 | Entre 100 y 200 | Entre 200 y 300 |

**Tabla B**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $0{,}48 \cdot 79$ | Entre 2 y 3 | Entre 20 y 30 | Entre 30 y 40 |
| $106{,}23 \cdot 0{,}24$ | Entre 2 y 3 | Entre 20 y 30 | Entre 30 y 40 |
| $0{,}09 \cdot 28{,}7$ | Entre 2 y 3 | Entre 20 y 30 | Entre 30 y 40 |
| $0{,}009 \cdot 2.876{,}12$ | Entre 2 y 3 | Entre 20 y 30 | Entre 30 y 40 |

**2.** A partir de lo trabajado en la actividad anterior, respondan:
**a.** ¿Qué diferencias hay entre los factores que comprenden las multiplicaciones de la tabla A con los de la tabla B?
**b.** ¿Qué regularidades es posible identificar en cada tabla a partir de las selecciones que hicieron y de los números involucrados en cada cálculo?

**3.** Para los cálculos que integran la tabla que sigue es posible encuadrar el resultado de cada uno de ellos sin la necesidad de recurrir al uso de algoritmos y sin hacer la totalidad de las operaciones. A partir de esto, señalen con azul aquellos que dan como resultado un número entre 1 y 2; con color rojo, los que tienen como resultado un número entre 2 y 3; y por último, con verde, los que dan entre 3 y 4.

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{47}{11} \cdot \frac{11}{47} + 2{,}5$ | $\frac{351}{700} + 1$ | $\frac{78}{51} : \frac{78}{51} + 2{,}543$ |
| $\frac{7}{10.000} + 2$ | $\frac{78}{51} : \frac{78}{51} + \frac{22}{23}$ | $\frac{99}{71} \cdot \frac{71}{99} - 0{,}165$ |

## PARA RECORDAR

Cuando en una potencia la base es una fracción positiva **menor que 1** y el exponente es un **número natural mayor que 1**, el resultado obtenido es una fracción **menor** que la base de la potencia.

Por ejemplo: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$. En este caso, multiplicar repetidamente por $\frac{1}{2}$ es equivalente a dividir por 2 en cada paso. Por eso, el resultado $\frac{1}{8}$ es menor que la base $\frac{1}{2}$.

**4.** Sabiendo que *c* representa cualquier número entero, indiquen en cada caso si es posible asignarle algún valor para que se cumplan las igualdades o desigualdades propuestas.

**a.** $\left(\frac{3}{4}\right)^c = \frac{4}{3}$

**b.** $0{,}1^c = 100$

**c.** $\left(\frac{3}{4}\right)^c < \frac{3}{4}$

**d.** $\left(\frac{5}{3}\right)^c = -1$

**e.** $(1{,}7)^c < 1{,}7$

**f.** $(0{,}26)^c < 0{,}26$

**g.** $9 = (0{,}\widehat{3})^c$

**5.** Sin resolver cada una de las potencias, completen los espacios vacíos con los símbolos < (menor), > (mayor) o = (igual), según corresponda. Luego expliquen qué tuvieron en cuenta para resolver la actividad.

**a.** $(0{,}7)^5$ ______ $(0{,}7)^3$

**b.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{12}$ ______ $\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$

**c.** $\left(\frac{5}{9}\right)^{15}$ ______ $\left(\frac{5}{9}\right)^{11}$

**d.** $(1{,}3)^5$ ______ $(1{,}3)^{17}$

**e.** $\left(\frac{2}{9}\right)^{52}$ ______ $\left(\frac{2}{9}\right)^{52} \cdot \frac{2}{9}$

# Modelización de situaciones que involucran el uso de números racionales

Finalmente, en este capítulo tendrán que resolver una serie de consignas para la modelización de situaciones que involucran el uso de números racionales, considerando diferentes escrituras (especialmente, la notación científica).

**1.** La distancia entre la Tierra y el Sol es de aproximadamente 150.000.000 kilómetros. Dicha distancia fue definida por la Unión Astronómica Internacional como una **unidad astronómica** (1 AU). Es decir, 1 AU equivale a 150.000.000 km.

**a.** Expresen en kilómetros las distancias entre los siguientes cuerpos celestes del sistema solar:

| | | |
|---|---|---|
| **Distancia Sol - Tierra** | 1 AU | 150.000.000 km |
| **Distancia Sol - Marte** | 1,52 AU | |
| **Distancia Sol - Júpiter** | 5,20 AU | |
| **Distancia Sol - Urano** | 19,22 AU | |
| **Distancia Sol - Neptuno** | 30,06 AU | |

**2.** La distancia de un cuerpo celeste al Sol es de 89 AU. Mauricio utilizó la calculadora para expresar esa distancia en kilómetros. Ingresó en la calculadora la cuenta $89 \times 150.000.000$ y en el visor apareció la expresión $1,335 \times 10^{10}$.

**a.** ¿Por qué creen que aparece esa potencia en el resultado que ofrece la calculadora?

**b.** ¿Cuál es la ventaja de escribir este tipo de expresiones?

**c.** En la calculadora de Mauricio, luego de ingresar una multiplicación, apareció en el visor $1,293 \times 10^{11}$. Indiquen con cuál de los siguientes números es equivalente la expresión anterior. Expliquen su decisión.

- 12.930.000.000
- 129.300.000.000.000
- 129.300.000.000

**3.** El peso de un átomo de oxígeno es de $2,66 \times 10^{-23}$g.

**a.** La expresión decimal correspondiente al peso del átomo mencionado, ¿es un número menor o mayor que 2,66? ¿Cómo se dieron cuenta?

**b.** Escriban la expresión decimal correspondiente al peso de dicho átomo.

**4.** Realicen los siguientes cálculos mentalmente y luego con la calculadora.

| Cálculo | Resolución del cálculo mental | Resolución con la calculadora |
|---|---|---|
| $2,5 \times 1.000.000.000$ | | |
| $6,72 \times 10.000.000.000$ | | |
| $3 \times 0,00000000001$ | | |

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

## PARA RECORDAR

Las calculadoras tienen un visor que les permite mostrar números hasta cierta cantidad de dígitos. Cuando un número tiene más dígitos de los que la calculadora puede mostrar, muchas recurren a la **notación científica** para representarlo.

Por ejemplo: el número $1{,}5 \times 100.000.000.000$ podría aparecer en el visor de la calculadora como $1{,}5 \times 10^{11}$.

Cuando un número se escribe de la forma $a \times 10^n$, donde $1 \leq a < 10$ y $n$ es un número entero, se dice que el número está expresado en notación científica.

**5.** **a.** ¿Cuáles de las siguientes escrituras son equivalentes a $3{,}3 \times 100.000.000.000$?

**I.** $33 \times 10^{11}$
**II.** $3{,}3 \times 10^{11}$
**III.** $3 \times 10^{1}$
**IV.** $33 \times 10^{10}$

**b.** ¿Cuál o cuáles de las escrituras de la consigna anterior expresan el resultado en notación científica?

**6.** Expresen los siguientes números en notación científica.

**a.** $354{,}66 =$
**b.** $18.000.000.000 =$
**c.** $0{,}000000009 =$
**d.** $670.000.000.000.000 =$

**7.** **a.** Ordenen de menor a mayor los siguientes números expresados en notación científica:

- $3{,}4 \times 10^{8}$
- $5{,}4 \times 10^{-7}$
- $3{,}4 \times 10^{14}$
- $3{,}4 \times 10^{-7}$
- $4{,}3 \times 10^{5}$
- $8{,}2 \times 10^{-14}$

**b.** Expliquen la estrategia que utilizaron para ordenar los números de la consigna anterior.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas que estudiaron con estas actividades, e incluyan ejemplos de lo que aprendieron. Las siguientes preguntas los ayudarán a pensar:

**a.** ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
**b.** ¿Qué conceptos o ideas nuevas aprendieron?
**c.** ¿Qué conceptos o ideas ya recordaban de los años anteriores?
**d.** ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?
**e.** ¿Qué características diferencian al conjunto de los números racionales con el conjunto de los números enteros?

# Geometría I

## El juego de los cuadriláteros

Para jugar de a dos, por turnos individuales.

Estas son cuatro tarjetas con números (1, 2, 3 y 4) que se refieren a diferentes cuadriláteros.

| | |
|---|---|
| **1** ABCD es un paralelogramo | **2** ABCD es un rectángulo |
| **3** ABCD es un rombo | **4** ABCD es un cuadrado |

En la página siguiente, se presentan otras ocho tarjetas con letras (de la A a la H) que incluyen diferentes afirmaciones que hacen referencia a estas primeras cuatro tarjetas.

- Por turno, uno de los integrantes de la pareja deberá elegir una de las siguientes tarjetas con letras e indicar si la afirmación que contiene es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.
- Toda tarjeta que sea elegida queda descartada para turnos posteriores.
- En caso de que la respuesta dada sea correcta, el integrante que haya elegido la tarjeta sumará un punto.
- Para sumar el punto, ambos integrantes deberán acordar acerca de lo afirmado por el jugador del turno correspondiente.
- Ganará quien sume más puntos en la pareja luego de que las ocho tarjetas con letras hayan sido usadas.

| A | B |
|---|---|
| Si ABCD cumple 1, también cumple 2. | Si ABCD cumple 2, también cumple 3. |

| C | D |
|---|---|
| Si ABCD cumple 3, también cumple 4. | Si ABCD cumple 4, también cumple 3. |

| E | F |
|---|---|
| Si ABCD cumple 4, también cumple 2. | Si ABCD no cumple 3, tampoco cumple 2. |

| G | H |
|---|---|
| Si ABCD no cumple 2, tampoco cumple 1. | Si ABCD no cumple 1, tampoco cumple 4. |



## Para después de jugar:

**a.** Vinculen cada una de las siguientes propiedades con las figuras que las cumplen.

**Propiedades**

- Sus ángulos opuestos son congruentes.
- Sólo un par de ángulos opuestos son congruentes.
- Sus lados opuestos son paralelos.
- Sólo un par de lados opuestos son paralelos.
- Todos sus ángulos son congruentes.
- Sus diagonales son perpendiculares entre sí.
- Sus diagonales se cortan en su punto medio.
- Sus diagonales son congruentes.
- Todos sus lados son congruentes.

**Figuras**

- Paralelogramo
- Rectángulo
- Rombo
- Cuadrado
- Trapecio
- Romboide

**b.** ¿Qué figura cumple con la mayor cantidad de propiedades?

**c.** ¿Alguna figura tiene propiedades distintivas que no comparte con otras figuras?

**d.** ¿Qué propiedades son comunes a diferentes figuras?

# Construcción de paralelogramos

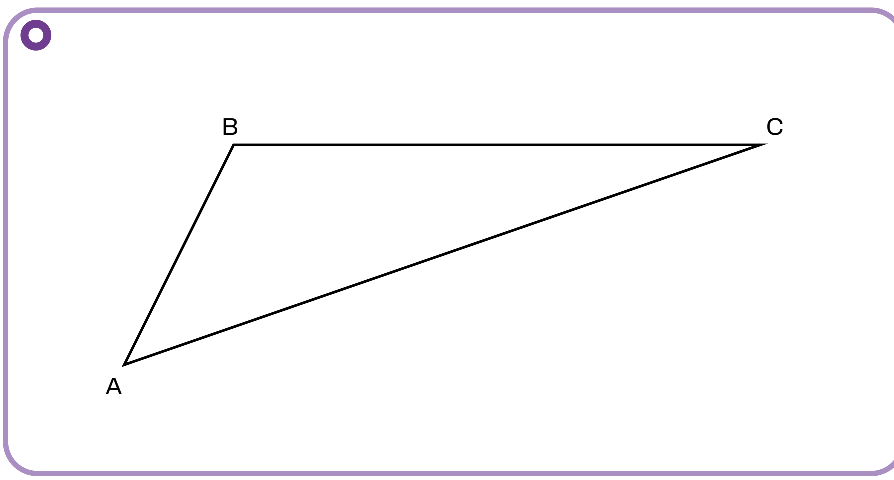
A continuación, encontrarán una serie de consignas en las que deberán trabajar construyendo distintos cuadriláteros.

1. Construyan un paralelogramo sabiendo que un lado mide 5 cm y el otro lado, 3 cm. ¿Cuántos paralelogramos es posible construir? ¿Por qué?

2. Con regla no graduada, compás y transportador construyan un paralelogramo que tenga un lado de 4,5 cm, otro lado de 7 cm y el ángulo comprendido por esos lados sea de 40 °. El paralelogramo construido, ¿es único?

3. Construyan, si es posible, un paralelogramo con los datos que se proponen:
   - **a.** Un lado de 5 cm, uno de los ángulos que se apoya sobre ese lado de 20° y el otro ángulo que se apoya sobre ese lado de 160°.
   - **b.** Un lado de 4 cm, uno de los ángulos que se apoya sobre ese lado de 30° y el otro ángulo que se apoya sobre ese lado de 120°.

4. A partir del siguiente triángulo ABC, construyan un paralelogramo.




   - **a.** ¿Es posible construir más de un paralelogramo distinto partiendo del triángulo ABC? ¿Por qué?
   - **b.** A partir del paralelogramo que construyeron, justifiquen por qué:

   - Sus lados opuestos son congruentes.
   - Sus ángulos opuestos son congruentes.
   - Dos ángulos consecutivos son suplementarios.

5. Construyan, con regla no graduada y compás, un paralelogramo sabiendo que un lado mide 4 cm y que sus diagonales miden 5 cm y 6 cm respectivamente.

6. Construyan un paralelogramo que tenga un lado de 6 cm, su altura relativa de 4 cm y una diagonal que mida 8 cm. ¿El paralelogramo construido es único? ¿Por qué?

7. Construyan un paralelogramo que tenga 5 cm de base, 4 cm de altura y uno de sus ángulos interiores sea de 45°. ¿El paralelogramo construido será único?

**8.** **a.** En un paralelogramo ABCD, el ángulo $\hat{A}$ mide el doble que el ángulo $\hat{D}$. ¿Es posible averiguar la amplitud de cada uno de los ángulos del paralelogramo? Si es posible, realicen la construcción.

**b.** En otro paralelogramo, uno de sus ángulos es recto. ¿Cuánto miden los otros tres ángulos?

**9.** Construyan un cuadrilátero ABCD a partir del siguiente instructivo:

- Construyan dos circunferencias con centro P y radios de 3 cm y 4 cm respectivamente.
- Tracen un diámetro de cada circunferencia y llamen A, C y B, D a sus extremos, respectivamente. Los diámetros no deben estar superpuestos.

¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCD? ¿Por qué?

## PARA RECORDAR

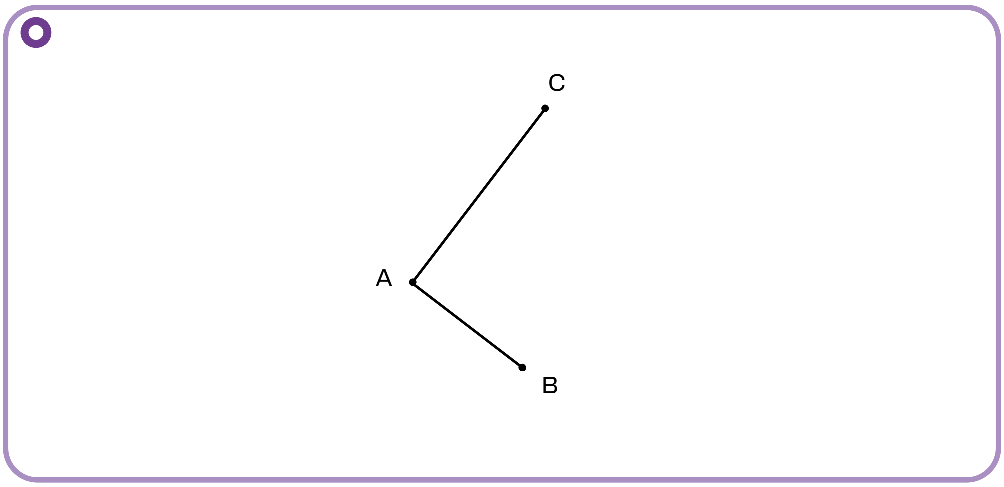
En todo **paralelogramo** se cumple que:

- Los lados opuestos son congruentes y paralelos.
- Los ángulos opuestos son congruentes.
- Dos ángulos consecutivos suman 180°.
- Los ángulos interiores suman 360°.
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios.
- Tiene dos alturas, una por cada par de lados paralelos.

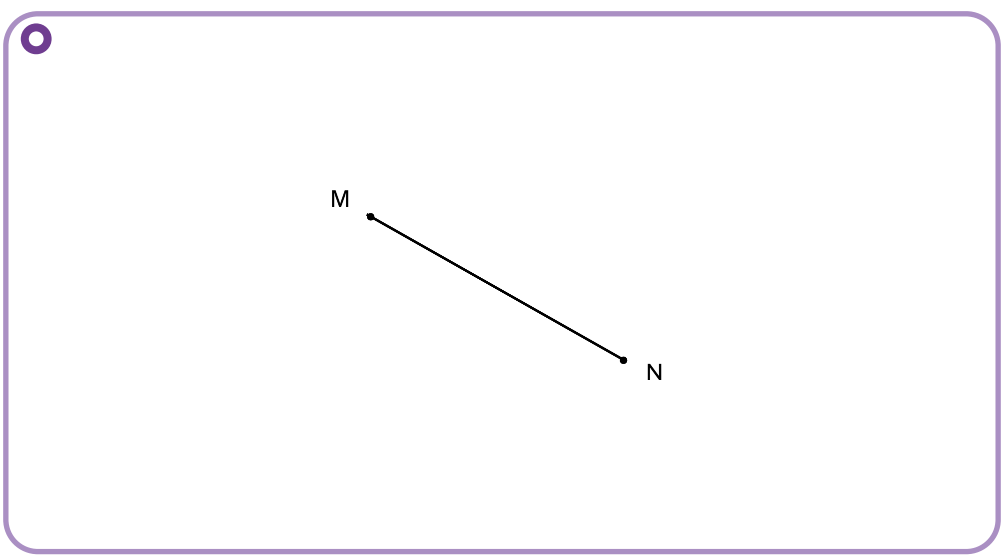
# Construcción de rectángulos, rombos y cuadrados

En las actividades que siguen deberán trabajar con la construcción de rectángulos, rombos y cuadrados.

**1.** Estos segmentos representan dos lados consecutivos de un rectángulo y el ángulo comprendido entre ellos. Completen la figura usando regla no graduada y compás.




**2.** El segmento MN es una de las diagonales de un rectángulo. Usando regla y compás, construyan el rectángulo.

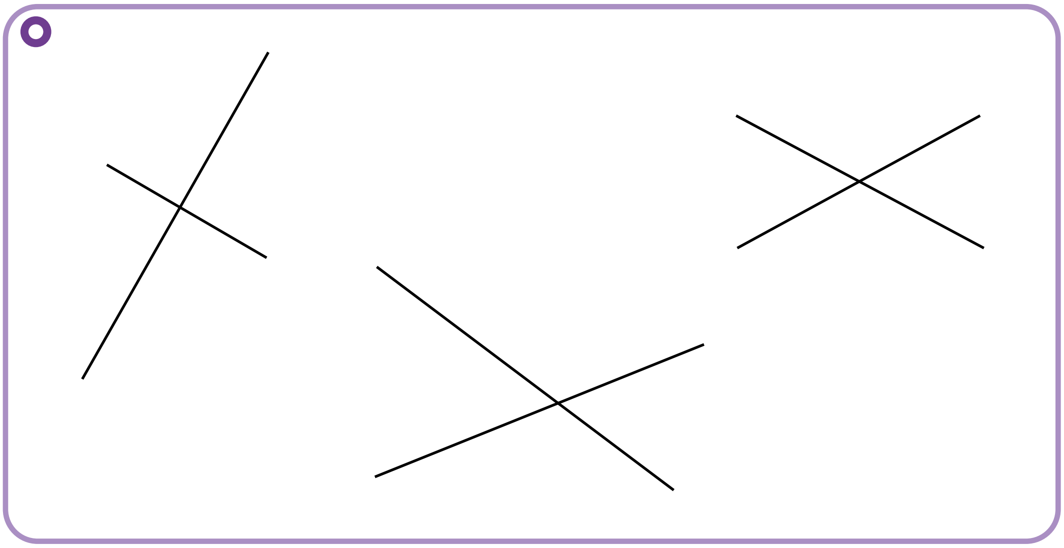



Comparen sus construcciones con las de sus compañeros. ¿Son congruentes?

**3.** Construyan un rectángulo sabiendo que un lado mide 4 cm y una diagonal mide 7 cm. ¿La figura construida es única? ¿Por qué?

**4.** Construyan un rectángulo sabiendo que una diagonal mide 8 cm y el ángulo que forma con uno de los lados es de 40°. ¿La figura construida es única? ¿Por qué?

**5.** **a.** ¿Pueden anticipar, sin realizar el dibujo, cuáles de los siguientes pares de segmentos pueden representar las diagonales de un rectángulo? Expliquen cómo se dieron cuenta.



**b.** En los casos que no pueden ser diagonales de un rectángulo, indiquen cómo los modificarían para que sí lo sean.
**c.** ¿Existen cuadriláteros con diagonales congruentes que no sean rectángulos?

**6.** Construyan el cuadrilátero ABCD a partir del siguiente instructivo y luego respondan las preguntas.

- Tracen un segmento AC de 6 cm y marquen su punto medio; llámenlo M.
- Tracen un segmento BD de 3 cm, perpendicular al segmento AC, de modo que M también sea su punto medio.
- Unan, en orden, los puntos A, B, C y D.

**a.** ¿Qué tipo de cuadrilátero es ABCD? ¿Por qué?
**b.** ¿Qué medida cambiarían para que la figura ABCD sea un cuadrado? Expliquen su decisión.

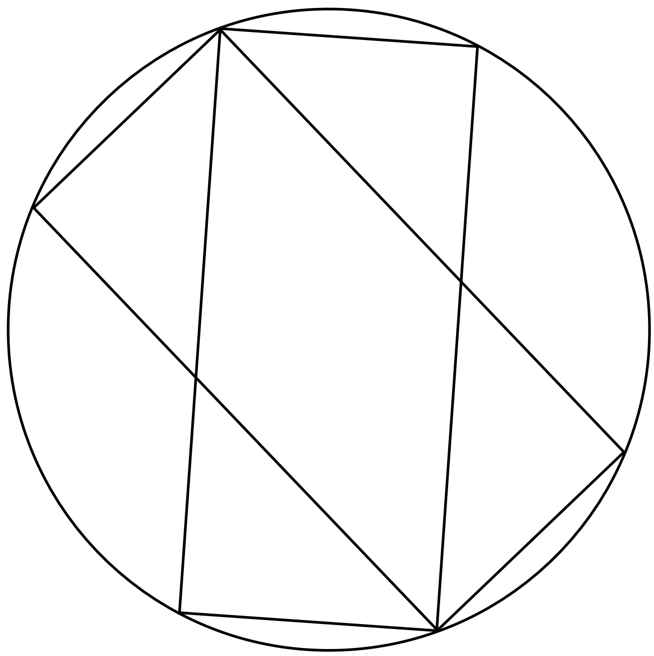
**7.** Construyan un rombo que tenga una diagonal de 6 cm. Expliquen por qué la construcción no es única. ¿Qué información deberían agregar para que sí lo fuera?

**8.** De a dos, discutan si las siguientes afirmaciones resultan verdaderas o falsas, justificando en cada caso:
**a.** Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en dos triángulos equiláteros.
**b.** Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos rectángulos.
**c.** Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en dos triángulos isósceles iguales.

**9.** Construyan una circunferencia con el compás. Luego, si es posible, dibujen un cuadrado inscripto en la circunferencia. Esto quiere decir que los vértices del cuadrado son puntos que pertenecen a la circunferencia.

**10.** ¿Pueden los cuatro vértices de un paralelogramo pertenecer a una misma circunferencia? ¿Por qué?

**11.** Copien la siguiente figura, usando regla y compás. Luego, expliquen cómo lo hicieron.





**PARA RECORDAR**

Las figuras **rectángulo**, **cuadrado** y **rombo** son **paralelogramos** y, por lo tanto, comparten las características de todo paralelogramo.

Además:

- Las diagonales de un rectángulo miden lo mismo y se cortan en sus puntos medios.
- Las diagonales de un rombo se cortan en sus puntos medios y son perpendiculares entre sí.
- Las diagonales de un cuadrado miden lo mismo, se cortan en sus puntos medios y son perpendiculares entre sí.

**12.** ABCD es un cuadrilátero y E, F, G y H son los puntos medios de cada uno de sus lados. Construyan ABCD de forma tal que el cuadrilátero EFGH sea:

**a.** Un rombo.
**b.** Un rectángulo.

**13.** En cada uno de los siguientes casos, construyan un trapecio isósceles sabiendo que:

**a.** Una diagonal mide 5 cm.
**b.** Una diagonal mide 5 cm y una de las bases mide 7 cm.
**c.** Una diagonal mide 5 cm y el ángulo que forma con una de las bases es de 20°.

- ¿Existe una única forma de construir el trapecio en cada caso? ¿Por qué?

14. Decidan si cada una de las afirmaciones es verdadera o es falsa. Expliquen por qué, en cada caso.
   a. Para que la construcción de un paralelogramo sea única, basta con saber la medida de dos lados.
   b. Es posible construir un único rectángulo a partir de conocer las medidas de sus diagonales.
   c. Es posible dibujar dos rombos diferentes que tengan, cada uno, una diagonal de 4 cm.
   d. Todo cuadrilátero que tiene sus diagonales perpendiculares es un cuadrado.

15. Para sistematizar las propiedades de los cuadriláteros que estudiaron, les proponemos que completen la siguiente tabla, indicando en cada casillero las figuras que cumplen con las propiedades indicadas.

| | | **Las diagonales son perpendiculares** | | **Las diagonales no son perpendiculares** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Tiene dos pares de lados paralelos | Tiene un par de lados paralelos | Tiene dos pares de lados paralelos | Tiene un par de par de lados paralelos |
| **Las diagonales tienen medidas diferentes** | Una diagonal es cortada en su punto medio | | | | |
| | Las dos diagonales se cortan en su punto medio | | | | |
| **Las diagonales tienen medidas iguales** | Una diagonal es cortada en su punto medio | | | | |
| | Las dos diagonales se cortan en su punto medio | | | | |

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

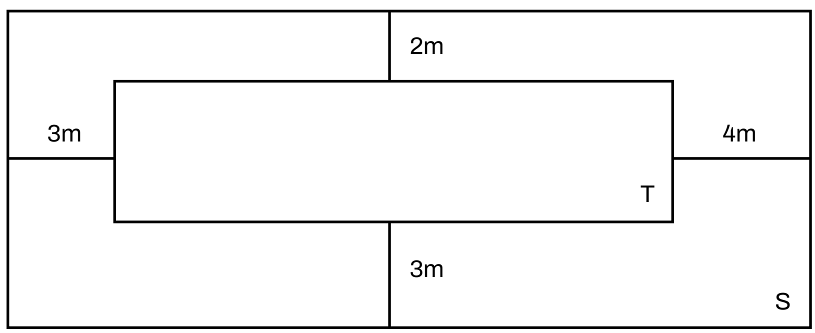
Matemática

# Perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros

En las siguientes actividades trabajarán calculando y comparando perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros.

**1.** Construyan un rectángulo con una base que mida 10 cm y una altura de 6 cm. Llámenlo A. Luego, construyan un rectángulo cuya base mida el doble de la de A y cuya altura sea de igual medida que la de A; llámenlo B. ¿Es cierto que el rectángulo B tiene el doble de perímetro que el A? ¿Cómo pueden asegurarlo sin hacer las cuentas?

**2.** El siguiente diagrama muestra dos rectángulos, S y T, cuyos lados son respectivamente paralelos.



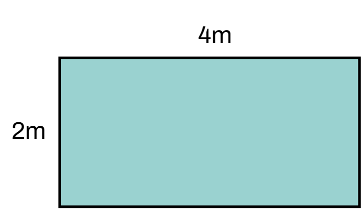

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre la relación entre los perímetros de los rectángulos?

**a.** El perímetro del rectángulo S es igual al perímetro del rectángulo T más 12 metros.
**b.** La diferencia entre el perímetro del rectángulo S y el perímetro del rectángulo T es igual a 24 metros.
**c.** Si se duplican las medidas de los lados de cada rectángulo, la diferencia entre sus perímetros no cambia.

## PARA RECORDAR

El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados. El **área** de una figura es la medida de la superficie que ocupa.

**3.** Dibujen una figura que tenga el doble de perímetro que la siguiente.




Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

a. ¿Es verdad que la figura que dibujaron tiene el doble del área del rectángulo dado? Si la respuesta es sí, expliquen por qué. Si la respuesta es no, indiquen cómo podrían cambiar las medidas del rectángulo que dibujaron para que su área sea el doble de la del rectángulo dado.
b. ¿Cuánto deberían medir los lados de un rectángulo para que su área triplique el valor del área del rectángulo dado? ¿Es única la respuesta? ¿Por qué?

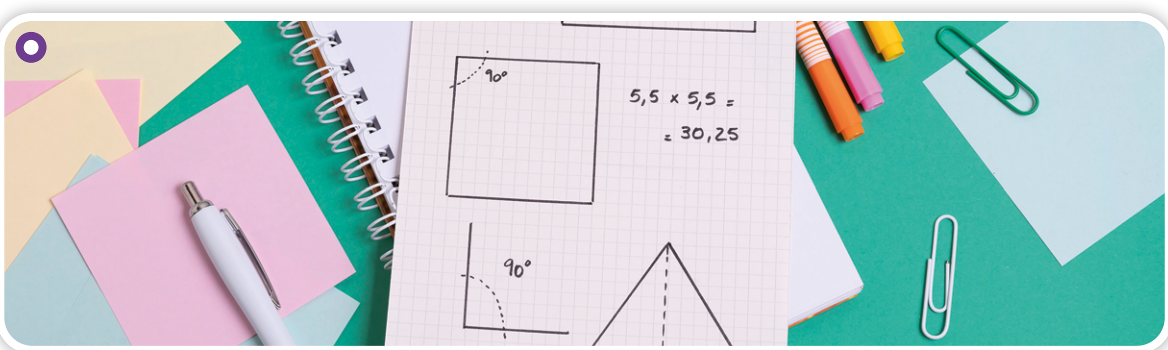
4. Indiquen cuál o cuáles de estas afirmaciones son correctas.
a. Dos figuras con la misma área tienen siempre el mismo perímetro.
b. Si la medida del perímetro de una figura aumenta, también aumenta la medida de su superficie.
c. Si dos figuras tienen igual perímetro, pueden tener igual área.
d. Dos figuras con diferente área pueden tener igual perímetro.

5. Dibujen un rectángulo cuya base mida 4 cm y cuya altura mida 5 cm. Luego, dibujen las figuras solicitadas y expliquen en cada caso cómo lo hicieron.
a. Un rectángulo cuya superficie mida el doble de la superficie del rectángulo que dibujaron inicialmente.
b. Un rectángulo cuya área sea la mitad del área del rectángulo que dibujaron en la primera consigna.
c. Un triángulo cuya área sea la mitad del área del rectángulo que dibujaron en la primera consigna.
d. Un triángulo cuya área sea la misma que el área del rectángulo que dibujaron en la primera consigna.

6. El área de un rectángulo es de 20 $cm^2$. Se construye otro rectángulo cuya base y altura miden el doble que la base y altura del rectángulo anterior. ¿Cuál es el valor del área del nuevo rectángulo? Expliqué cómo lo pensaron.

7. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa y expliquen por qué.
- Si se duplican las medidas de la base y de la altura de un rectángulo, su perímetro se duplica.
- Si se duplican las medidas de la base y de la altura de un rectángulo, su área se duplica.

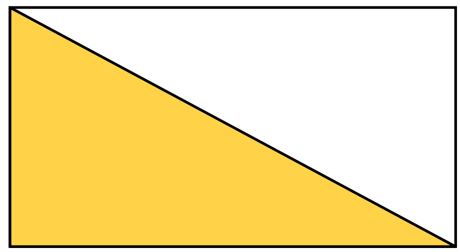
8. Un rectángulo tiene un área igual a 15 cuando se toma como unidad de medida un cuadrado de lado 1.
a. ¿Cuál será su área, si se toma como unidad de medida un cuadrado de lado 3?
b. ¿Y si se toma como unidad de medida un cuadrado de lado $\frac{1}{3}$?




Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Matemática

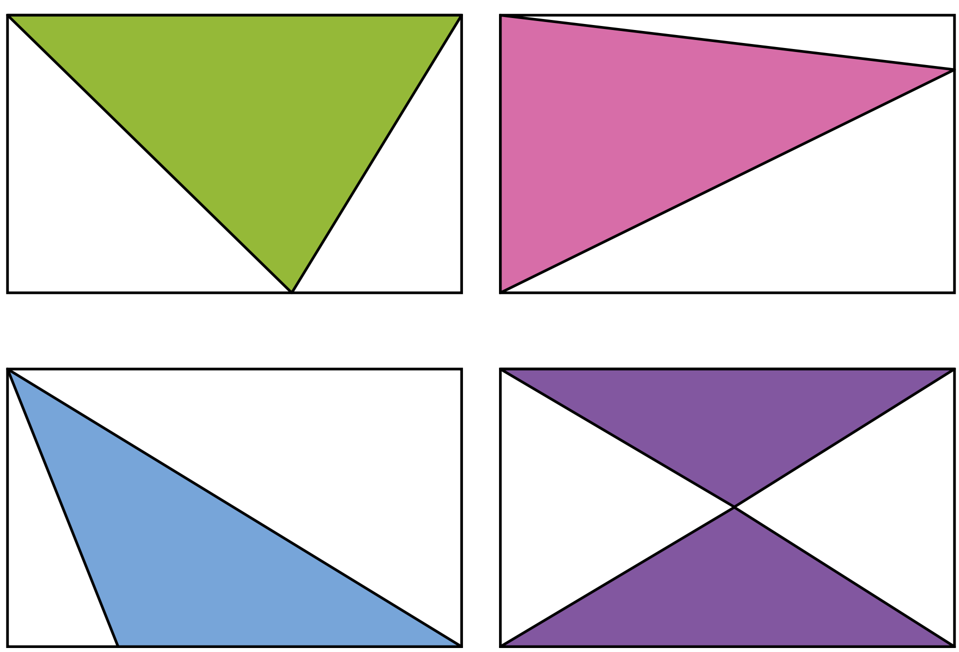
9. Sin usar instrumentos de medición (por ejemplo, regla graduada), comparen la medida de la superficie de la región amarilla con la medida de la superficie de la región blanca del siguiente rectángulo. ¿Son iguales dichas medidas? ¿Cómo lo saben?



**PARA RECORDAR**

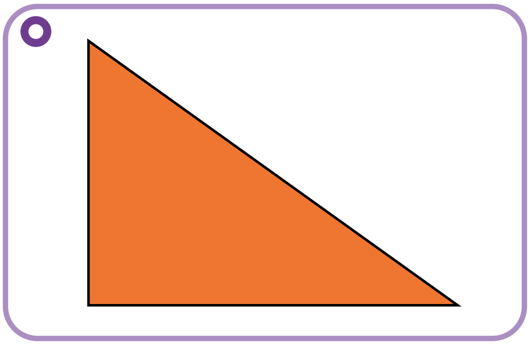
La diagonal de todo rectángulo lo secciona o divide en dos triángulos congruentes.

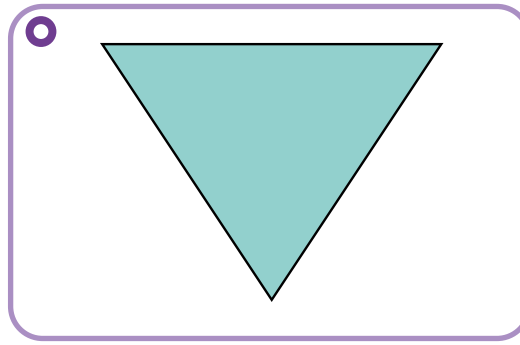
10. Los rectángulos presentados a continuación son congruentes y presentan diversas regiones pintadas.

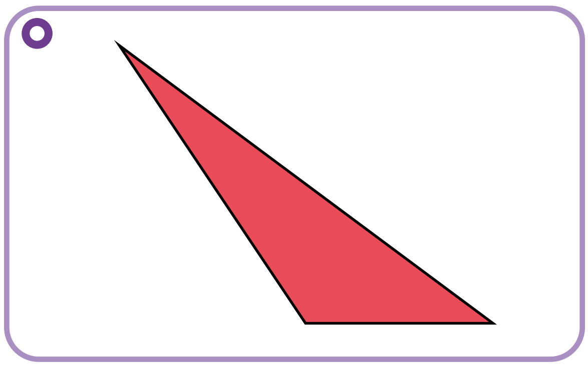


a. Comparen las superficies de las cuatro regiones pintadas en cada rectángulo. ¿Cuáles tienen la misma medida? ¿Cómo lo saben?
b. ¿Cuál de los rectángulos tiene la región pintada con superficies de menor medida? Expliquen su respuesta.
c. Determinen una manera de pintar una región que tenga la cuarta parte del área del rectángulo. ¿Existen otras posibilidades? ¿Por qué?

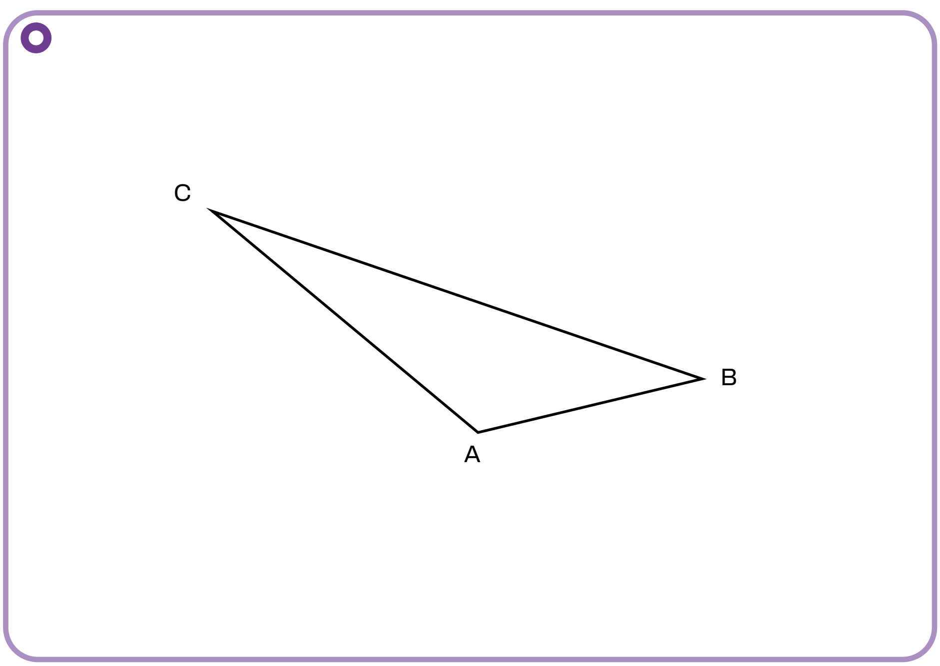
**11.** Dibujen, en cada caso, un rectángulo que tenga el doble del área que el triángulo indicado.







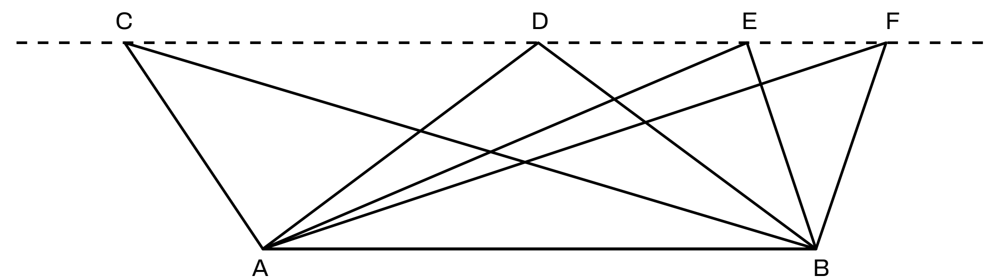
**12. a.** Sobre cada lado del triángulo ABC dibujen un rectángulo de forma tal que el triángulo y cada rectángulo compartan un lado y que cada cuadrilátero tenga el doble del área del triángulo.




**b.** ¿Es verdad que si el triángulo ABC es isósceles, entonces dos de los rectángulos pedidos en la consigna anterior van a ser siempre congruentes, y el otro, diferente? ¿Por qué?

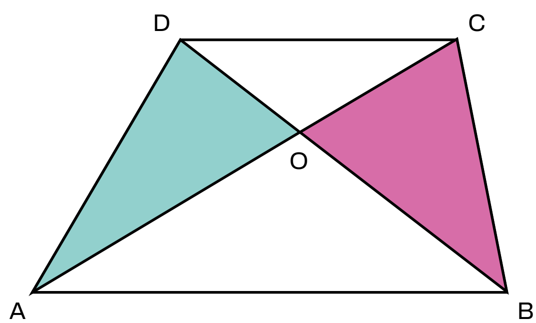
**c.** ¿Cómo tiene que ser el triángulo para que los tres rectángulos sean congruentes?

**13.** Observen la siguiente imagen y luego respondan.

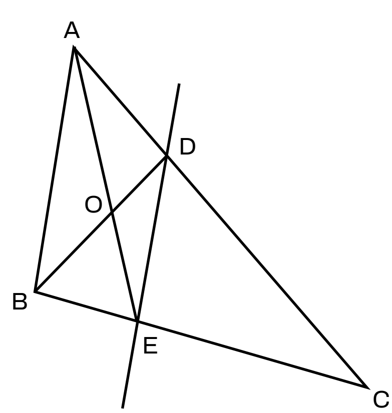



Sabiendo que la recta punteada es paralela al lado común de los triángulos, ¿por qué es posible asegurar que todos los triángulos tienen igual medida de área?

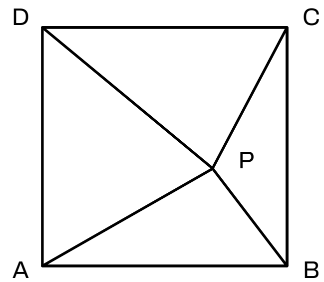
**14.** Sabiendo que el lado AB es paralelo al lado CD, comparen las superficies de los triángulos AOD y BOC. ¿Tienen igual o diferente medida? ¿Por qué?




**15.** ABC es un triángulo, y la recta que pasa por los puntos D y E es paralela al lado AB. Comparen las áreas de los triángulos AEC y BDC. ¿Son iguales o son diferentes? ¿Por qué?



**16.** Consideren el cuadrado ABCD y un punto P dentro de él. Al unir P con los vértices A, B, C y D quedan determinados cuatro triángulos. Según dónde se ubique el punto P, se cumplirán o no ciertas condiciones sobre estos triángulos.

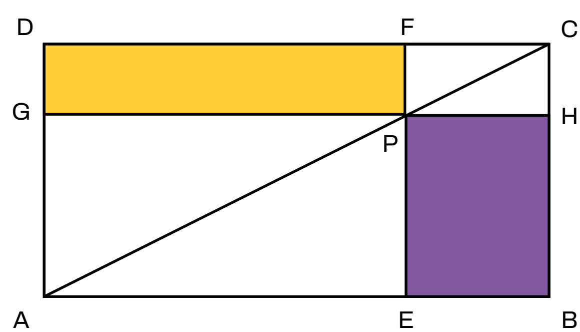



Analicen dónde habrá que ubicar el punto P dentro del cuadrado para lograr que:

**a.** El área del triángulo APB sea mayor que el área del triángulo DPC.

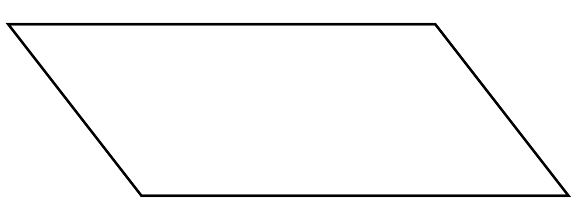
**b.** La suma de las áreas de ABP y CDP sea mayor que la suma de las áreas de los otros dos triángulos.

**17.** ABCD es un rectángulo. Se considera un punto P sobre la diagonal AC. Se trazan por P: el segmento EF, paralelo al lado BC; y el segmento GH, paralelo al lado AB.




¿Dónde hay que ubicar el punto P para que el área del rectángulo DGPF sea mayor que el área del rectángulo PEBH?

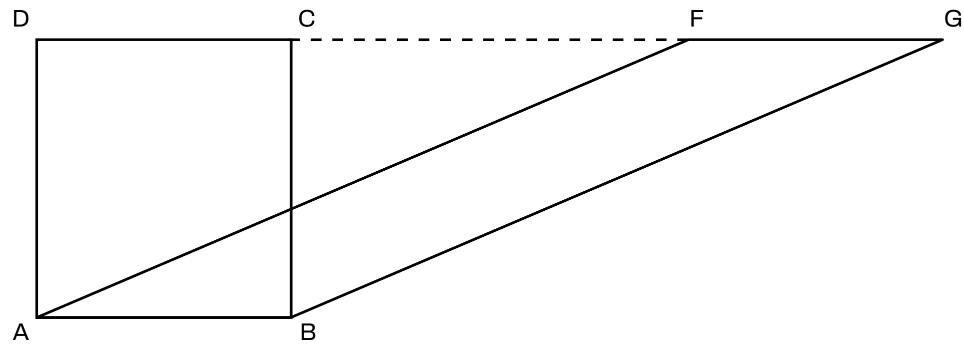
**18.** Dibujen un rectángulo que tenga la misma área que el siguiente paralelogramo.



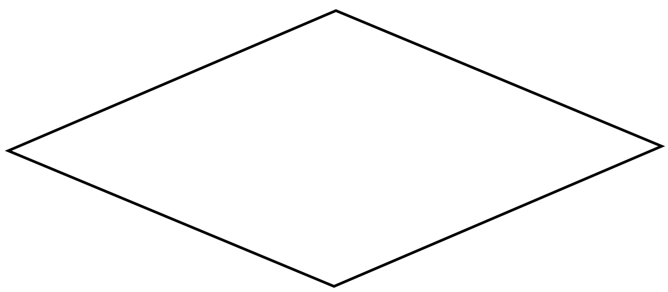
Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

**19.** Dados el rectángulo ABCD y el paralelogramo ABGF, ¿es posible asegurar que ambos cuadriláteros tienen la misma área? ¿Por qué?



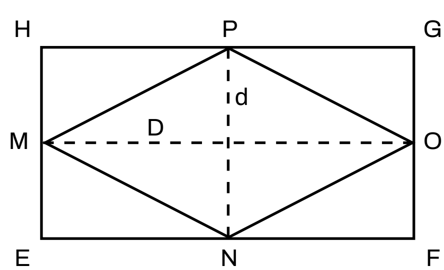

**20.** Dibujen un rectángulo con la misma área que el siguiente rombo.



**21.** **a.** ¿Qué relación hay entre el área del rectángulo EFGH y el área del rombo MNOP?

**b.** Expresen el área del rectángulo EFGH en función de las diagonales D y d del rombo MNOP.

**c.** Expresen el área del rombo MNOP en función de sus diagonales D y d.




**d.** A partir de lo que respondieron en las consignas **b** y **c**, ¿se verifica lo respondido en la consigna **a**?

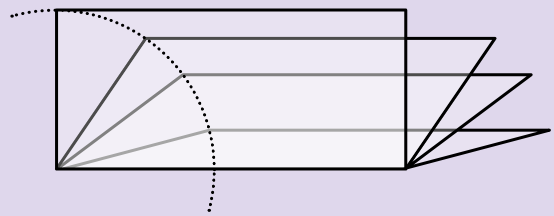
**22.** Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, argumentando por qué en cada caso.

**a.** Las áreas de los rectángulos con lados congruentes son siempre iguales.

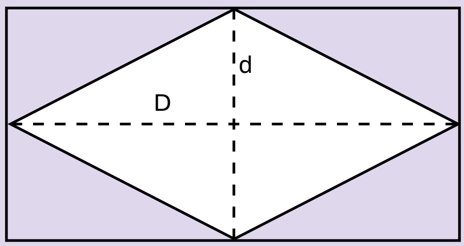
**b.** Las áreas de los paralelogramos con lados congruentes son siempre iguales.

**c.** Las áreas de los rombos con lados congruentes son siempre iguales.

## PARA RECORDAR



- Las longitudes de los lados de cualquier paralelogramo no determinan un único cuadrilátero de este tipo, ya que puede variar el ángulo que forman sus lados. En consecuencia, es posible construir paralelogramos con las mismas longitudes para los lados no paralelos, pero con alturas diferentes y, por lo tanto, con distinta área. La fórmula para calcular el área del paralelogramo no puede depender entonces solo de sus lados.
  Por otra parte, es posible asegurar que todos los paralelogramos con igual base y altura tienen la misma área.




- La longitud del lado de cualquier rombo no determina un único rombo, ya que puede variar el ángulo que forman sus lados. En consecuencia, también pueden variar las longitudes de sus diagonales y los distintos rombos que se puedan construir con la misma longitud del lado tendrán todos áreas distintas. Esto hace que la fórmula para calcular el área del rombo no pueda depender de sus lados.
  La fórmula del área del rombo se puede justificar como la mitad del área del rectángulo de base D igual a la diagonal mayor del rombo y de altura d igual a la diagonal menor del rombo.

**23.** Conociendo el área de un rectángulo, ¿pueden encontrar una forma para determinar el área de un triángulo? ¿Y el área de un paralelogramo? Expliquen cómo lo harían.

**24.** Milena y Joaquín dibujan un paralelogramo cuyos lados miden 6 cm y 4 cm, respectivamente.

**a.** Cuando terminan, observan que los dibujos son diferentes. ¿Es posible? ¿Por qué?
**b.** ¿Cuántos paralelogramos distintos se pueden dibujar? ¿Por qué?
**c.** De todos los paralelogramos que tienen un lado de 6 cm y otro de 4 cm, ¿cuál es el de mayor área? ¿Por qué?

**25.** Si el perímetro de un cuadrado es de 11 m, ¿cuánto mide el área?

**26.** Dibujen un rombo de 5 cm de lado.

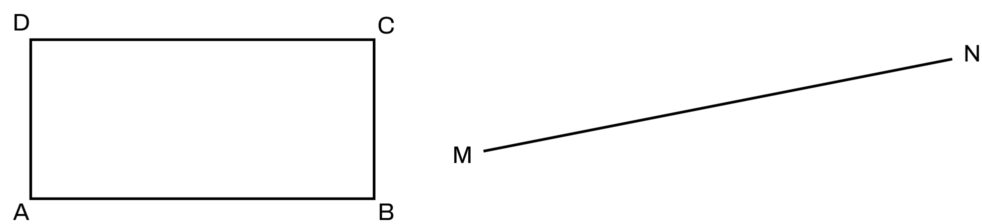
**a.** ¿Pueden dibujar otro rombo que sea diferente del ya dibujado, pero que mantenga la medida de 5 cm para los lados? ¿Por qué?
**b.** ¿Cómo son los perímetros de ambos rombos? ¿Y las áreas?
**c.** ¿Alguno de los rombos es el de menor área? ¿Por qué?

**27.** **a.** ¿Se pueden dibujar dos cuadrados de igual área y distinto perímetro? ¿Por qué?
**b.** ¿Se pueden dibujar dos cuadrados de igual perímetro y distintas áreas? ¿Por qué?

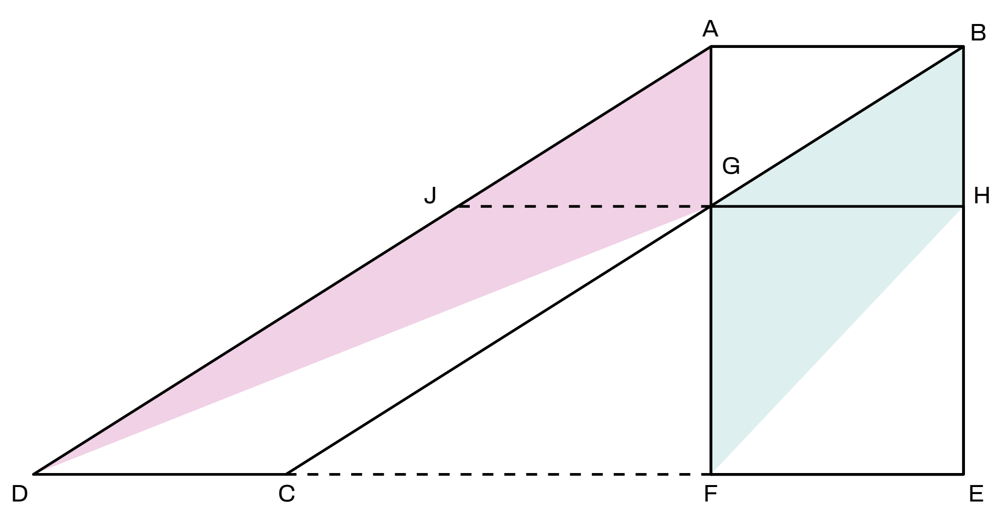
# Profundizar el trabajo con cuadriláteros

Por último, deberán resolver las siguientes actividades para profundizar el estudio de los cuadriláteros.

**1.** Construyan un rectángulo de igual área que el rectángulo ABCD y cuya base sea congruente al segmento MN.




**2.** En la siguiente figura, ABCD es un paralelogramo y ABEF es un rectángulo. Los puntos D, C, E y F están alineados. El punto G es la intersección del segmento BC con el segmento AF. El segmento GH es paralelo al segmento AB.




Comparen la superficie del triángulo AGD con la superficie del trapecio GFHB. ¿Tienen igual o diferente medida? ¿Por qué?

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

## PARA PROFUNDIZAR

Aquí encontrarán algunos problemas sobre la construcción de cuadriláteros que se pueden resolver utilizando el programa GeoGebra a partir del copiado de figuras, el seguimiento de un instructivo y de ciertos datos dados.

Acceso al material:
bit.ly/41phNa9

Acceso a GeoGebra
www.geogebra.org/geometry?lang=es-AR

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo sobre la construcción y comparación de áreas de cuadriláteros y otras figuras. Utilicen las siguientes preguntas para guiar su reflexión.

Sobre la existencia y unicidad en las construcciones de cuadriláteros:

- ¿Qué diferentes elementos de un cuadrilátero se pueden utilizar para determinar su existencia y unicidad?
- ¿Cómo influyen las propiedades de otras figuras geométricas, como circunferencias y triángulos, en la construcción de cuadriláteros?
- ¿Qué herramientas geométricas utilizaron y cómo contribuyeron a la precisión de sus construcciones?
- ¿Pudieron encontrar más de una manera de construir el mismo cuadrilátero? Si es así, expliquen cómo y por qué sucede esto.

Sobre la comparación de áreas:

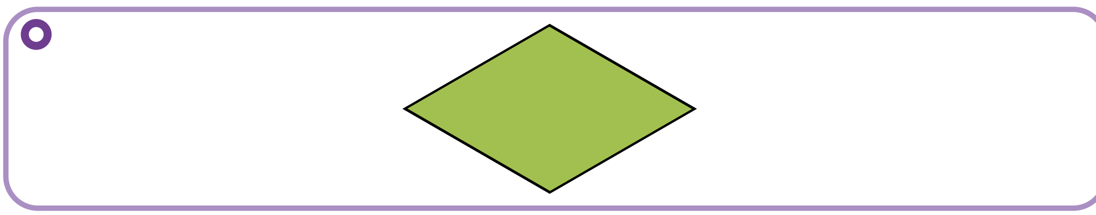
- ¿Qué estrategias usaron para comparar las áreas de diferentes figuras sin recurrir a la medida directa?
- ¿Cómo pueden las expresiones algebraicas ayudar a analizar las variaciones del perímetro o área de triángulos y cuadriláteros?
- ¿Qué conclusiones pueden sacar sobre cómo la variación de un elemento (por ejemplo, un lado o un ángulo) afecta el área o perímetro de una figura?
- ¿Pueden dar ejemplos de situaciones en las que la relación entre los elementos de una figura impacta en su área de forma significativa?

CAPÍTULO 5

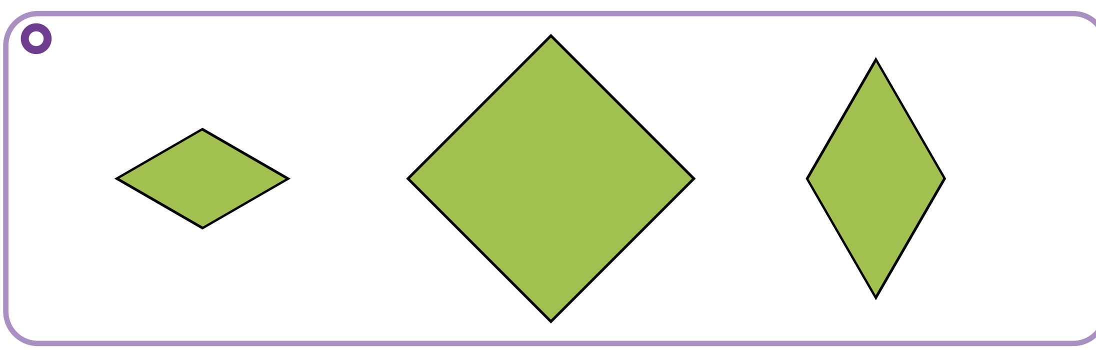
# Geometría II

## Ampliamos, reducimos, ¿y algo más?

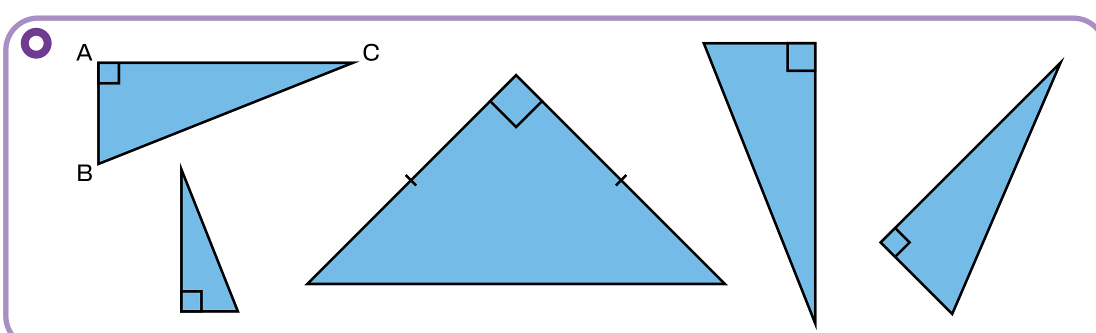
**1.** La siguiente figura es un rombo.



Determinen cuál o cuáles de las siguientes figuras puede ser una reducción o una ampliación del rombo dado. En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.



**2.** Determinen cuál o cuáles de las siguientes figuras pueden ser una reducción o una ampliación del triángulo ABC.

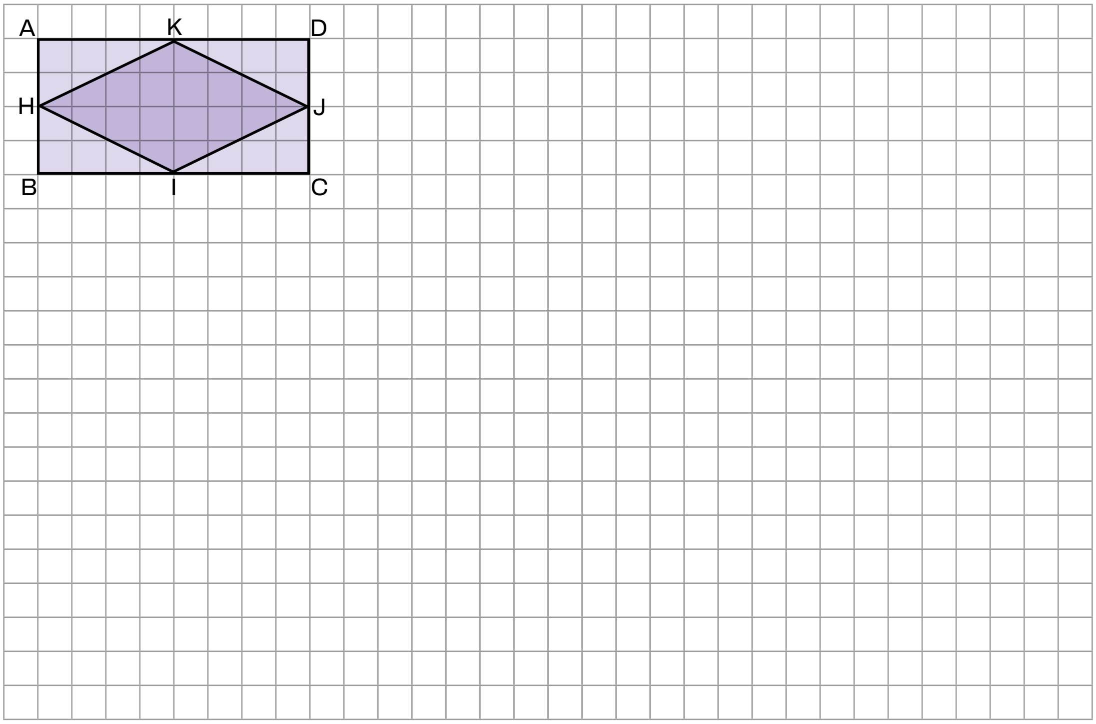



¿Es necesario tener en cuenta la rotación de las figuras para decidir si entre ellas tienen igual forma o no?

# Semejanza de triángulos

Les presentamos aquí una serie de actividades a través de las cuales se trabajará la semejanza de triángulos.

**1.** Dibujen una reducción y una ampliación de la siguiente figura.




Tomando como unidad de medida la longitud del lado de un cuadrado de la cuadrícula de la imagen previa, respondan:

**a.** ¿Cuánto miden los lados de los rectángulos que obtuvieron al reducir y al ampliar el rectángulo ABCD?

**b.** Determinen cuánto debe medir la ampliación del lado AB, si la ampliación del lado AD mide 12 unidades.

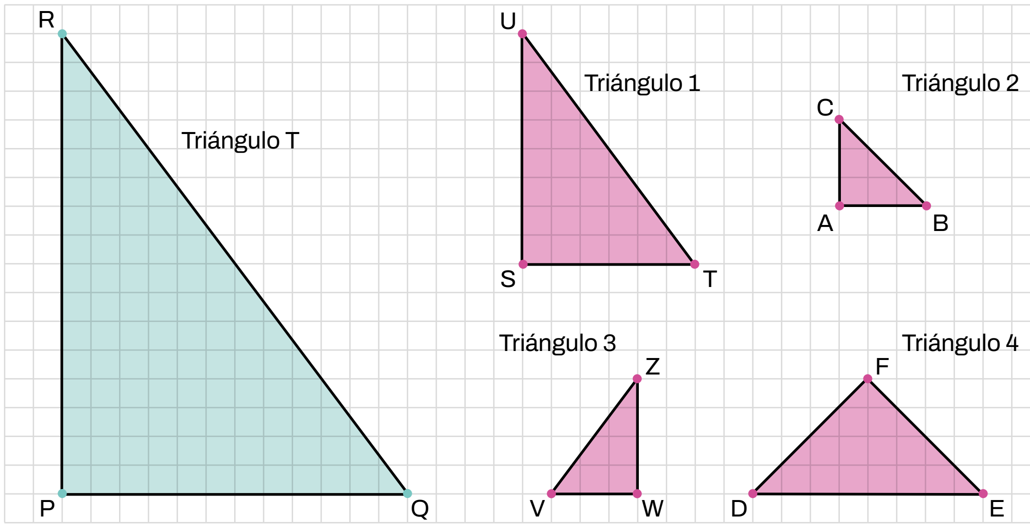
**c.** Si la ampliación del lado AD mide 12 unidades, ¿cuánto medirá la ampliación del segmento AH? ¿Y la ampliación del segmento AK?

## PARA RECORDAR

Si una figura es una reducción o una ampliación de otra figura mediante una transformación proporcional, entonces ambas figuras son **semejantes**. Es decir, las figuras semejantes tienen la misma forma, aunque no necesariamente tienen el mismo tamaño.

En particular, si dos figuras son congruentes, también son semejantes, ya que tienen igual forma y, además, igual tamaño. Sin embargo, no todas las figuras semejantes son congruentes, ya que pueden diferir en tamaño.

**2.** ¿Cuál o cuáles de los siguientes triángulos (1, 2, 3, 4) son semejantes al triángulo T? En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.




**a.** Si el triángulo T se amplía, ¿cuáles podrían ser posibles medidas de las ampliaciones de los segmentos PQ y PR?
**b.** ¿Es verdad que el triángulo DEF es una ampliación del triángulo ABC? ¿Por qué?
**c.** En los triángulos que indicaron como reducción o ampliación de otro, determinen qué relación existe entre las medidas de los lados que ocupan la misma posición relativa.

## PARA RECORDAR

Los lados y ángulos que ocupan las mismas posiciones relativas en dos o más figuras semejantes se llaman **homólogos** o **correspondientes**. Por ejemplo, en la actividad 2, a partir de los triángulos isósceles rectángulos ABC y DEF, que son semejantes, es posible asegurar que:

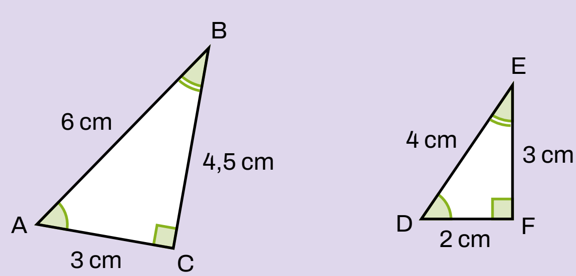
- El ángulo $\hat{A}$ es homólogo del ángulo $\hat{F}$.
- El ángulo $\hat{B}$ es homólogo del ángulo $\hat{D}$, mientras que el ángulo $\hat{C}$ lo es de $\hat{E}$.
- El lado BC es homólogo del lado DE, y los lados AB y AC son homólogos de los lados DF y FE, respectivamente.

Dos polígonos se consideren **semejantes** si se cumplen las siguientes condiciones:

- Los ángulos correspondientes tienen la misma medida.
- La razón entre las medidas de los lados correspondientes es constante.

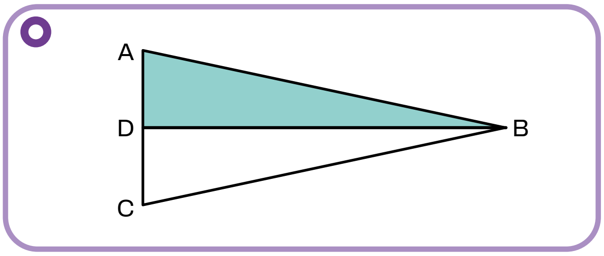
Que la razón sea constante implica que existe una relación de proporción entre las medidas de los lados correspondientes. Por ejemplo, en los triángulos semejantes ABC y DEF que aquí se observan, se cumple que:

- $\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{DE}|} = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{DF}|} = \frac{|\overline{BC}|}{|\overline{EF}|} = \frac{3}{2}$
- $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{C} = \hat{F}$

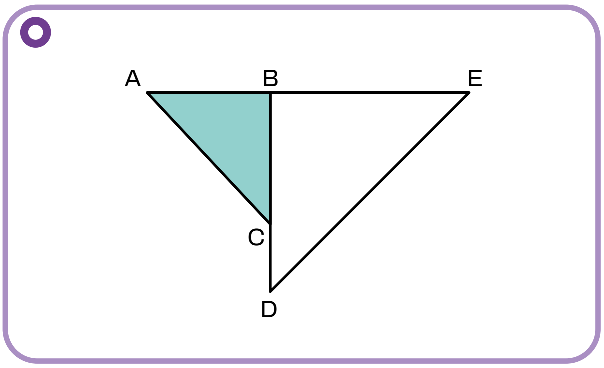


**3.** En cada caso, se presenta una figura que se forma con un par de triángulos. Indiquen por qué son semejantes, a partir de la información que se comparte en cada caso.

**a.** El triángulo ABC es isósceles y $\overline{BD}$ es altura del lado AC.




**b.** $\overline{BD}$ y $\overline{AE}$ son perpendiculares, $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$, $|\overline{BD}| = |\overline{BE}|$ y $\widehat{CAB} = \widehat{BDE}$




**4.** Milena dibujó dos triángulos ABC y A'B'C' semejantes, de forma tal que $\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{A'B'}|} = 5$.

**a.** ¿Es verdad que la medida de cada lado del triángulo ABC es mayor que la medida de cada lado correspondiente del triángulo A'B'C'? ¿Por qué?

**b.** Si el lado BC mide 5 cm, ¿cuánto mide el lado B'C'?

## PARA RECORDAR

Si dos polígonos son semejantes, existe un número *k* tal que, al multiplicar la longitud de cada lado de uno de los polígonos por *k*, se obtiene la longitud de cada lado correspondiente (homólogo) del otro polígono. Dicho número *k* es la razón entre las medidas de los lados correspondientes, que es constante.

A tal valor *k* se lo denomina **razón de semejanza**.

Por ejemplo, en la actividad 2, al multiplicar las medidas del triángulo STU por 2, se obtienen las medidas del triángulo PQR. De esta forma, la razón de semejanza entre dichas figuras es 2. En la actividad 4, la razón de semejanza entre los triángulos mencionados es 5.

**5.** Dos triángulos ABC y A'B'C' son semejantes y su razón de semejanza es $\frac{2}{3}$. Las medidas del triángulo ABC son:

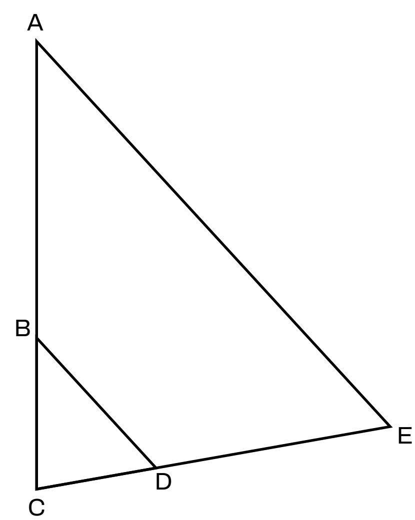
- $|\overline{AB}| = 12$ cm
- $|\overline{BC}| = 9$ cm
- $|\overline{AC}| = 8$ cm

¿Es posible determinar las medidas de los lados del triángulo A'B'C'? Si es posible, calcúlenlas. Si no es posible, expliquen por qué.

**6.** Los triángulos ACE y BCD son semejantes. De algunos lados de estas figuras se conocen estas medidas:

- $|\overline{AC}| = 15$ cm
- $|\overline{CE}| = 12$ cm
- $|\overline{BC}| = 5$ cm

**a.** Calculen la medida de $\overline{CD}$.
**b.** ¿Es posible conocer las medidas de los lados BD y AE? Si es posible, calcúlenlas. Si no es posible, expliquen por qué.




**7.** A continuación se dan medidas de lados de triángulos semejantes. Determinen, en cada caso, la razón de semejanza y las medidas desconocidas, indicadas con $x$ e $y$.
**a.** Medidas del triángulo 1: 2, 4, 5 — Medidas del triángulo 2: 4, $x$, 10
**b.** Medidas del triángulo 3: 5, 8, 10 — Medidas del triángulo 4: 150, $x$, $y$
**c.** Medidas del triángulo 5: 30, 40, 50 — Medidas del triángulo 6: $x$, 10, $y$

## PARA RECORDAR

Existen diferentes condiciones que permiten establecer si dos triángulos son semejantes. Una de estas condiciones se refiere a la relación entre sus lados:

- Dos triángulos son semejantes si los tres lados de un triángulo son proporcionales a los tres lados correspondientes del otro.

Este es uno de los **criterios de semejanza** de triángulos.

**8.** El triángulo rectángulo ABC tiene sus lados con las siguientes medidas:

Cateto AB = 9 cm　　Cateto BC = 12 cm　　Hipotenusa AC = 15 cm

El triángulo PQR, también rectángulo, tiene las siguientes medidas:

Cateto PQ = 6 cm　　Cateto QR = 8 cm

¿Pueden afirmar que estos triángulos son semejantes? ¿Por qué?

9. Completen la siguiente tabla con las medidas que faltan.

| Triángulos rectángulos | Triángulo 1 | Triángulo 2 | Triángulo 3 |
|---|---|---|---|
| Medida de la hipotenusa | | 15 | |
| Medida del cateto mayor | 4 | 12 | 16 |
| Medida del cateto menor | 3 | | 12 |

¿Son semejantes los triángulos referidos en esta tabla? ¿Por qué?

## PARA RECORDAR

Existen criterios de semejanza que se refieren a las relaciones entre sus lados y ángulos. Estos son:

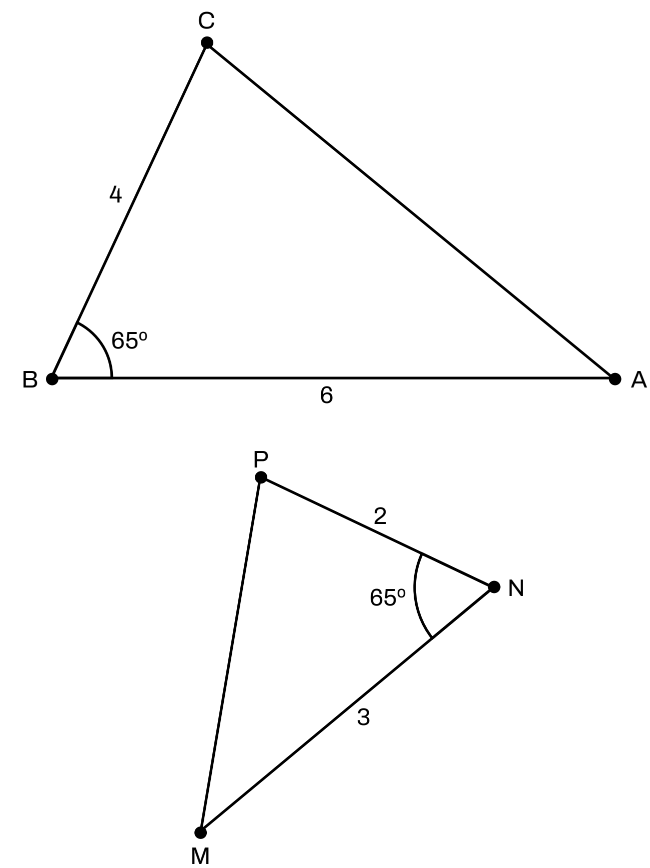
- Dos triángulos son semejantes si dos de sus ángulos correspondientes tienen igual medida.
- Dos triángulos son semejantes si dos de sus lados correspondientes son proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos tiene igual medida.

10. Determinen en cuáles de estas situaciones los dos triángulos son semejantes:
  a. Dos ángulos de un triángulo miden 40° y 20°, y dos ángulos del otro miden 20° y 120°.
  b. Dos lados de un triángulo miden 5 cm cada uno y el ángulo comprendido mide 30°. El otro triángulo tiene dos lados de 6 cm y el ángulo comprendido de 40°.
  c. Los lados de un triángulo miden 3 cm, 4 cm y 5 cm; los del otro, 10 cm, 8 cm y 6 cm.
  d. Un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° y un triángulo rectángulo con un ángulo de 50°.
  e. Un triángulo equilátero con lados que miden 6 cm y un triángulo equilátero con lados que miden 8 cm.

**11.** Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, expliquen por qué.

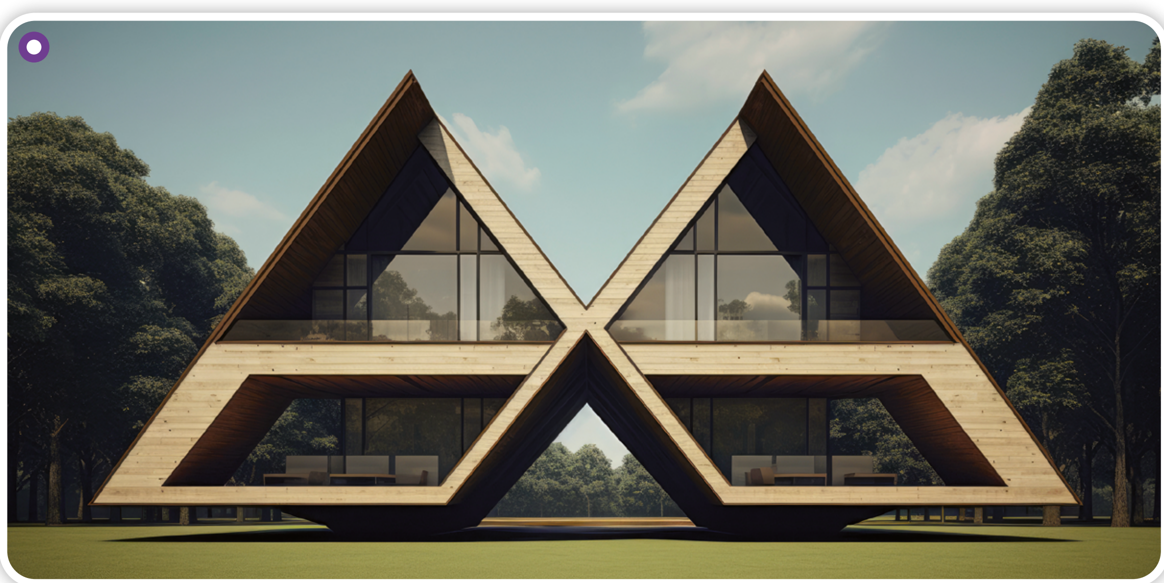
**a.** Todos los triángulos rectángulos son semejantes entre sí.

**b.** Los triángulos ABC y MNP son semejantes.




**c.** Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes entre sí.

**d.** Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.



Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

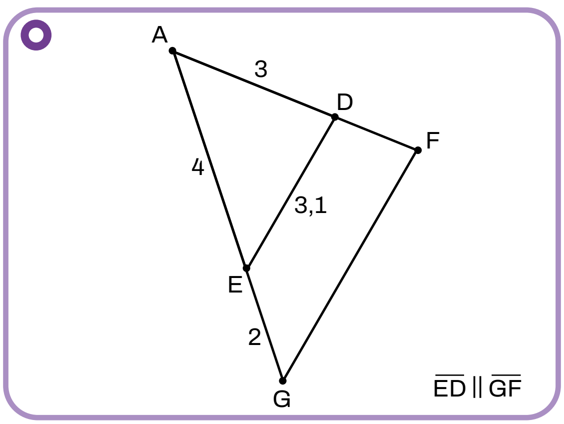
**12.** En la siguiente tabla se presenta la longitud de diferentes varillas ubicadas verticalmente sobre una superficie horizontal y la longitud de sus sombras. Los datos son tomados a la misma hora.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Longitud de una varilla (dm)** | 2 | 3 | 4 | 8 |
| **Longitud de la sombra (dm)** | 2,5 | 3,75 | 5 | 10 |

**a.** Si una varilla tiene una altura de 1 dm (recuerden que 1 dm = 10 cm), ¿cuánto medirá su sombra? ¿Y si la altura es de 6 dm?
**b.** Si una varilla proyecta una sombra de 15 dm, ¿cuál es la altura de la varilla?

**13.** Un hombre que tiene una estatura de 1,70 m, en un determinado momento del día proyecta una sombra de 1,1 m. Cerca de él hay un poste que en el mismo momento proyecta una sombra de 2,5 m de longitud. ¿Cuál será la altura del poste?

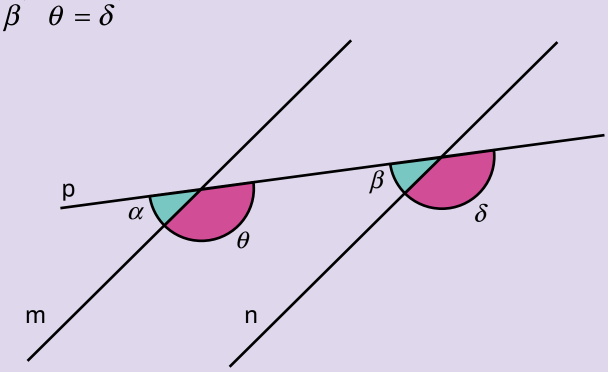
**14.** A partir de los datos que se muestran en la siguiente figura, calculen el perímetro del triángulo GAF.




## PARA RECORDAR

Si dos rectas paralelas **m** y **n** están cortadas por una recta **p**, los ángulos correspondientes miden lo mismo.

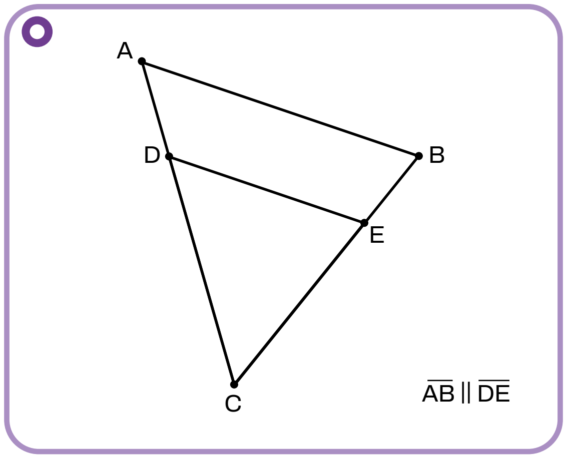
Por ejemplo: $\widehat{\alpha} = \widehat{\beta} \quad \widehat{\theta} = \widehat{\delta}$




Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Matemática

**15.** Lucio y Nancy están haciendo la tarea de matemática y tienen que decidir si los triángulos ABC y DCE son semejantes o no.
Lucio dice que no es posible saberlo, porque no se conocen las medidas de los lados y de los ángulos de cada triángulo.
Nancy dice que se puede resolver igual, aunque no se disponga de esos datos.
¿Quién tiene razón? Expliquen por qué.




**16.** Para cada una de las siguientes afirmaciones, indiquen si son verdaderas o falsas. Justifiquen su decisión.

**a.** Todos los cuadrados son semejantes.

**b.** Si dos triángulos rectángulos tienen uno de sus ángulos agudos de la misma medida, entonces son semejantes.

**c.** Todos los triángulos isósceles son semejantes.

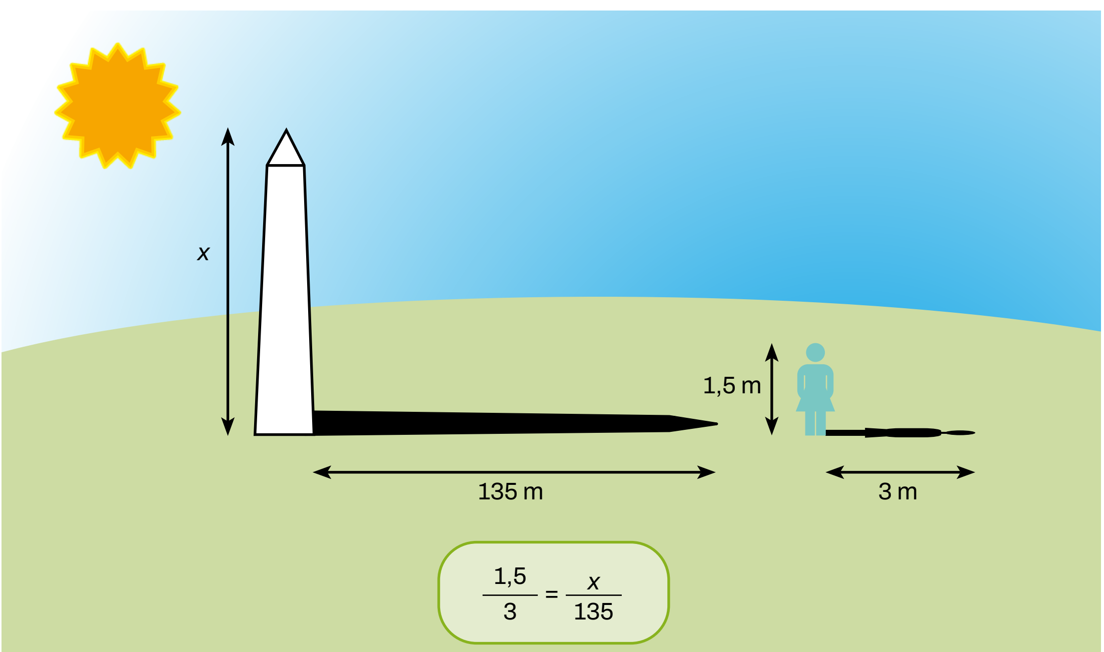
**17.** Sabiendo que en un triángulo la amplitud del ángulo comprendido entre dos lados es 30° y que en otro triángulo dos lados miden 5 cm y 6 cm, ¿pueden determinar si dichos triángulos son semejantes?

# Teorema de Thales

En esta sección encontrarán una serie de situaciones para estudiar el teorema de Thales. Tengan en cuenta que en algunas actividades los gráficos presentados son figuras de análisis, por lo que no respetan las medidas indicadas.

**1.** Durante una salida escolar por el centro de la Ciudad de Buenos Aires, el grupo de segundo año se interesó por conocer la altura del Obelisco. Para calcularla, el profesor sugiere aprovechar las sombras proyectadas en el suelo debido al sol. Mientras caminaban, vieron que un agrimensor, que estaba trabajando en la reparación de las calles cercanas, había marcado una distancia de 135 metros con su equipo. Esta distancia coincidía con la longitud de la sombra del Obelisco en ese momento. Al mismo tiempo, una de las alumnas, que sabía que medía 1,5 metros de altura, midió su propia sombra, que resultó ser de 3 metros.

Con esta información, el profesor planteó la siguiente relación para ayudarlos a encontrar la altura del Obelisco.



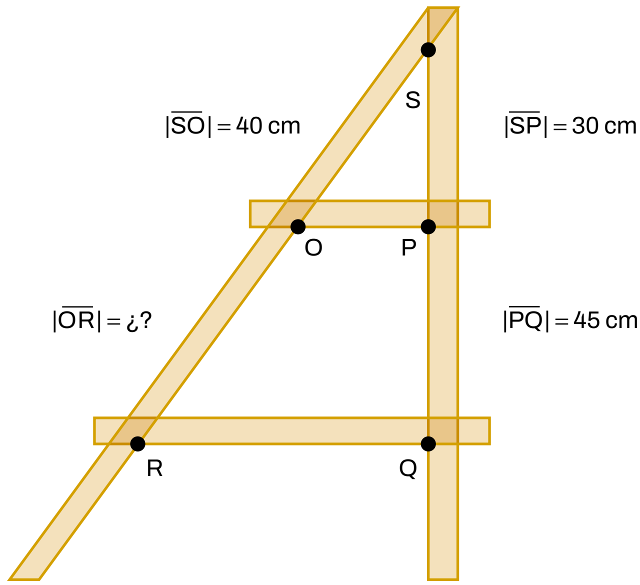

**a.** Calculen la altura del Obelisco resolviendo esa ecuación.

**b.** Al pasar una hora, otro compañero quiso repetir el experimento con su altura. En ese momento la sombra proyectada por el Obelisco era de 82,5 metros y este compañero, cuya altura es 1,8 metros, proyectaba una sombra de 2,2 metros. ¿Se modificó la respuesta con estos nuevos datos?

**c.** Este método para calcular la altura del Obelisco fue utilizado por Thales de Mileto hace siglos. ¿Para qué usó este método? ¿Qué quería calcular? ¿Cómo lo resolvió? Para responder a estos interrogantes, pueden buscar información en internet.

Matemática

2. Alejo está construyendo una repisa y le falta colocar el soporte en el punto de apoyo R. ¿A qué distancia del punto de apoyo O debe colocar ese soporte, para que los estantes queden paralelos?



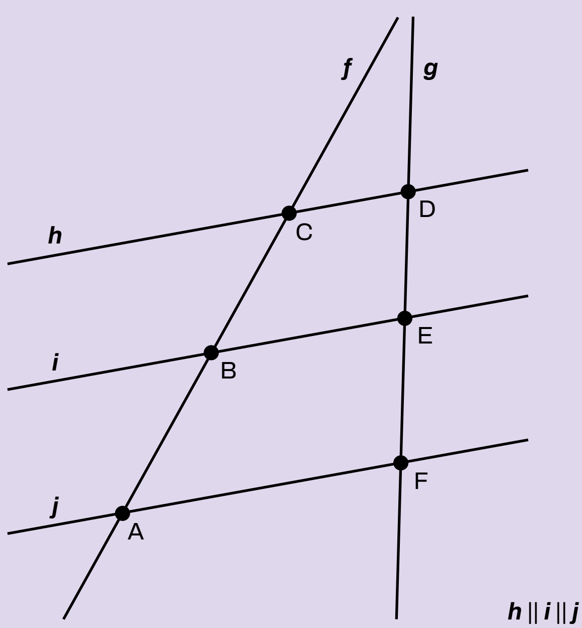

PARA RECORDAR

**Teorema de Thales**

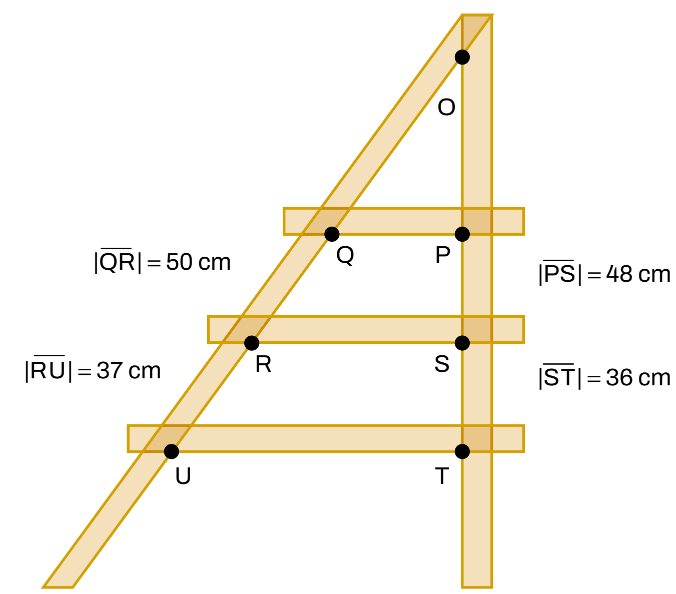
Si dos rectas ***f*** y ***g*** son cortadas por rectas paralelas (en la figura: ***h***, ***i***, ***j***), los segmentos que se determinan en una de las rectas (por ejemplo, en la recta ***f***) son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra (por ejemplo, en la recta ***g***).

Por ejemplo:

$$\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{FE}|}{|\overline{ED}|}$$



3. Alejo construyó otra repisa y ubicó los estantes como se muestra en la figura. ¿Están paralelos los estantes? Expliquen cómo lo pensaron.

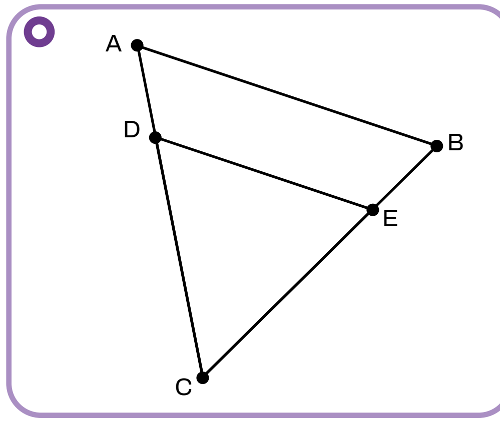



4. Un poste vertical de 5 m de alto proyecta una sombra de 3 m. ¿Cuál es la altura de un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 2,5 m?

# Aplicación del teorema de Thales

Por último, en este apartado resolverán nuevas situaciones utilizando el teorema de Thales.

**1.** Utilizando el teorema de Thales y considerando los datos dados, determinen las relaciones geométricas entre los segmentos dados y las longitudes de los segmentos *x* e *y*, en cada caso.




**a.** $|\overline{AD}| = 3$; $|\overline{DC}| = 5$; $|\overline{EB}| = 4$; $|\overline{CB}| = x$

**b.** $|\overline{CD}| = 20$; $|\overline{DA}| = 30$; $|\overline{CB}| = 32$; $|\overline{CE}| = x$

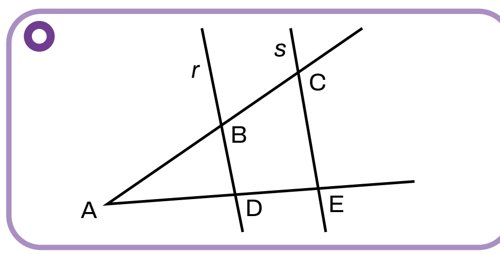
**c.** $|\overline{CD}| = 4$; $|\overline{DA}| = 3$; $|\overline{CE}| = 5$; $|\overline{EB}| = x$

**d.** $|\overline{CD}| = x$; $|\overline{DA}| = 3$; $|\overline{CE}| = y$; $|\overline{EB}| = 2$; $|\overline{DE}| = 6$; $|\overline{AB}| = 8$

**e.** $|\overline{CD}| = 3$; $|\overline{CA}| = 7$; $|\overline{DE}| = x$; $|\overline{AB}| = 8$

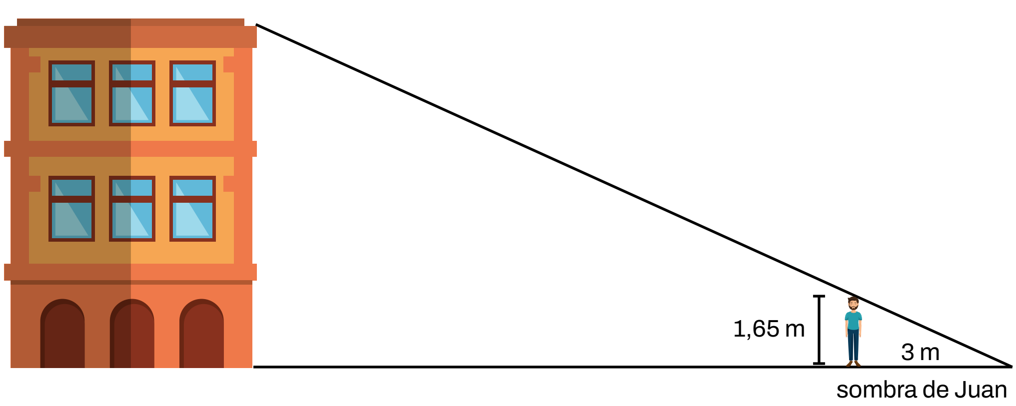
Para todos los casos, consideren al segmento de extremos A y B paralelo al segmento de extremos D y E, es decir, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

**2.** ¿Son paralelas las rectas *r* y *s*? Justifiquen su respuesta.
$|\overline{AB}| = 8$
$|\overline{BC}| = 5$
$|\overline{AD}| = 7$
$|\overline{AE}| = 11$




**3.** Los vecinos de un barrio de casas bajas necesitan saber si el nuevo edificio que se construyó cumple con la reglamentación respecto de la altura que puede alcanzar. Saben que en determinado momento, el edificio proyecta una sombra de 40 m de longitud. Al mismo tiempo, Juan, de 1,65 m de estatura, proyecta una sombra de 3 m. ¿Cuál será la altura del edificio?

En el dibujo siguiente podemos ver representada la situación.



**4.** A la cumbre del cerro Dos Picos, que tiene una altura máxima de 1.400 metros sobre el nivel de la base del cerro, se puede acceder por medio de un sendero recto y de pendiente uniforme, de 3.000 metros de extensión, que se inicia en la base del cerro y se ubica sobre la ladera. Un grupo de turistas que está realizando el ascenso se detiene para un descanso en la Cueva de los Carpinchos, que se encuentra a 1.000 metros sobre el nivel de la base del cerro. ¿Cuántos metros del sendero recorrieron?

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo sobre la semejanza de triángulos, el teorema de Thales y sus aplicaciones. Reflexionen sobre sus aprendizajes respondiendo las siguientes preguntas y planteando sus propios ejemplos.

Exploración y relaciones proporcionales:

- A partir de los triángulos semejantes que construyeron, ¿cómo se comportan las relaciones proporcionales cuando modifican una dimensión específica, como la altura o la base? Expliquen con un ejemplo cómo varían las proporciones.
- Si multiplicamos todos los lados de un triángulo por una misma constante, ¿cómo cambian las proporciones entre los lados? ¿Qué criterio de semejanza se cumple?

Aplicaciones prácticas del teorema de Thales:

- Imaginen que deben resolver un problema práctico, como calcular la altura de un árbol utilizando el teorema de Thales. ¿Cómo pueden representar esta situación con triángulos semejantes? Describan el proceso paso a paso.
- Propongan un problema donde el teorema de Thales sea fundamental para la solución y desafíen a sus compañeros a resolverlo. ¿Qué variaciones podrían agregar para hacerlo más complejo?

Relaciones geométricas en la vida cotidiana:

- Identifiquen ejemplos de su entorno donde las relaciones proporcionales que aprendieron se aplican, como en el tamaño de las sombras, en diseños arquitectónicos o en trabajos vinculados al arte. ¿Cómo podrían usar esas relaciones para resolver problemas prácticos?
- Reflexionen sobre el impacto de la semejanza de triángulos en la arquitectura o la ingeniería. ¿Pueden encontrar aplicaciones históricas o modernas de estos conceptos?
- Finalmente, piensen en cómo los principios de semejanza se pueden aplicar más allá de los triángulos, en otras figuras geométricas. ¿Podrían utilizar estos conceptos para resolver problemas con figuras más complejas en situaciones cotidianas?

# Funciones I

## ¿Cuánto cuesta viajar?

Las siguientes tablas muestran las tarifas a pagar al solicitar un traslado mediante un servicio privado de transporte a través de dos aplicaciones móviles, Más Traslado y Llegás Primero.

| Más Traslado | |
|---|---|
| **Kilómetros por recorrer** | **Tarifa a pagar (en pesos)** |
| 0 | 0 (costo por pedir el servicio) |
| 5 | 10.000 |
| 10 | 20.000 |

| Llegás Primero | |
|---|---|
| **Kilómetros por recorrer** | **Tarifa a pagar (en pesos)** |
| 0 | 1.500 (costo por pedir el servicio) |
| 5 | 9.500 |
| 10 | 17.500 |



Un usuario piensa solicitar uno de estos servicios.

**a.** Si debe realizar un viaje de 20 km, ¿con cuánto dinero deberá disponer, como mínimo, para poder solicitar el servicio en cada caso?

**b.** Cuando hay un evento masivo, el costo por pedir el servicio mediante la aplicación Llegás Primero pasa a valer $3.000, mientras que el costo por kilómetro pasa a ser de $2.000. Completen la tabla de forma tal que las tarifas correspondan a esta situación.

**c.** ¿Cuál de las aplicaciones recomendarían usar a alguien que tiene que realizar un viaje de 35 km? ¿Por qué?

| Llegás Primero | |
|---|---|
| **Kilómetros por recorrer** | **Tarifa a pagar durante un evento masivo (en pesos)** |
| 0 | |
| 5 | |
| 10 | |

En este capítulo desarrollarán la capacidad de identificar, seleccionar y relacionar información relevante para resolver problemas matemáticos. Este enfoque implica el uso de la creatividad, la curiosidad y el pensamiento reflexivo para abordar desafíos.

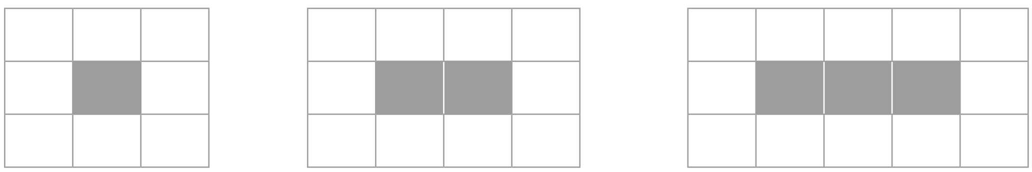
**PENSAMIENTO REFLEXIVO Y CRÍTICO**



# Problemas con funciones y ecuaciones lineales

A continuación, les presentamos una serie de actividades para trabajar con funciones y ecuaciones lineales.

**1.** A partir de los siguientes diseños de baldosas grises y blancas que componen rectángulos de 3 baldosas de alto, respondan:



**a.** ¿Cuántas baldosas blancas serán necesarias si se colocan 6 grises? ¿Y para 88 baldosas grises?

**b.** Escriban una fórmula que permita calcular el número de baldosas blancas necesarias, si se conoce la cantidad de baldosas grises que se colocan.

**c.** ¿Cuántas baldosas grises se necesitan, si se usan 142 blancas? ¿Cómo pueden utilizar la fórmula que escribieron en la consigna anterior para responder esta pregunta?

**d.** ¿Es posible que exista un diseño con 447 baldosas blancas? ¿Y con 600 baldosas blancas? Expliquen cómo se dieron cuenta en cada caso.

**2.** En una distribuidora de alimentos, distribuyen paquetes de fideos embalándolos en cajas que contienen la misma cantidad de paquetes.

**a.** Completen la siguiente tabla que relaciona la cantidad de cajas y la cantidad de paquetes de fideos que hay en cada una de ellas.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cajas ($c$)** | 8 | 24 | 32 | 40 | | |
| **Paquetes de fideos ($p$)** | 112 | | | | 700 | 1.120 |

**b.** ¿Cuántas cajas se necesitan para distribuir 1.302 paquetes de fideos? ¿Y para distribuir 1.498?

**c.** ¿Cuántos paquetes de fideos se necesitan para llenar una caja? Expliquen cómo lo pensaron.

**d.** Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de paquetes de fideos ($p$) que se pueden distribuir en una determinada cantidad de cajas ($c$).

$p = 112 \cdot c$ $\quad$ $p = 14 \cdot c$ $\quad$ $c = 14 \cdot p$

**PARA RECORDAR**

Una ecuación es una igualdad en la que intervienen expresiones algebraicas, es decir, expresiones en donde aparecen números y variables, y en la que interesa hallar, si existen, todos los valores de las variables que hacen que la igualdad sea verdadera. Cuando hacemos esto último, decimos que estamos *resolviendo* la ecuación.

**3.** Antonia viaja en su auto de Buenos Aires a Cariló, por la ruta 2, a una velocidad constante de 114 kilómetros por hora (km/h). La distancia entre las dos ciudades es de 399 km.

**a.** ¿Cuántos kilómetros recorre en 1 minuto?
**b.** ¿Cuánto habrá recorrido luego de 30 minutos de viaje?
**c.** Propongan una fórmula que les permita calcular la distancia recorrida (en kilómetros) luego de x minutos de viaje.
**d.** ¿En qué momento se encontraba en el kilómetro 228 del recorrido?
**e.** ¿Cuánto tardará en llegar a destino? Expresen su respuesta en minutos.

**4.** Según sus registros, en el año 2010 una empresa de telefonía cobraba $300 fijos por el mantenimiento mensual de la línea y, además, $20 por minuto de comunicación.

**a.** Completen la siguiente tabla.

| **Minutos de comunicación** | 0 | 15 | 30 | 51 | 102 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Monto mensual por pagar (en $)** | | | | | |

**b.** ¿Cuánto debió pagar una persona que utilizó el servicio de comunicación 60 minutos en un mes?
**c.** En el mes de noviembre de 2010, Jorge pagó $3.200. ¿Cuántos minutos utilizó el servicio?
**d.** Propongan una fórmula que les permita calcular el monto mensual por pagar (en $) a partir de los minutos de comunicación consumidos durante ese período.

**5.** En un laboratorio, una sustancia es sometida a una fuente de calor. Su temperatura se eleva según la siguiente fórmula:

$$t(x) = 2x + 17$$

donde *t* representa la temperatura de la sustancia (en °C) y x el tiempo transcurrido desde que la sustancia es sometida a la fuente de calor (en minutos).

Respondan las siguientes preguntas:
**a.** ¿Cuánto se eleva la temperatura de la sustancia por minuto?
**b.** ¿Qué temperatura tenía la sustancia luego de 2 minutos de haber comenzado el experimento? ¿Y luego de 4 minutos?
**c.** Si el experimento duró 21 minutos, ¿qué temperatura alcanzó la sustancia en ese momento?

**d.** Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde el inicio del experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las temperaturas que figuran debajo. Además, expliquen en cada caso cómo lo pensaron.

- 27 °C
- 29 °C
- 20 °C
- 30 °C

**e.** ¿Es posible que la sustancia haya alcanzado una temperatura de –3 °C en algún momento del experimento? Si responden que sí, hallen el minuto en que ocurrió. Si responden que no, expliquen por qué.

**6.** Se analiza el cambio de temperatura de una sustancia luego de ser retirada de una fuente de calor durante la primera hora. La siguiente fórmula muestra la temperatura t de la sustancia (en °C) a medida que transcurre el tiempo x (en minutos):

$$t(x) = 59 - 3x$$

Respondan:

**a.** ¿Cuál era la temperatura de la sustancia en el momento en que se la retira de la fuente de calor?

**b.** ¿La temperatura de la sustancia aumenta o disminuye a medida que pasa el tiempo?

**c.** Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde que se comienza el experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las siguientes temperaturas:

- 56 °C
- 47 °C
- 29 °C
- 45,5 °C

En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.

**7.** Una sustancia tiene una temperatura inicial de 12 °C y en un determinado momento es sometida a una fuente de calor que aumenta su temperatura a razón de 5 °C por minuto.

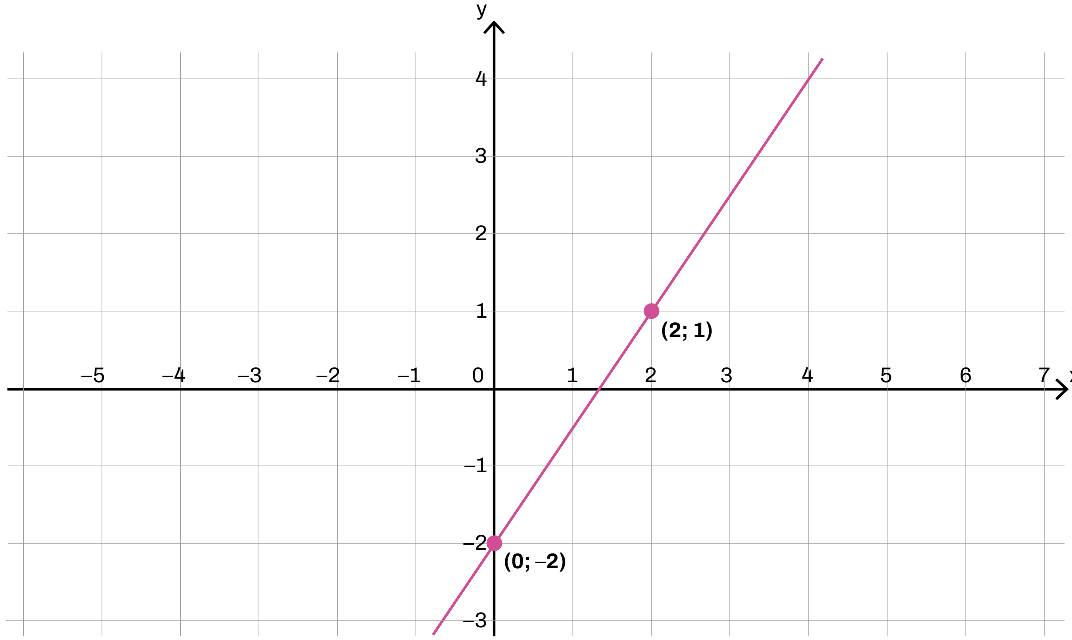
**a.** Escriban una fórmula que les permita calcular la temperatura de la sustancia (en °C), a medida que transcurre el tiempo, desde que es sometida a la fuente de calor (en minutos).

**b.** ¿Cuál es la temperatura de la sustancia luego de 10 minutos de comenzada la experiencia?

**c.** ¿Es cierto que tienen que transcurrir 12 minutos para que la temperatura de la sustancia alcance los 72 °C? Para responder esta pregunta, ¿es posible utilizar la fórmula que escribieron en la consigna a?

**d.** Se sabe que la sustancia alcanza el punto de ebullición a los 97 °C. Natalia escribió la siguiente ecuación: $12 + 5t = 97$. ¿Cómo se puede usar esa ecuación para saber en qué momento la sustancia comenzará a entrar en ebullición?

**8.** El siguiente gráfico representa la función $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$.




**a.** En cada caso, hallen el valor de x para que la igualdad sea verdadera.

- $\frac{3}{2}x - 2 = -5$
- $\frac{3}{2}x - 2 = -2$
- $\frac{3}{2}x - 2 = 1$
- $\frac{3}{2}x - 2 = 4$

**b.** ¿En cuál o cuáles de las ecuaciones de la consigna **a** es posible utilizar el gráfico de la función para hallar el valor pedido? ¿De qué manera?

**c.** ¿En cuál o cuáles de las ecuaciones de la consigna **a** utilizaron otra estrategia para hallar el valor pedido? Expliquen la estrategia utilizada.

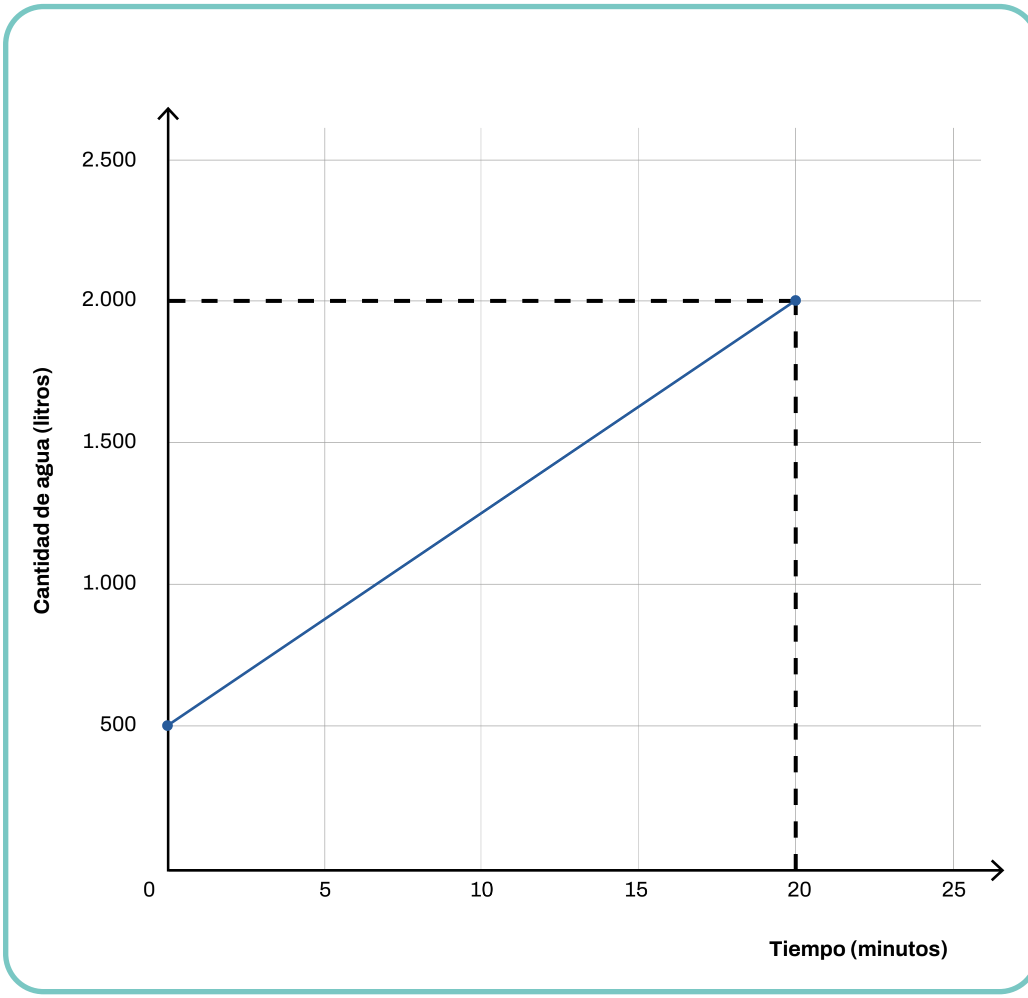
**d.** Al observar las ecuaciones: $\frac{3}{2}x - 2 = -5$ y $\frac{3}{2}x - 2 = -2$, Juan se dio cuenta de que el valor al cual están igualadas las expresiones aumenta tres unidades y las soluciones de dichas ecuaciones aumentan dos unidades. Expliquen por qué sucede. ¿Se cumple con el resto de las ecuaciones propuestas?

**PARA RECORDAR**

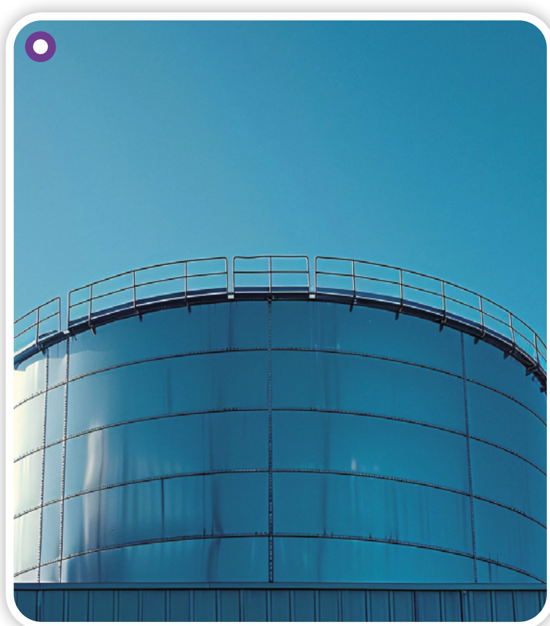
Los valores de la variable que hacen verdadera la igualdad en una ecuación son soluciones de la misma.

Por ejemplo, $x = 5$ es solución de la ecuación $2x + 27 = 37$, ya que $2 \cdot 5 + 27 = 37$; entonces, se cumple la igualdad propuesta por la expresión. Esto no ocurre con otros valores de la variable. Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación, porque al reemplazar $x$ por 2 se obtiene $2 \cdot 2 + 27$, que da como resultado 31 y no 37; es decir, no se cumple la igualdad: $31 \neq 37$.

**9.** El siguiente gráfico representa el proceso de llenado de un tanque de agua con una capacidad de 2.000 litros.




**a.** ¿Cuántos litros tenía inicialmente el tanque de agua?
**b.** ¿Cuántos litros de agua ingresan por minuto al tanque? Expliquen cómo se dieron cuenta.
**c.** Manu dice que a los 10 minutos el tanque tenía 750 litros. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?
**d.** Escriban una fórmula que represente la relación entre la cantidad de agua en el tanque y el tiempo desde que comienza a llenarse.
**e.** ¿En qué momento el tanque tenía 875 litros de agua? ¿Y 1.625? Expliquen cómo pueden utilizar la fórmula producida en la consigna anterior para responder.



Matemática

# Ecuaciones equivalentes y conjunto solución

Aquí les presentamos algunas consignas para trabajar con ecuaciones equivalentes y el conjunto solución.

**1.** ¿Cuáles de los siguientes números son solución de la ecuación $5 \cdot a + 2 = 37$?

**a.** 2
**b.** –2
**c.** 7
**d.** –3

**PARA RECORDAR**

En una ecuación, las variables pueden representarse con distintas letras, no necesariamente se tienen que escribir utilizando el carácter *x*.

**2.** Inventen dos ecuaciones distintas cuya solución sea 4.

**3.** Para la consigna anterior, Martina inventó la ecuación $7 \cdot b - 31 = 4$. ¿Cumple con la condición solicitada?

**4.** Dada la ecuación $2 \cdot x + 5 = 15$, hallen otra ecuación distinta cuya solución sea la misma. Expliquen cómo lo pensaron.

**5.** Ramiro, Juan y Lucía analizaron las siguientes ecuaciones:

$4 \cdot (x + 1) = 24$ $\quad$ $2 \cdot x + 4 + 2 \cdot x = 24$ $\quad$ $4 \cdot (x + 2) - 4 = 24$

Sobre las soluciones de las mismas, cada uno dio respuestas diferentes:

Ramiro

La solución no es 5 en todos los casos, porque es imposible que tres ecuaciones tengan la misma solución. Si son diferentes, tienen que tener distinta solución.

Juan

La solución es 24, porque todas están igualadas a ese número.

Lucía

La solución es 5, porque en los tres casos queda 24 = 24.

¿Alguna de estas afirmaciones es correcta? ¿Por qué?

**PARA RECORDAR**

El conjunto solución de una ecuación es el conjunto formado por todas las soluciones de una ecuación.

**6.** Determinen si los siguientes pares de ecuaciones tienen el mismo conjunto solución. Expliquen cada una de sus decisiones.

**a.** $5m = 25$ y $3m + 20 + 2m = 45$

**b.** $x + 15 + 2x = 30$ y $3x = 30$

**c.** $6b + 10 - 2b = 50$ y $20 + 4b - 100 = -40$

**7.** En la clase de matemática, la profesora pidió plantear y resolver el siguiente problema:

> Adivina, adivinador: El triple de un número es igual al doble del consecutivo de un número. ¿De qué número estamos hablando?

Al momento de corregir...

Sabrina pasó al pizarrón y escribió lo siguiente: $3x = 2 \cdot (x + 1)$
Luca también pasó al pizarrón, pero escribió algo distinto: $3h = 2h + 2$

**a.** ¿Es cierto que las ecuaciones son equivalentes? Expliquen con sus palabras por qué.
**b.** ¿Utilizaron alguna propiedad para darse cuenta? En el caso de que respondan que sí, ¿cuál?

**PARA RECORDAR**

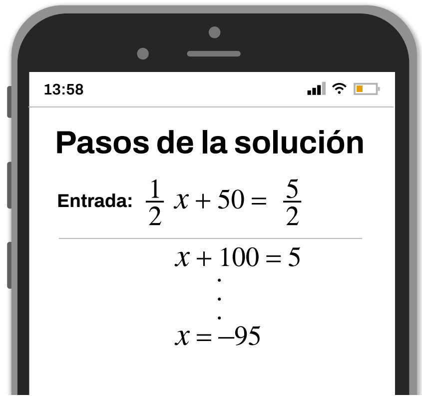
Dos o más ecuaciones son **equivalentes** si poseen el mismo conjunto solución.

**8.** Para cada una de las siguientes ecuaciones, propongan al menos una ecuación equivalente.

$12h - 9 - 2h = 71$ $\quad$ $3 \cdot (j + 2) + 5j = 22$ $\quad$ $-2 \cdot (y + 1) = 9$

**a.** En cada caso, expliquen qué estrategias y qué propiedades utilizaron.
**b.** Comparen sus respuestas con las de un compañero. ¿En todos los casos hay coincidencia?

**9.** Renzo utilizó una app de su celular para resolver una ecuación, pero no entiende por qué la aplicación lo resuelve de esa forma.
En la siguiente captura de pantalla pueden ver los primeros pasos de la resolución:




**a.** ¿Es correcta la solución?
**b.** Expliquen en qué se basó la aplicación para resolver la ecuación de esa manera.

**10.** Utilizando la técnica que propuso la aplicación en la resolución de la ecuación de la actividad 9, resuelvan las siguientes ecuaciones:

**a.** $\frac{9}{4} + \frac{1}{4}x = \frac{25}{4}$

**b.** $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{2}{3}$

**11.** Para resolver la ecuación $\frac{4}{3}n + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}n + 2$, Mariel hizo lo siguiente:

$6 \cdot (\frac{4}{3}n + \frac{1}{2}) = (\frac{5}{6}n + 2) \cdot 6$

Luego explicó:

> Yo multiplico por 6 los dos miembros de la igualdad, así se me van las fracciones y me quedan solamente términos con números enteros.

**a.** ¿Es correcta la afirmación de Mariel? Realicen las multiplicaciones para comprobarlo.
**b.** Determinen la solución de la ecuación.
**c.** ¿Por qué otro número se podría haber multiplicado toda la expresión para que la ecuación equivalente obtenida solo tenga términos con coeficientes enteros?

**12.** Sin resolver las ecuaciones, respondan:
**a.** ¿Es cierto que $-x + 10 = 24$ y que $-2x + 20 = 48$ son ecuaciones equivalentes? ¿Por qué?
**b.** ¿Es cierto que $3x + 9 = 15$ y que $6x + 18 = 15$ son ecuaciones equivalentes? ¿Por qué?
**c.** En sus carpetas, escriban algunas conclusiones de lo que ocurre si multiplicamos por el mismo número ambos lados del igual una ecuación.
**d.** Analicen qué ocurre si en lugar de multiplicar ambos lados del igual por el mismo número, dividimos. ¿Se obtienen ecuaciones equivalentes? Justifiquen sus respuestas.

## PARA RECORDAR

Para hallar una ecuación equivalente a otra dada, se pueden utilizar las siguientes estrategias:

- **Sumar la misma cantidad miembro a miembro**
  Ejemplo: $x - 3 = 6$. La solución de esta ecuación es 9, pues $9 - 3 = 6$.
  Si a ambos lados del igual sumamos 3, obtenemos: $x - 3 + 3 = 6 + 3$.
  Es decir, $x = 9$. La nueva ecuación posee el mismo conjunto solución.

- **Restar la misma cantidad miembro a miembro**
  Ejemplo: $x + 2 = 5$. La solución de esta ecuación es 3, pues $3 + 2 = 5$.
  Si a ambos lados del igual restamos 2, obtenemos: $x + 2 - 2 = 5 - 2$.
  Es decir, $x = 3$. La nueva ecuación posee el mismo conjunto solución.

- **Multiplicar por el mismo número miembro a miembro**
  Ejemplo: $\frac{1}{2}x = 4$. La solución de esta ecuación es 8, pues $\frac{1}{2} \cdot 8 = 4$
  Si a ambos lados del igual multiplicamos por 2, obtenemos: $\frac{1}{2}x \cdot 2 = 4 \cdot 2$.
  Es decir, $x = 8$. La nueva ecuación posee el mismo conjunto solución.

- **Dividir por el mismo número miembro a miembro**
  Ejemplo: $2x = 12$. La solución de esta ecuación es 6, pues $2 \cdot 6 = 12$.
  Si a ambos lados del igual dividimos por 2, obtenemos: $2x : 2 = 12 : 2$.
  Es decir, $x = 6$. La nueva ecuación posee el mismo conjunto solución.





**13.** Completen las siguientes ecuaciones para que sean equivalentes a la ecuación $5 \cdot (u + 1) + 5u = 105$.

**a.** ______ $+ 5u = 105$

**b.** ______ $+ 10u = 210$

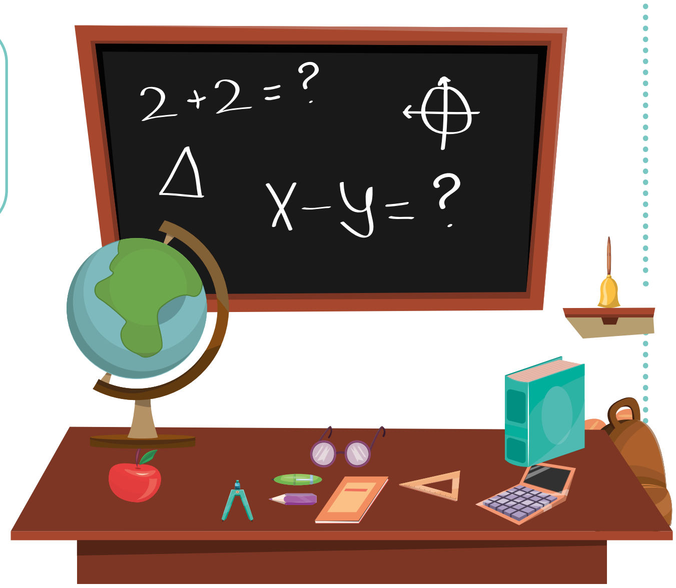
**c.** $5u +$ ______ $= 105$

**d.** ______ $+ u = 21$

**14.** Luis dice:

> La ecuación $2 \cdot x + 24 = 6$ no tiene solución, porque si multiplico un número por 2 y luego le sumo 24, no puedo obtener 6, pues es un número más pequeño.

¿Están de acuerdo? ¿Por qué?




**15.** Josefina dice que no existe el número que haga verdadera la siguiente igualdad:

$2k + 8 = 2k + 1$. ¿Están de acuerdo con ella? Justifiquen su respuesta.

**16.** Para hallar la solución de la ecuación $5x + 12 = 2 + 3x + 2x + 10$, Pablo reemplazó la variable por distintos números:

Cuando $x = 0$:
$5 \cdot 0 + 12 = 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 10$
$12 = 12$

Cuando $x = 1$:
$5 \cdot 1 + 12 = 2 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 10$
$5 + 12 = 2 + 3 + 2 + 10$
$17 = 17$

**a.** Reemplacen a la variable por otro número elegido por ustedes y comparen resultados.
**b.** ¿Cómo pueden explicar los resultados obtenidos?

## PARA RECORDAR

Al resolver una ecuación lineal con una variable, puede ocurrir que:

- Tenga una única solución. Por ejemplo, la ecuación $2x + 5 = 20$ tiene a 7,5 como solución.
- No tenga solución. Por ejemplo, no es posible obtener un valor para la variable que verifique la ecuación $2x + 1 = 2x + 7$.
- Tenga infinitas soluciones. Esto ocurre cuando ambos lados de la igualdad son algebraicamente equivalentes. Por ejemplo, la ecuación $2p + 3 = 4p + 3 - 2p$ tiene infinitas soluciones, ya que al simplificar obtenemos $2p + 3 = 2p + 3$, y cualquier valor que se le asigne a la variable verifica la igualdad planteada.

**17.** Indiquen cuáles de las siguientes ecuaciones no tienen solución.

**a.** $h + 8 = h + 2$
**b.** $3 \cdot h - 10 = 5$
**c.** $4 \cdot h + 18 = 2 \cdot h + 2 \cdot h - 12$
**d.** $2 \cdot h - 17 = 3 \cdot h - 17$

**18.** Completen las siguientes ecuaciones para que no tengan solución.

**a.** $3m + 5 = 3m +$ ______
**b.** ______ $+ 16 = 5m + 1$
**c.** $25m - 3 =$ ______
**d.** $234 + m =$ ______ $+ 125$

**19.** Indiquen cuáles de las siguientes ecuaciones tienen infinitas soluciones.

**a.** $-2a + 23 = -2a + 19 + 4$
**b.** $5 - 2a = 5 - 2a$
**c.** $5a + 12 = 3a + 2a + 5$
**d.** $a + 2a + 3a + 10 = 6a + 12$

**20.** Completen las siguientes ecuaciones para que tengan infinitas soluciones.

**a.** $3x + 5 = 3x +$ ______
**b.** ______ $+ 1 = -7x + 1$
**c.** $6x + 2x - 3 =$ ______
**d.** $4x + x =$ ______

**21.** En cada caso, completen la ecuación $3x + 1 =$ ______ para que se cumpla que:

**a.** La única solución sea $x = 3$.
**b.** La única solución sea $x = -2$.
**c.** La ecuación tenga infinitas soluciones.
**d.** La ecuación no tenga solución.

# Estrategias para resolver ecuaciones

En este último conjunto de actividades deberán poner en juego diversas estrategias para resolver ecuaciones.

**1.** Para resolver $3x + 4 = 2x + 5$, Bruno hizo lo que se ve a la derecha:

**a.** Completen, renglón por renglón, las explicaciones de lo que hizo Bruno.

**b.** Utilicen la estrategia de Bruno para resolver $4x + 20 = 5x + 5$.

$3x + 4 = 2x + 5$

$3x + 4 = 2x + 1 + 4$

$3x = 2x + 1$

$2x + 1x = 2x + 1$

$1x = 1$

**2.** Para resolver la ecuación $5x + 12 = 3x + 5x$, Lisandro usó la siguiente estrategia:

Como 5x está de los dos lados de la igualdad, al reemplazar x por cualquier valor, el resultado de esa parte de la cuenta va a dar lo mismo de los dos lados. Entonces, para que se cumpla la igualdad, 12 tiene que ser igual a 3x. Es decir: $12 = 3x$. Por lo tanto $x = 4$.

**a.** Indiquen si el valor de x que obtuvo Lisandro es o no solución de la ecuación.

**b.** Usen la estrategia de Lisandro para resolver las siguientes ecuaciones.

- $3x + 2x = 2x + 9$
- $-21 + 4m = 7m + 4m$
- $16 + 6y = 6y - 8y$
- $2w + 4w = 4w + 3$

**3.** Para resolver la ecuación $5x + 17 = 2x + 20$, Lucía usó una estrategia parecida a la de Lisandro:

La ecuación $5x + 17 = 2x + 20$ se puede escribir como $3x + 2x + 17 = 2x + 17 + 3$. Ahora bien, como 2x y 17 están de los dos lados de la igualdad, uso la estrategia de Lisandro y me queda que $3x = 3$. Entonces, $x = 1$.

**a.** Indiquen si el valor de x que obtuvo Lucía es o no solución de la ecuación.

**b.** Usen la estrategia de Lucía para resolver las siguientes ecuaciones.

- $4x + 12 = 2x + 20$
- $5f + 12 = 3f + 17$
- $6z + 4 = 2z + 4$
- $3x - 2 = 2x - 5$

**4.** Dada la ecuación $13 = 10m - 2$, comparen los procedimientos que se utilizaron para determinar la solución de la ecuación.

**Procedimiento 1**
Tengo que buscar un número que multiplicado por 10 me dé 15, porque 15 – 2 es 13. Ese número es 1,5.

**Procedimiento 2**
Si a $2m$ le resto 2, el resultado es 13. Eso significa que $2m$ tiene que dar 15, porque 15 – 2 es 13. Por lo tanto, $m$ es la décima parte de 15, es decir 1,5.

**Procedimiento 3**

$$13 = 10m - 2$$
$$13 + 2 = 10m - 2 + 2$$
$$15 = 10m$$
$$15 : 10 = 10m : 10$$
$$1{,}5 = m$$

**Procedimiento 4**

$$13 = 10m - 2$$
$$15 = 10m$$
$$1{,}5 = m$$

En parejas, analicen cada uno de los procedimientos y luego respondan:

**a.** ¿Qué diferencias y similitudes encontraron en las resoluciones?
**b.** ¿Todas son correctas? ¿Por qué?

**5.** Para hallar la solución de $\frac{7}{2} + \frac{3}{2}x = 8$, Facu hizo lo que se ve a la derecha:

**a.** Expliquen, renglón a renglón, el procedimiento que realizó Facu para resolver la ecuación.
**b.** Expliquen por qué es correcto.
**c.** ¿Por qué creen que, al comienzo de la resolución, multiplicó miembro a miembro por 2?
**d.** José, al comienzo de la resolución, multiplicó cada miembro de la ecuación por 3. ¿Creen que utilizó una buena estrategia? Justifiquen su respuesta.

$$\frac{7}{2} + \frac{3}{2}x = 8$$
$$2 \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{3}{2}x\right) = 8 \cdot 2$$
$$7 + 3x = 16$$
$$7 + 3x - 7 = 16 - 7$$
$$3x = 9$$
$$3x : 3 = 9 : 3$$
$$1x = 3$$

**6.** En cada caso, encuentren el valor que debe tomar la variable para que se cumpla la igualdad. Expliquen cómo lo pensaron.

**a** $\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} = 25$
**b.** $7 \cdot (r - 31) = 0$
**c.** $5y - 30 = 15 + 8y$
**d.** $125 \cdot u + 250 = 1.250$

**7.** Realicen un listado de las estrategias que usaron para resolver las ecuaciones de la consigna anterior.

**a.** Analicen la validez y pertinencia de las estrategias. Para cada estrategia, propongan un ejemplo de ecuación en donde les haya resultado útil utilizarla.
**b.** Comparen las estrategias con las de sus compañeros, discutan la validez de cada una y agreguen al listado aquellas que no hayan utilizado.

**8.** Identifiquen los errores de las siguientes resoluciones. Justifiquen en cada caso.

$$8a - 4 = 4a + 3$$
$$8a - 4 = 7a$$
$$8a - 7a - 4 = 7a - 7a$$
$$a - 4 = 0$$
$$a = 4$$

$$14m + 4 = 7m - 4$$
$$14m = 7m$$
$$14m - 7m = 7m - 7m$$
$$7m = 0$$
$$7m : 7 = 0 : 7$$
$$m = 0$$

$$3x + 2 = 20 - 2x$$
$$3x + 2 - 2 = 20 - 2x - 2$$
$$3x = 2x + 18$$
$$3x - 2x = 2x + 18 - 2x$$
$$x = 18$$

$$3 \cdot (z + 2) = 21$$
$$3z + 2 = 21$$
$$3z + 2 - 2 = 21 - 2$$
$$3z = 19$$
$$3z : 3 = 19 : 3$$
$$z = \frac{19}{3}$$

## PARA RECORDAR

Para resolver una ecuación lineal (y en general cualquier ecuación) se pueden usar diferentes estrategias. Algunas de ellas son:

- Probar reemplazando a la variable por distintos valores hasta encontrar, si existen, todos los valores que hacen que se cumpla la igualdad. Recuerden que si ya encontraron una solución, tienen que asegurarse de que no haya otras.
- Encontrar, si existen, todos los valores de la variable que sean solución de la ecuación, teniendo en cuenta las operaciones involucradas. Por ejemplo: para resolver la ecuación $10 \cdot (x - 3) = 20$, la expresión $(x - 3)$ debe ser igual a 2. Por lo tanto, $x = 5$ es la única solución.
- Usar técnicas para “despejar la variable” y encontrar, si existen, todos los valores de la variable para que se cumpla la igualdad.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

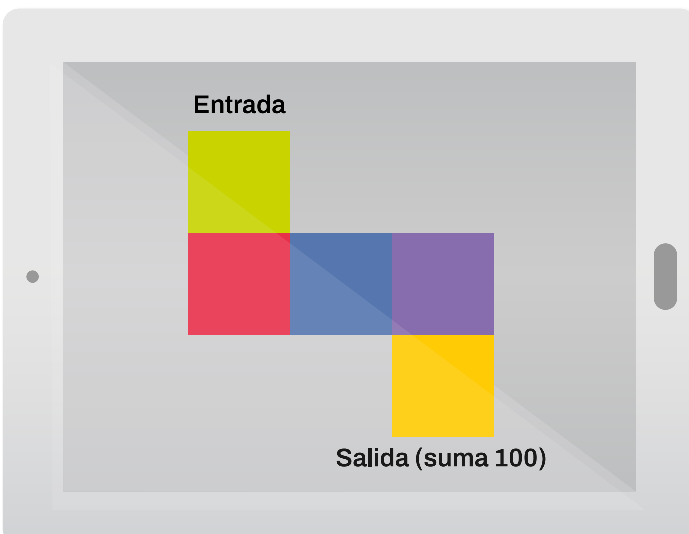
Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas los ayudarán a pensar:

**a.** ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
**b.** ¿Qué conceptos o ideas aprendieron?
**c.** ¿Qué conceptos o ideas recordaban de los años anteriores?
**d.** ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?
**e.** ¿Qué se debe tener en cuenta para decidir si dos ecuaciones son equivalentes?
**f.** ¿Qué estrategias podemos utilizar para resolver ecuaciones lineales?

# Funciones II

## El desafío final

En una sala de escape, se presenta el siguiente desafío. La puerta de salida tiene una pantalla táctil en donde se muestra la siguiente imagen:




Para abrir la puerta y finalmente poder salir de la sala, en cada uno de los cuadrados hay que ingresar un número a partir de las siguientes condiciones y respetando el orden establecido.

- Ingresar un número en el cuadrado verde.
- Ingresar un número en el cuadrado rojo.
- En el cuadrado azul, escribir el resultado de la suma de los primeros números.
- En el cuadrado violeta, escribir el resultado de la suma de los números que ingresaron en los cuadrados azul y rojo.
- En el cuadrado amarillo, escribir la suma de los números que ingresaron en los cuadrados violeta y azul.

Si el número ingresado en el cuadrado amarillo es 100, la puerta de salida se abre automáticamente.

**a.** ¿Qué números pueden proponer en los primeros dos casilleros para poder salir de la sala de escape?

**b.** En la sala de escape hay un cartel que informa que hay ciertos desafíos que tienen más de una solución. ¿Se cumple eso, en este caso? ¿Por qué?

# Un repaso por las ecuaciones lineales

A continuación, les presentamos una serie de actividades para trabajar con funciones y ecuaciones lineales.

**1.** Se realizó un experimento en dos etapas. La primera etapa consistió en estudiar los valores que tomaba la temperatura de una sustancia al ser sometida a una fuente de calor. A partir de los datos obtenidos, se llegó a la conclusión de que la fórmula $f(x) = 2x + 27$ se puede utilizar para calcular la temperatura (en °C) que alcanzó la sustancia, donde $x$ representa la cantidad de minutos que transcurrieron desde el inicio del experimento.

**a.** La primera etapa finalizó a los 12 minutos, ¿cuál fue la temperatura que alcanzó la sustancia en ese momento?

**b.** Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde el inicio del experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las siguientes temperaturas:

29 °C 37 °C 30 °C 40 °C

**2.** En la segunda etapa del experimento, se quitó la fuente de calor y la temperatura de la sustancia empezó a descender. Ahora, la fórmula que permite calcular dicha temperatura (en °C) en función del tiempo transcurrido (en minutos) desde el inicio de esta etapa es: $f(x) = -3x + 51$. Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde que comenzó la segunda etapa del experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las siguientes temperaturas:

**a.** 51 °C **b.** 48 °C **c.** 21 °C **d.** 13,5 °C

**3.** Una sustancia tiene una temperatura inicial de 7 °C y en un determinado momento es sometida a una fuente de calor que aumenta su temperatura a razón de 3 °C por minuto.

**a.** Escriban una fórmula que les permita calcular la temperatura de la sustancia (en °C), a medida que transcurre el tiempo, desde que es sometida a la fuente de calor (en minutos).

**b.** Se sabe que la sustancia alcanza el punto de ebullición a los 97°. ¿De qué forma es posible utilizar la fórmula que escribieron en la consigna **a** para determinar el momento en que la sustancia comenzará a entrar en ebullición?

**PARA RECORDAR**

Las ecuaciones asociadas a las funciones lineales se llaman **ecuaciones lineales**.

Resolver una ecuación significa hallar, si es que existen, todos los valores de la variable que hacen que la igualdad sea verdadera.

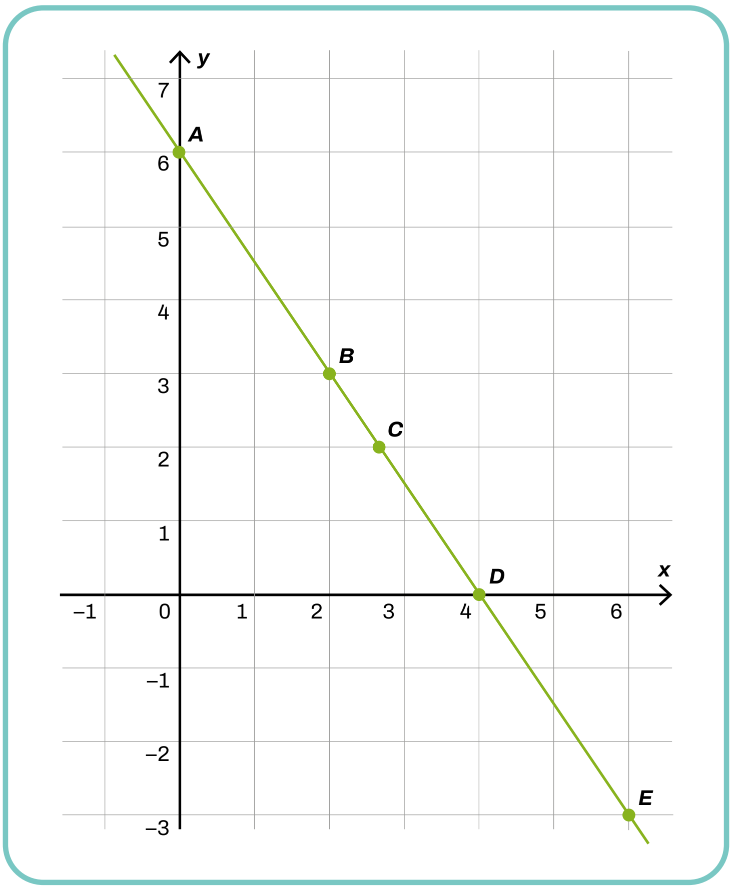
Los valores de la variable que hacen verdadera la igualdad son las soluciones de la ecuación. Por ejemplo, $x = 5$ es solución de la ecuación $2x + 27 = 37$, ya que $2 \cdot 5 + 27 = 37$. Esto no ocurre con otros valores de la variable. Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación, porque al reemplazar $x$ por 2 se obtiene $2 \cdot 2 + 27$, que da como resultado 31 y no 37, es decir, se llega a una igualdad que no es correcta o que es falsa.

4. Gonzalo dice que $x = 7$ es la solución de la ecuación $12x - 84 = 0$. En cambio, Lautaro afirma que la solución es 0. ¿Quién de los dos tiene razón? Expliquen por qué.

5. Determinen, si es que existen, las soluciones de las siguientes ecuaciones.

**a.** $7p - 14 = 63$
**b.** $2 \cdot (z - 7) + 4 = 34$
**c.** $5m + 2 = 3m - 18$
**d.** $15 + 9b = 9b + 5$
**e.** $4 \cdot (c + 3) + 2 = 2c + 12 + 2c$
**f.** $(t - 3) \cdot (t + 5) = 0$

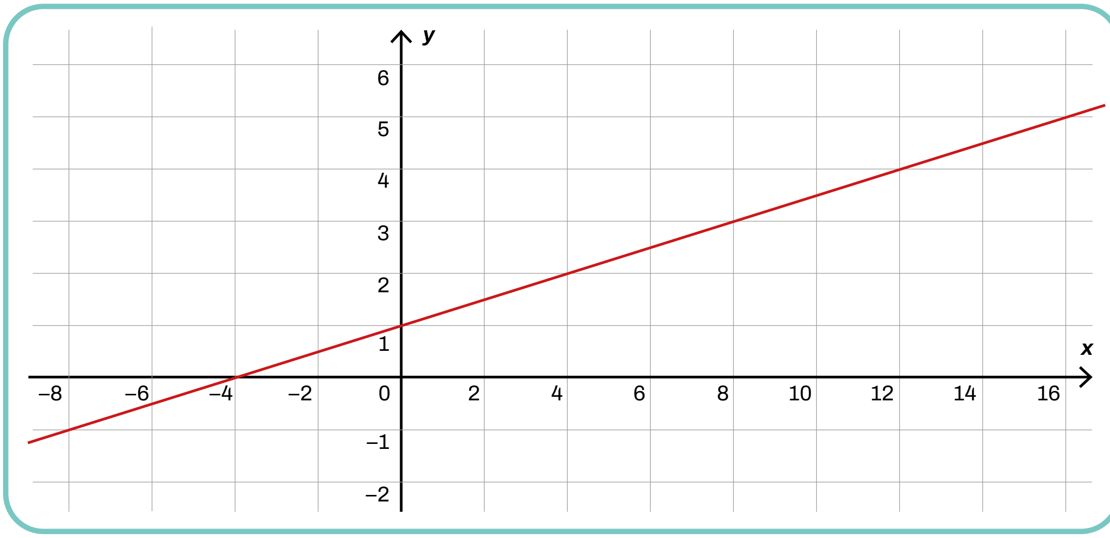
6. El siguiente gráfico representa la función $f(x) = -\frac{3}{2}x + 6$




**a.** Una alumna de segundo año dice que las coordenadas del punto B ayudan a determinar la solución de la ecuación $-\frac{3}{2}x + 6 = 3$. ¿Por qué es correcta su afirmación?
**b.** ¿Cuál de los puntos indicados sobre la recta sirve para determinar la solución de la ecuación $-\frac{3}{2}x + 6 = 0$? Expliquen cómo hicieron para identificarlo.
**c.** ¿De cuál de las siguientes ecuaciones es solución el punto C?

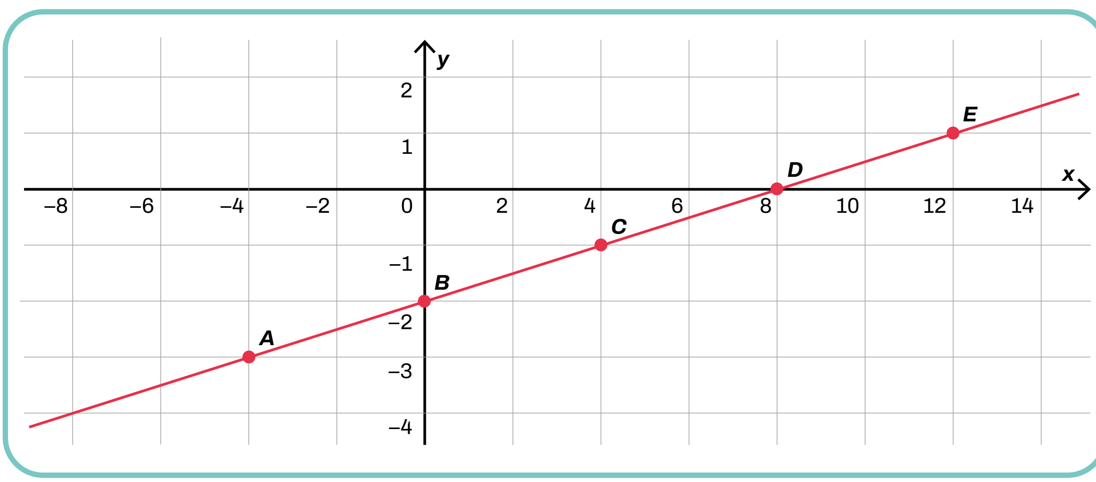
| | |
|---|---|
| $-\frac{3}{2}x + 6 = 2{,}5$ | $-\frac{3}{2}x + 6 = 2$ |
| $-\frac{3}{2}x + 6 = 2{,}6$ | $-\frac{3}{2}x + 6 = \frac{8}{3}$ |

7. El siguiente gráfico representa la función $m(x) = 1 + 0{,}25x$.




**a.** Marquen en el gráfico el punto que representa la solución de la ecuación $1 + 0{,}25x = –1$.
**b.** Marquen el punto que representa la solución de la ecuación $m(x) = 4$.
**c.** Marquen el punto que representa la solución de la ecuación $m(x) = 0$.
**d.** Determinen el valor de $x$ que es solución de cada ecuación anterior.

8. En el gráfico de la función $g(x) = –2 + 0{,}25x$ están marcados algunos puntos.




Usando la fórmula de la función y la información de su gráfico, propongan ecuaciones cuyas soluciones puedan representarse con cada uno de los puntos marcados.

## PARA RECORDAR

En determinadas situaciones, es posible vincular la búsqueda de las soluciones de las ecuaciones de la forma $ax + b = c$ (donde $a$, $b$ y $c$ son números cualesquiera y $a$ es distinto de cero) con la búsqueda del valor de la variable independiente de la función lineal $f(x) = ax + b$, cuya imagen es $c$. Para obtener dicho valor, pueden apoyarse en el registro gráfico de la función y determinar la solución a partir de la abscisa del punto del gráfico cuya ordenada es el número $c$, es decir, a partir de la abscisa del punto $(x; c)$.

# Ecuaciones lineales con dos variables

En este apartado del capítulo, deberán resolver una serie de consignas para trabajar ecuaciones lineales con dos variables.

**1.** Juan tiene una carpintería artesanal y en ella fabrica mesas y sillas. Para fabricar una silla emplea 2 horas de trabajo y 4 horas para elaborar una mesa. Juan no realiza trabajos en simultáneo, y esta semana quiere trabajar exactamente 40 horas. ¿Cuántas sillas y mesas podrá fabricar?

**2.** En una escuela se pintaron aulas y pasillos como parte de tareas de mantenimiento. En total fueron utilizados 35 baldes de pintura. Para cada aula se usó uno de esos baldes, mientras que para cada pasillo se emplearon 3 baldes de pintura.

**a.** ¿Es posible que se hayan pintado 15 aulas y 20 pasillos? ¿Y 20 aulas y 5 pasillos?

**b.** Si se pintaron 14 aulas, ¿cuántos pasillos fueron pintados?¿Y si se pintaron 23 aulas?

**c.** Completen la siguiente tabla con las cantidades que faltan.

| Cantidad de aulas pintadas | Cantidad de pasillos pintados |
|---|---|
| | 10 |
| | 9 |
| 17 | |
| 26 | |

**3.** El perímetro de un rectángulo es de 36 cm.

**a.** Indiquen cuáles de las siguientes medidas pueden corresponder a sus lados.

- Base = 20 cm, y altura = 16 cm.
- Base = 6 cm, y altura = 12 cm.
- Base = 30 cm, y altura = 6 cm.
- Base = 8 cm, y altura = 10 cm.

**b.** Propongan otras medidas posibles para la base y la altura del rectángulo.

**c.** Indiquen con cuál o cuáles de las siguientes ecuaciones se puede representar esta situación. Tengan en cuenta que *b* representa la medida de la base y *a*, la altura.

- $b + a = 36$
- $2b + 2a = 36$
- $b + a = 18$
- $2a + 2b = 72$

**4.** A partir del siguiente enunciado: “La adición del doble de un número y el cuádruple de otro es igual a 20”.

**a.** ¿Cuáles son todos los pares de números naturales que lo verifican?

**b.** Si $\frac{1}{4}$ es uno de los números, ¿cuál debería ser el otro, para que se cumpla la condición de la consigna?

**c.** Propongan ocho pares de números racionales que no sean enteros y que verifiquen el enunciado.

**5.** Inventen un problema en donde la o las respuestas a dicha situación puedan obtenerse a partir de la ecuación $5x + 2y = 50$.





« Índice

**6.** Carolina, Noelia y Adriana quieren obtener algunas soluciones de la ecuación $\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x = -3$. Para lograr dicha tarea, las chicas propusieron las siguientes estrategias:

Carolina

> Yo lo que hice fue elegir un número para la *y*, pero que sea múltiplo de 2. Luego reemplacé ese número en la ecuación y la resolví, ya que todavía me quedaba averiguar el valor de *x*.

Noelia

> Yo hice algo parecido a Carolina, pero antes elegí un número que sea múltiplo de 2 y de 6 y lo usé para multiplicar toda la ecuación, así me quedaba con números enteros y no con fracciones.

Adriana

> Como no tenía ganas de resolver muchas ecuaciones, elegí escribir la ecuación de otra forma, para que me resulte más fácil obtener las soluciones.

A partir de lo que las chicas contaron sobre sus estrategias, respondan:

**a.** ¿Por qué Carolina en su explicación dice que eligió múltiplos de 2? ¿Podría haber elegido múltiplos de otro número?

**b.** ¿Por qué Noelia en su explicación dice que eligió un múltiplo de 2 y de 6?

**c.** A continuación, se presentan algunas de las resoluciones que utilizaron las chicas para obtener soluciones de la ecuación $\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x = -3$. Indiquen a qué chica corresponde cada resolución y expliquen cómo se dieron cuenta.

### Resolución 1

$\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x = -3$

$6 \cdot (\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x) = (-3) \cdot 6$

$3y + x = -18$

Reemplazo *y* por 4.

$3 \cdot 4 + x = -18$

$12 + x = -18$

$x = -18 - 12$

$x = -30$

El par ordenado (–30; 4) es una solución de la ecuación.

### Resolución 2

$\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x = -3$

$\frac{1}{2}y = -3 - \frac{1}{6}x$

$y = (-3 - \frac{1}{6}x) : \frac{1}{2}$

$y = -6 - \frac{1}{3}x$

Reemplazo *x* por 6.

$y = -6 - \frac{1}{3} \cdot 6$

$y = -6 - 2$

$y = -8$

El par ordenado (6; –8) es una solución de la ecuación.

### Resolución 3

$\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}x = -3$

Reemplazo *y* por 10.

$\frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{6}x = -3$

$5 + \frac{1}{6}x = -3$

$\frac{1}{6}x = -3 - 5$

$\frac{1}{6}x = -8$

$x = (-8) : \frac{1}{6}$

$x = -48$

El par ordenado (–48; 10) es una solución de la ecuación.

**7.** ¿Cuáles de los siguientes pares ordenados son solución de la ecuación $\frac{1}{2}x - y = 8$?

**a.** (0; 8)
**b.** (16; 0)
**c.** (20; 2)
**d.** (2; 20)
**e.** (–3; 9,5)
**f.** $(\frac{1}{2}; -\frac{31}{4})$

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Matemática

**PARA RECORDAR**

Las ecuaciones lineales de dos variables son todas las ecuaciones de la forma $ax + by = c$, donde $x$ e $y$ son las variables, mientras que $a$, $b$ y $c$ son números cualesquiera simultáneamente distintos de cero.

Resolver una ecuación de este tipo significa determinar los pares de números que satisfacen la igualdad correspondiente. Dependiendo del contexto, en algunas ocasiones interesa determinar algunos de esos pares ordenados, y en otras, todos.

**8.** Expresen como par ordenado seis soluciones para la ecuación $3x - 4y = 16$.

**PARA RECORDAR**

Dos ecuaciones son **equivalentes** cuando tienen el mismo conjunto solución.

**9.** Dadas las ecuaciones:

$y + \frac{1}{2}x = 3$ $\quad$ $2{,}5x + 5y = 15$

¿Por qué es correcto afirmar que son equivalentes?

**10.** Dadas las ecuaciones:

$y + 3x = 6$ $\quad$ $y = 3x + 6$

¿Por qué es correcto afirmar que no son equivalentes?

**11.** Unan con flechas las ecuaciones que sean equivalentes.

| | |
|---|---|
| $y + 3x = -12y$ | $10a - 15b = -10$ |
| $3a - 5b = 15$ | $0{,}25m + 0{,}1n = 0{,}1$ |
| $\frac{y + x}{2} = 5$ | $2m + 5n = 2$ |
| $2a - 3b = -2$ | $a = 5 + \frac{5}{3}b$ |
| $5m + 2n = 2$ | $x + \frac{1}{3}y = -4$ |
| $m = 1 - 2{,}5n$ | $x + y = 10$ |

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

**12.** A partir de la afirmación "La suma de dos números es igual a 9", resuelvan las siguientes consignas.

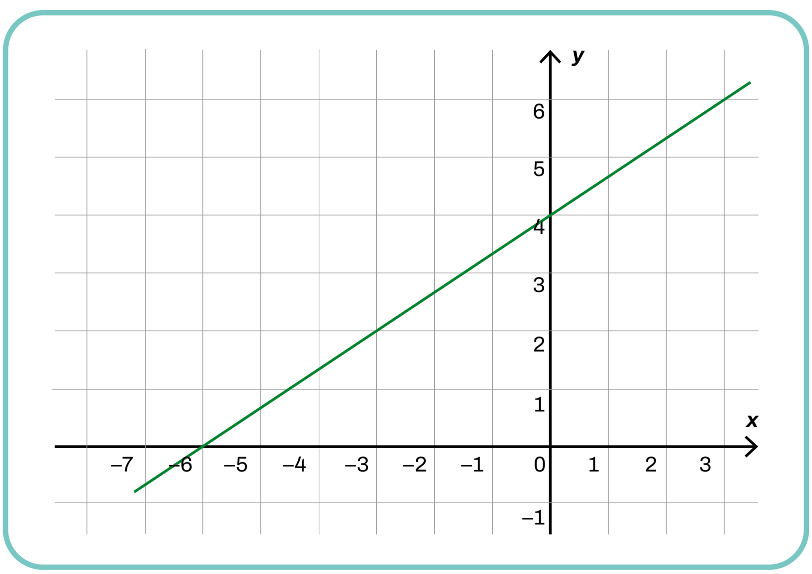
**a.** Si uno de los números es 6,5, ¿cuánto vale el otro? ¿Y si uno de ellos es –3?

**b.** Si $x$ e $y$ representan dos números cualesquiera, determinen si la ecuación $y = 9 - x$ sirve para expresar la relación entre los números que cumplen con la afirmación.

**c.** En el siguiente gráfico están representados todos los pares de números que cumplen con la relación dada. Elijan cinco puntos de la recta y comprueben que la suma de sus coordenadas sea igual a 9.


**13.** En un sistema de ejes cartesianos, representen gráficamente todas las soluciones de la ecuación $3x + 2y = 16$.

**14.** De las opciones que figuran debajo, indiquen cuál o cuáles son las ecuaciones cuyo conjunto solución está representada en el siguiente gráfico. Expliquen cómo se dieron cuenta.




Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

**a.** $-6x + 4y = 0$

**b.** $-2x + 3y = 12$

**c.** $y = 4 + \frac{2}{3}x$

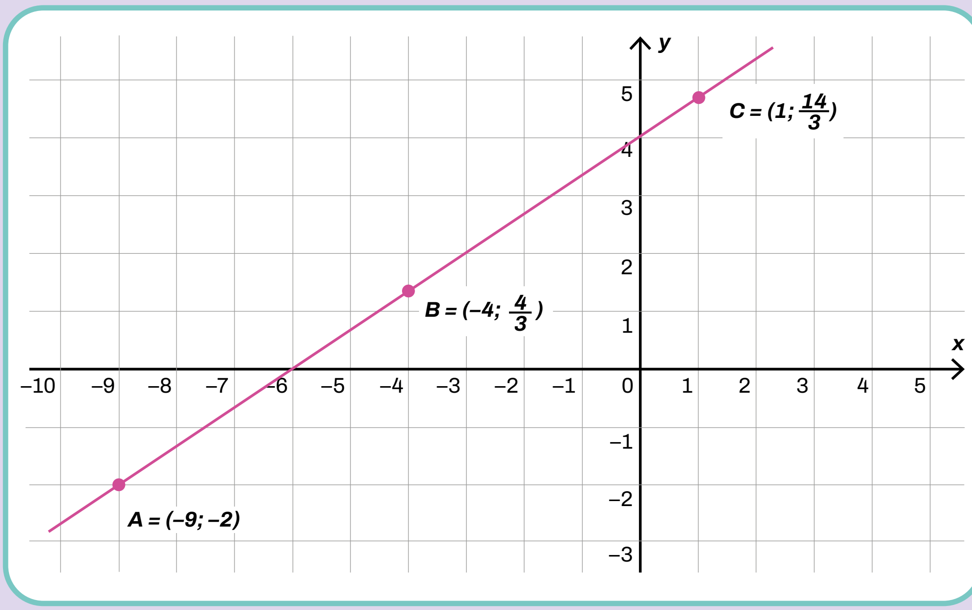
**d.** $y = 4 - \frac{2}{3}x$

**e.** $6x - 9y = -36$

## PARA RECORDAR

Las soluciones de las ecuaciones lineales $ax + by = c$ se pueden representar en el plano cartesiano. Cada una de esas soluciones representa un punto de dicho plano. Al estar estos puntos alineados, la representación gráfica de todas las soluciones asociadas a una ecuación lineal de dos variables es una recta.

Por ejemplo, el siguiente gráfico representa todas las soluciones de la ecuación $\frac{2}{3}x - y = -4$.




En este ejemplo en particular, no hay una restricción para los valores de las variables. Sí sucede esto en los problemas 1, 2 y 3 de este tema. En los problemas 1 y 2, cada una de las soluciones se conforma con determinados números enteros positivos. En cambio, en el problema 3, las soluciones quedan determinadas por un conjunto de números racionales positivos.

En particular, la expresión $y = ax + b$ se denomina **ecuación de la recta**, ya que todos los pares ordenados que verifican esta ecuación determinan una recta en el plano.

**15.** Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.

**a.** El par ordenado (2; –3) es solución de la ecuación $2x - 3y = 4$.

**b.** La ecuación $5a + 3b = 20$ y la ecuación $3a + 5b = 20$ son equivalentes.

**c.** El par ordenado (–3; 4) es solución de la ecuación $-3x + 4y = 25$.

**d.** La ecuación $3m - n + 4 = 0$ y la ecuación $15m - 5n = -20$ son equivalentes.

# Rectas paralelas y perpendiculares

Aquí deberán resolver una serie de actividades, utilizando rectas paralelas y perpendiculares.



**1.** Un club tiene dos piletas iguales con 49.000 litros de capacidad. En cierto momento deciden llenar las dos piletas de manera simultánea. La primera pileta contaba con 7.000 litros de agua en su interior y se llenó mediante una bomba que vierte agua a un ritmo constante de 3.000 litros por hora. En el mismo momento, se encendió otra bomba para llenar la segunda pileta, que ya tenía 10.000 litros de agua. Esta bomba arroja 2.750 litros de agua por hora a un ritmo constante.

**a.** Propongan una fórmula que permita calcular la cantidad de agua de la primera pileta en función del tiempo (en horas) que dura el proceso de llenado.
**b.** Propongan una fórmula que permita calcular la cantidad de agua de la segunda pileta en función del tiempo (en horas) que dura el proceso de llenado.
**c.** ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde que se encienden las bombas hasta que ambas piletas tengan la misma cantidad de agua en el mismo instante? ¿Cuál será la cantidad de agua en ese momento?
**d.** Representen gráficamente las relaciones asociadas a este problema.

**2.** El club cuenta con una tercera pileta, de igual capacidad que las mencionadas en la actividad anterior (49.000 litros). Esta pileta estaba totalmente vacía; también se decide comenzar a llenarla en el mismo momento que las otras dos piletas, con una bomba que vierte 3.000 litros de agua por hora.
**a.** Luego de una hora de comenzado el proceso de llenado, ¿Cuánta agua hay en la primera pileta? ¿Y en la tercera?
**b.** ¿Es posible que, desde que se encienden las bombas, la primera y la tercera pileta tengan la misma cantidad de agua en el mismo instante? ¿Por qué?

**3.** Marcelo, para graficar las rectas $r_1$ y $r_2$, elaboró una tabla de valores para cada una.

Tabla de valores correspondiente a $r_1$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | –2 |
| 2 | 6 |
| 4 | 14 |

Matemática

Tabla de valores correspondiente a $\boldsymbol{r}_2$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 7 |
| 2 | 11 |

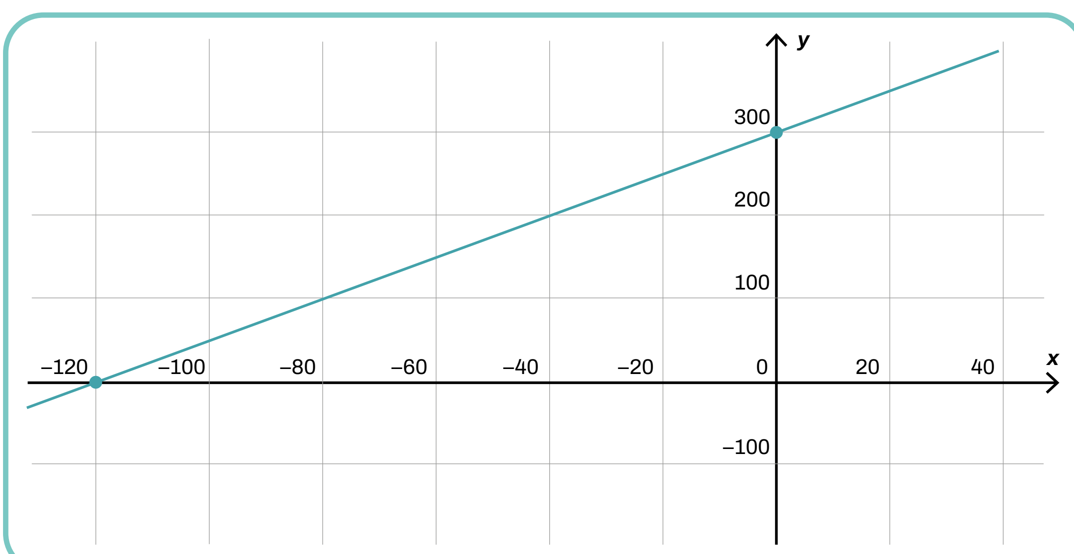
**a.** Para cada una de las tablas anteriores, indiquen cuánto aumenta la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente.
**b.** Representen gráficamente las rectas $\boldsymbol{r}_1$ y $\boldsymbol{r}_2$.
**c.** ¿Es correcto afirmar que no es posible calcular las coordenadas de algún punto que pertenezca a las dos rectas? ¿Por qué?

**4.** Representen gráficamente, en un mismo sistema de ejes cartesianos, las siguientes rectas:

**a.** $\boldsymbol{r}_1$: $y = -\frac{3}{2}x - 6$
**b.** $\boldsymbol{r}_2$: $y = -3 + \frac{3}{2}x$
**c.** $\boldsymbol{r}_3$: $y = -1 - 1{,}5x$

**5.** Indiquen si las siguientes afirmaciones respecto de las rectas que representaron gráficamente en la actividad anterior son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.
**a.** Las tres rectas son decrecientes.
**b.** $\boldsymbol{r}_1$ y $\boldsymbol{r}_2$ son rectas paralelas.
**c.** $\boldsymbol{r}_1$ y $\boldsymbol{r}_3$ son rectas paralelas.
**d.** $\boldsymbol{r}_1$ y $\boldsymbol{r}_2$ son rectas perpendiculares.

**6.** Decidan, en cada caso, si las siguientes rectas son paralelas. Justifiquen cada una de sus respuestas.
**a.** La recta que contiene a los puntos (1; 7) y (3; –3); y la recta de ecuación $y = 7 + 5x$.
**b.** La recta de ecuación $y = 5 + 2{,}5x$ y la recta cuyo gráfico es el siguiente:

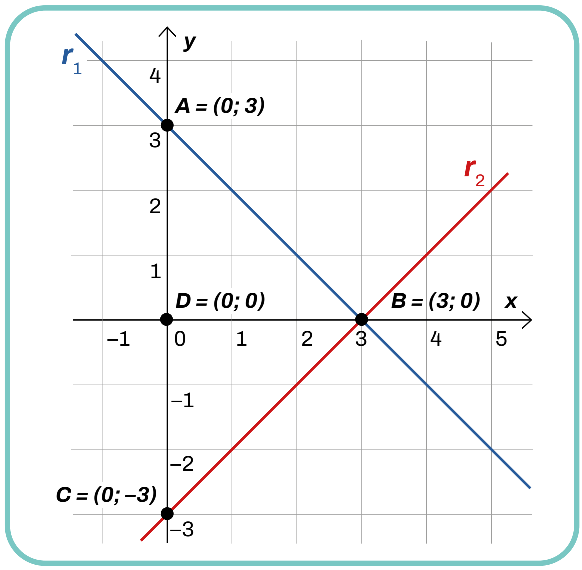



Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

## PARA RECORDAR

Dos o más rectas son **paralelas** si tienen la misma pendiente.

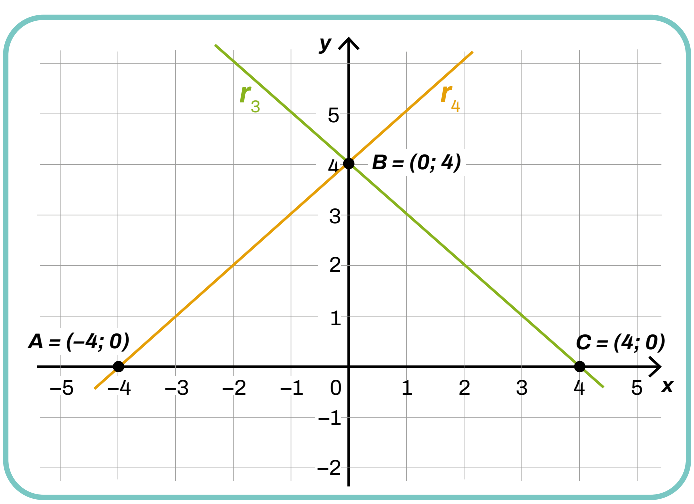
**7.** En el siguiente gráfico están representadas las rectas $r_1$ y $r_2$.




Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada respuesta.

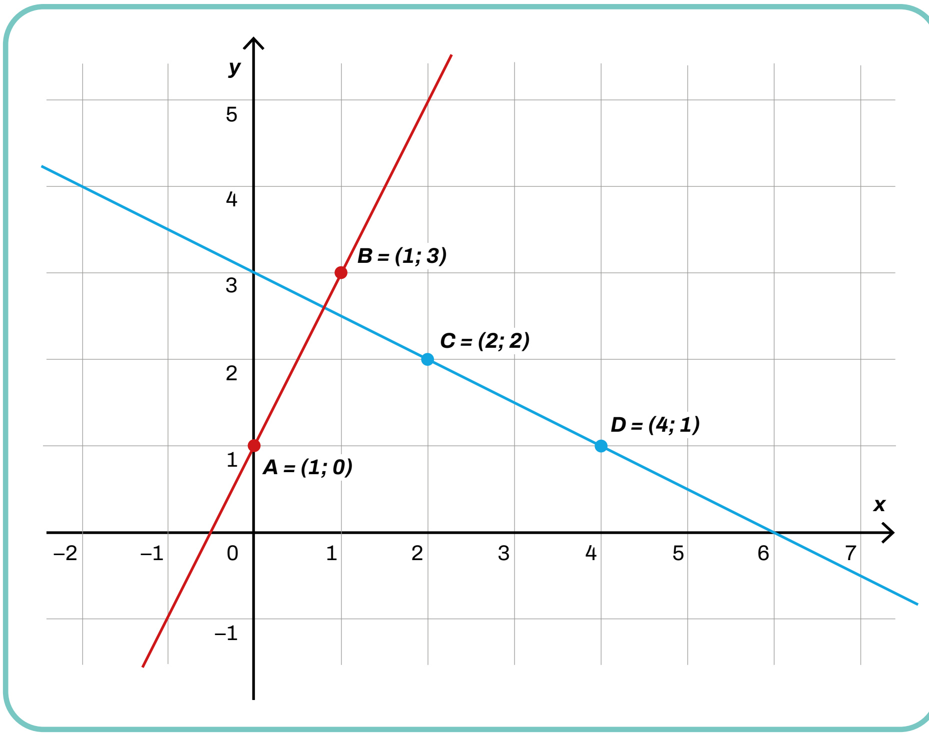
**a.** 1 es el valor de la pendiente de $r_1$.
**b.** 1 es el valor de la pendiente de $r_2$.
**c.** Los puntos ABD determinan un triángulo escaleno.
**d.** Los puntos DBC determinan un triángulo isósceles.
**e.** El ángulo determinado por los puntos DAC tiene una amplitud de 40°.
**f.** Los puntos ABC determinan un triángulo rectángulo.
**g.** Las rectas $r_1$ y $r_2$ son perpendiculares.

**8.** A partir del gráfico, determinen las ecuaciones de las rectas $r_3$ y $r_4$.




¿Es cierto que las rectas $r_3$ y $r_4$ son perpendiculares? ¿Por qué?

**9.** En el siguiente gráfico están representadas dos rectas perpendiculares.




**a.** Determinen el valor de la pendiente de cada una de las rectas.
**b.** ¿Existe alguna relación entre los valores de las pendientes?

**10.** Determinen si los siguientes pares de rectas son perpendiculares o no.

**a.** $r_1$: $y = 2x - 9$ $r_2$: $y = -\frac{1}{2}x + 5$

**b.** $r_3$: $y = -3 + 4x$ $r_4$: $y = -4x + \frac{1}{3}$

**c.** $r_5$: $y = -0{,}2x + 1$ $r_6$: $y = 5x - 4$

**d.** $r_7$: $y = 8 + \frac{2}{3}x$ $r_8$: $y = \frac{3}{2}x - 8$

**PARA RECORDAR**

Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a –1. Para que esto suceda, las pendientes de las rectas tienen que ser números opuestos e inversos.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas los ayudarán a pensar:

**a.** ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
**b.** ¿Qué conceptos o ideas nuevas aprendieron?
**c.** ¿Qué conceptos o ideas recordaban de los años anteriores?
**d.** ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo, y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?
**e.** ¿Existen diferencias entre las ecuaciones que resolvieron en este capítulo y las ecuaciones del capítulo anterior?
**f.** Enumeren, a partir de lo trabajado a lo largo de este capítulo, algunas de las características importantes de las ecuaciones lineales de dos variables.
**g.** Para la actividad de la primera página de este capítulo ("El desafío final"):

- Escriban como una ecuación lineal de dos variables las condiciones que propone el desafío.
- Determinen algunos pares de soluciones de esa ecuación.
- Representen gráficamente el conjunto de la solución de esa ecuación.
- ¿Cómo se modifica el gráfico que realizaron en el punto anterior, si solamente se pudieran ingresar números enteros en el cuadrado verde y el cuadrado rojo?

CAPÍTULO 8

# Estadística

A partir del análisis de la infografía en la página siguiente, respondan a las cuestiones indicadas.

**a.** ¿Cuáles son las variables que se estudian? ¿De qué tipo son?
**b.** ¿Se puede determinar cuál es la población que se estudia? ¿Por qué?
**c.** ¿Qué preguntas se pueden responder a partir de la información presentada? Escriban un mínimo de 5 preguntas.
**d.** ¿Qué tipo de gráficos se utilizaron en la infografía? Expliquen si consideran que son la mejor opción para representar los datos y por qué.
**e.** ¿Hay algún dato o información que crean que falta en la infografía para hacerla más completa? ¿Qué agregarían y por qué?
**f.** ¿Cuál es la conclusión más importante que pueden sacar a partir de la infografía? Justifiquen su respuesta.
**g.** Observen la infografía y elijan un aspecto que les haya llamado especialmente la atención (por ejemplo, una categoría de datos, una tendencia o una comparación entre elementos). ¿Cómo podrían presentar esta información de manera diferente para destacar ese aspecto específico? Expliquen qué cambios harían en la representación para que esa parte de los datos sea más clara o visible.

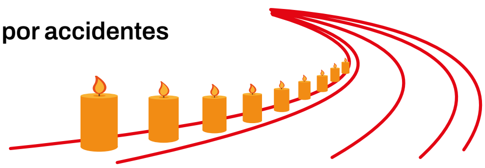


# Traumatismos causados por el tránsito: los hechos

Cada año hay

**1,24 millones**

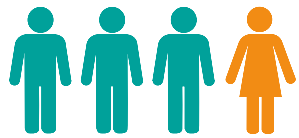
de muertes por accidentes de tránsito.



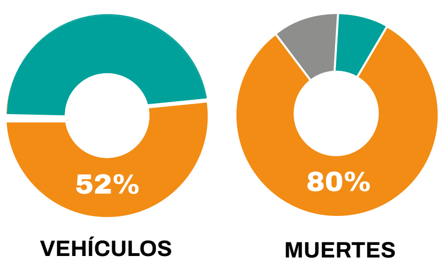
**1ª** causa de muerte en el grupo etario de 15-29 años.

**3 de 4**

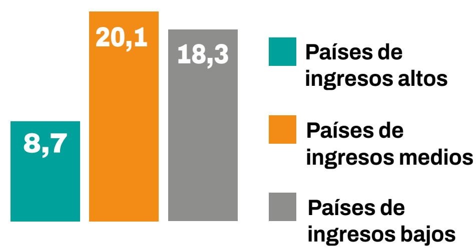
de los fallecidos en accidentes de tránsito son del sexo masculino



Los países de ingresos medios solo tienen la mitad de los vehículos existentes en el mundo y a pesar de eso sufren el 80% de las muertes por accidentes de tránsito.

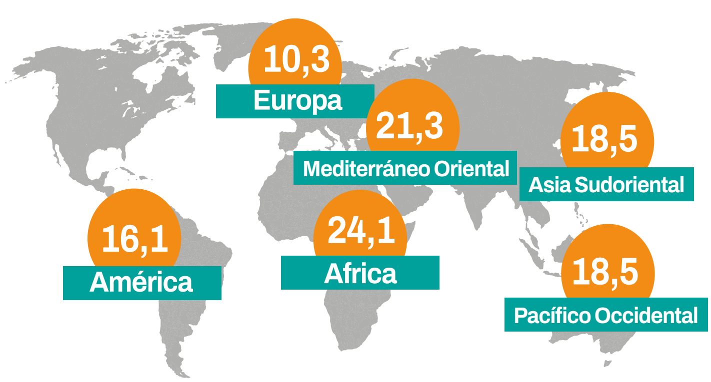



Los países de ingresos medios son los que tienen mayores tasas de mortalidad por accidentes de tránsito.

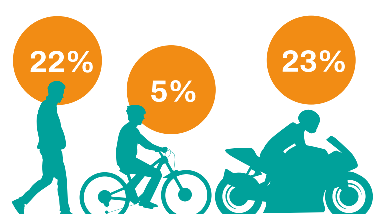



Muertes por accidentes de tránsito, por 100 000 habitantes.

La probabilidad de morir por accidente de tránsito depende del lugar de residencia.




Muertes por accidentes de tránsito, por 100.000 habitantes.




El **50%** de los fallecidos por accidentes de tránsito son peatones, ciclistas y motociclistas

Organización Mundial de la Salud | Fuente: Informe sobre la situación mundial de la seguridad vial 2013 www.who.int/violence_injury_prevention/road_safety_status

# Muestras y representatividad

En las siguientes actividades les proponemos resolver una serie de consignas vinculadas al trabajo con muestras y su representatividad.

**1.** Pablo debe llevar a la escuela un ejemplo de una situación que eventualmente pueda estudiarse desde el punto de vista de la estadística. Se le ocurre que podría resultar interesante hacer una encuesta sobre la elección de la carrera que los estudiantes de quinto año de su ciudad tienen pensado seguir al finalizar los estudios secundarios.

**a.** Describan la población en estudio.

**b.** Describan una posible muestra. ¿Cómo la seleccionarían? ¿Existe una sola manera de obtener la muestra?

**c.** ¿Cuál es la variable de interés en esta situación?

**d.** ¿Cómo pueden asegurarse de que la muestra sea representativa de la población? ¿Por qué creen que es importante que la muestra sea representativa?

**e.** ¿Qué factores creen que podrían afectar la representatividad de la muestra que se elija? Expliquen cómo podría influir esto en los resultados.

## PARA RECORDAR

Cuando se quiere estudiar una o más características en un determinado conjunto de elementos, el conjunto total sobre el que se realizarán las observaciones se denomina **población**. Por ejemplo, en la actividad 1 de esta página, la población es el conjunto de estudiantes de quinto año de la ciudad.

A las características de interés que queremos observar, medir o comparar, se las llama **variables**. Las variables pueden ser de dos tipos:

- **Cualitativas**: describen características o cualidades que no se expresan en números. Por ejemplo: “carrera que elegirá cada estudiante” es una variable cualitativa, ya que describe una elección o preferencia.
- **Cuantitativas**: expresan cantidades y se representan numéricamente. Por ejemplo: “cantidad de libros leídos” o “número de actividades extraescolares realizadas” son variables cuantitativas, ya que indican una cantidad que se puede medir o contar.

Un **dato** es un valor particular de la variable que estamos observando. Por ejemplo, si la variable es “cantidad de libros leídos”, un dato podría ser “5 libros leídos”.

Cuando el estudio se realiza sobre una parte de los elementos de la población, se tiene una **muestra**, que es un subconjunto de la población, al que se tiene acceso y sobre el que realmente se pueden hacer mediciones. Por ejemplo, la muestra, en la actividad 1, podría ser un grupo de estudiantes de quinto año de la escuela de Pablo.

En términos estadísticos:

- La cantidad de elementos de la muestra se llama **tamaño de la muestra**.
- Cada elemento de la población o muestra se denomina **individuo**.

Si el estudio se realiza sobre todos los elementos de la población, se llama **censo**. Por ejemplo, el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) realiza censos periódicos en la Argentina para registrar información básica de la población y de la actividad económica.

Pueden investigar en Internet distinta información sobre la población de la República Argentina obtenida a partir último censo, realizado en 2022 (bit.ly/3OUKzIn).

**2.** En la escuela de Luli querían saber cuáles son las actividades extraescolares preferidas por los estudiantes para diseñar una jornada recreativa que involucre a todos los cursos. Para ello realizaron, durante un recreo, una encuesta a un grupo de estudiantes. La información que obtuvieron se muestra en la siguiente tabla:

| **Actividad extraescolar** | Danzas | Deportes | Idiomas | Música | Artes plásticas | Teatro | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número de estudiantes** | 10 | 37 | 26 | 9 | 12 | 6 | 100 |

**a.** La situación descrita, ¿corresponde a un censo? ¿Por qué?
**b.** ¿Cuál es la población de estudio?
**c.** ¿Cuál es la muestra de estudio? ¿Y el tamaño de la muestra? ¿Creen que la muestra es representativa?
**d.** ¿Cuál es la actividad extraescolar más practicada? ¿Y la menos practicada?
**e.** ¿Cuál es la variable en estudio?
**f.** Propongan una pregunta que se pueda contestar a partir de la información que les brinde la tabla.
**g.** Si quisieran organizar la jornada recreativa de manera que incluya las actividades más populares, ¿cómo decidirían el orden de las actividades basándose en los datos? Justifiquen su respuesta.

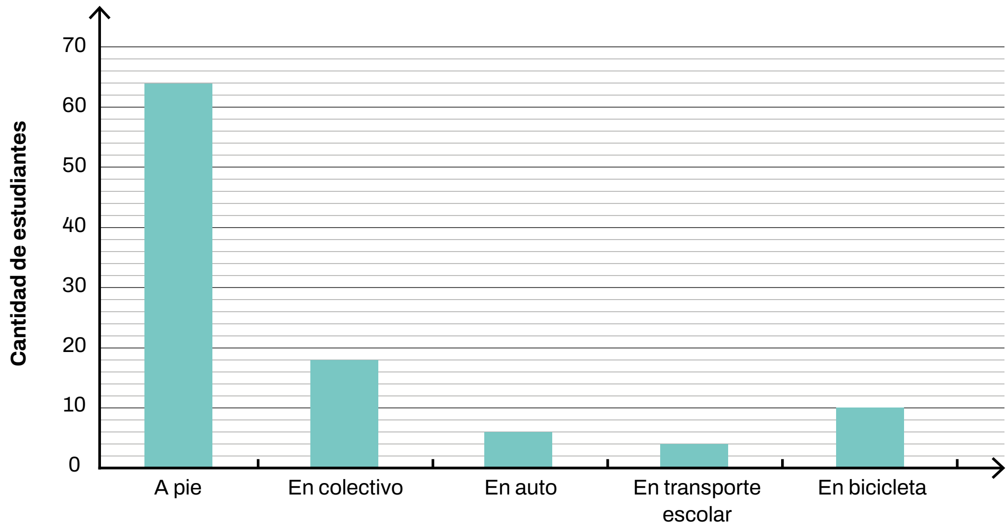
**3.** Marcela, la bibliotecaria de la escuela, quiere armar una tabla para presentar la cantidad de libros que leyeron los estudiantes durante el primer semestre; esta es la información que reunió:

- Enero: 45 libros
- Febrero: 62 libros
- Marzo: 36 libros
- Abril: 28 libros
- Mayo: 25 libros
- Junio: 30 libros

**a.** ¿Cuál es la variable en estudio?
**b.** Organicen la información en una tabla.
**c.** ¿En qué mes se leyeron más libros?
**d.** Si quisieran ponerle un título a la tabla, ¿cuál le pondrían?
**e.** ¿Cómo creen que podría variar el número de libros leídos en cada mes, si se hiciera la encuesta en otro año? ¿Qué factores podrían influir en estas variaciones?

**4.** En el curso de Benjamín querían saber la manera en la que los compañeros se desplazan hacia la escuela. Para ello, decidieron realizar una encuesta a fines de marzo, en otoño. Como anticiparon que no tendrían tiempo suficiente para preguntar al total de los 500 estudiantes de su escuela, seleccionaron una muestra de 100 compañeros de diferentes cursos para realizarla. Esta muestra fue elegida de manera que representara lo mejor posible a todos los estudiantes en sus hábitos de transporte. Así presentaron la información que obtuvieron:

**Formas en que los estudiantes se desplazan para llegar a la escuela**




**a.** ¿Cuál es la población de estudio?
**b.** ¿Cuál es la muestra de estudio? ¿Y el tamaño de la muestra? ¿Creen que la muestra es representativa? ¿Por qué?
**c.** ¿Cuál es la variable en estudio? ¿De qué tipo es?
**d.** ¿Cuál es la manera menos utilizada para llegar a la escuela?
**e.** ¿Es posible determinar exactamente la cantidad de estudiantes que viajan en colectivo? ¿Por qué? ¿Y en bicicleta?
**f.** ¿Es igual de fácil determinar las cantidades referidas en la pregunta **e** a partir de la información que brinda el gráfico? ¿Por qué?
**g.** ¿Es mayor la cantidad de estudiantes que utilizan algún vehículo para ir a la escuela que los que se dirigen a pie? ¿Cómo se dieron cuenta?
**h.** ¿Cómo podrían cambiar los resultados si la encuesta se realizara en una temporada diferente del año (por ejemplo, en invierno o verano)? Justifiquen su respuesta.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

## PARA RECORDAR

El **diagrama de barras** es una de las posibles gráficas que se emplea para representar la distribución de una variable cualitativa. En el **eje horizontal** se representan las **categorías de la variable** (en la actividad 4: A pie, En colectivo, En auto, etc.) y en el **eje vertical**, se representa la **frecuencia absoluta** (en este caso, la cantidad de estudiantes que utiliza cada medio de transporte). Para representar la frecuencia absoluta de cada categoría de la variable, se utilizan rectángulos de igual base, conservando la misma distancia entre ellos.

Recuerden que todos los diagramas de barras deben tener título, nombre en los ejes, y que el eje horizontal sirve como **línea de referencia** para facilitar la lectura de los datos.

5. Manuela desea determinar qué tipo de mecanismo prefieren los alumnos para elegir a un candidato para el centro de estudiantes: el voto presencial o el voto electrónico. Aplicó entonces una encuesta en dos cursos del turno mañana, a 71 personas, y encontró que 13 no votaron, 45 prefirieron el voto electrónico, y el resto eligió el voto presencial.
   **a.** ¿Cuál es la población de estudio?
   **b.** ¿Cuál es la muestra de estudio y su tamaño? ¿Creen que la muestra es representativa? ¿Cómo habrían seleccionado la muestra?
   **c.** ¿Cuál es la variable en estudio?
   **d.** Juan realizó la misma encuesta en dos cursos del turno tarde. Estos son los datos que obtuvo:

| Tipo de mecanismo | Cantidad de estudiantes |
|---|---|
| Voto electrónico | 20 |
| Voto presencial | 34 |
| **Total** | 54 |

   ¿Qué cantidad de estudiantes eligió el voto presencial? Esta cantidad, ¿es mayor que en el turno mañana?
   **e.** Realicen un diagrama de barras que refleje los datos de ambas encuestas.
   **f.** Si tuvieran que hacer una recomendación sobre qué mecanismo de votación adoptar en la escuela, ¿qué datos adicionales creen que sería importante obtener, y por qué? ¿Cómo creen que la forma en la que se seleccionaron las muestras (solo estudiantes de dos cursos de cada turno) podría haber influido en los resultados? ¿Piensan que encuestar a estudiantes de otras aulas o turnos podría cambiar los resultados? Expliquen cómo podría variar la preferencia por cada tipo de voto.

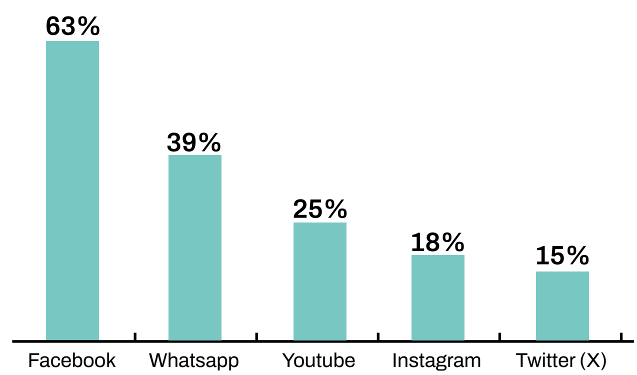
6. Busquen en diversas fuentes (medios de comunicación o sitios web, por ejemplo) información que haya sido presentada a través de recursos estadísticos. Por ejemplo, pueden ser datos sobre vacunación, historiales de resultados de partidos de fútbol entre dos equipos determinados, etcétera.
   Elijan dos de los recursos seleccionados y respondan, para cada uno de ellos, estas preguntas:
   **a.** ¿Se consideran poblaciones o muestras? Si se consideran muestras, ¿cómo creen que se seleccionaron? Expliquen qué criterios podrían haberse utilizado para que la muestra sea representativa de la población.
   **b.** ¿Qué se intenta describir?
   **c.** ¿Cuáles son las variables de interés?
   **d.** ¿Qué tipos de representaciones se emplean? ¿Se emplean tablas o gráficos? Si son gráficos, ¿de qué tipo son?
   **e.** ¿Qué desafíos creen que podrían encontrar al analizar datos de distintas fuentes y cómo los abordarían para asegurar la calidad y confiabilidad de la información?

# Analizar y evaluar representaciones gráficas

A continuación, les proponemos una serie de actividades para analizar y evaluar diversas representaciones gráficas.

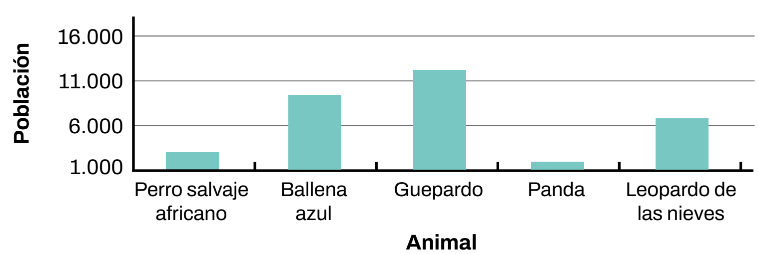
1. A partir de la información que les brinda el siguiente gráfico, resuelvan las consignas.
   a. Describan la información que les brinda el gráfico.
   b. A partir del gráfico, identifiquen el dato que necesitan para convertirlo en una tabla de frecuencias. Luego completen la tabla de frecuencias con la información disponible.
   c. ¿Cuál es la variable en estudio? ¿De qué tipo es?
   d. ¿Podrían armar un gráfico circular? ¿Por qué?
   e. ¿Qué aspectos del gráfico ayudan a que la información sea clara y fácil de entender? ¿Qué aspectos podrían mejorarse?
   f. Si tuvieran que presentar la misma información en un informe, ¿elegirían otro tipo de gráfico? Justifiquen su elección.

**Plataformas más usadas para consumo de noticias digitales**

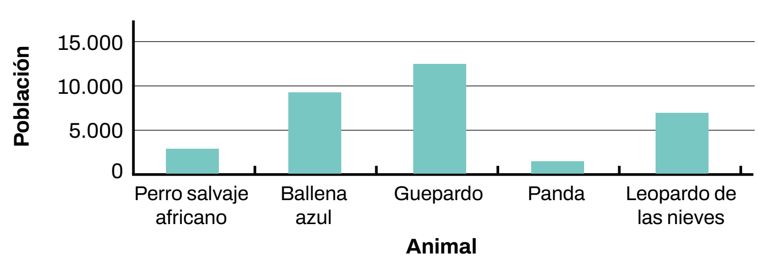



2. Los siguientes gráficos muestran la misma información. ¿Cuál les parece correcto? ¿Por qué?

**Población de especies en peligro de extinción - Gráfico 1**




**Población de especies en peligro de extinción - Gráfico 2**




¿Qué impacto podría tener la elección de un gráfico incorrecto o mal diseñado en la interpretación de los datos por parte del público?

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

# Medidas de centralización: la media, la mediana y la moda

Aquí deberán resolver una serie de consignas para trabajar medidas de centralización.

**1.** El profesor de Literatura de segundo año le preguntó a cada uno de sus estudiantes cuántas novelas tienen en sus casas. Los datos obtenidos son los siguientes:
2, 4, 3, 2, 2, 4, 6, 3, 9, 5, 2, 3, 3, 3, 2, 5, 1, 3, 3, 1, 6, 8, 6, 6, 6, 4, 4, 5, 1, 8, 6, 5, 5, 4, 5, 2.

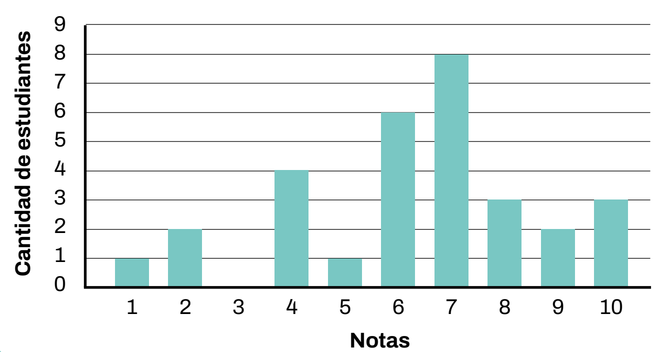
**a.** Organicen la información que recolectó el profesor en la siguiente tabla:

| Cantidad de novelas en la casa | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de estudiantes | | | | | | | | | |

**b.** ¿Cuál es la variable en estudio?
**c.** ¿Cuántas novelas tienen en total todos los estudiantes?
**d.** ¿Cuántos estudiantes tienen la mayor cantidad de novelas? ¿Cuántas son?
**e.** ¿Cuántos estudiantes tienen menos de 3 novelas?
**f.** ¿Qué porcentaje del total de encuestados tiene 6 novelas en sus hogares?
**g.** ¿Qué impacto creen que puede tener la cantidad de novelas que los estudiantes tienen en su rendimiento académico en Literatura? Expliquen su razonamiento.

**2.** Se tomó una evaluación de Matemática en los cinco cursos de tercer año de una escuela. Las notas obtenidas por uno de los cursos se observan en el siguiente diagrama de barras.

Distribución de notas en un curso




**a.** ¿Cuál es la variable en estudio? ¿Qué tipo de variable es?
**b.** ¿Cuál puede ser la población en estudio? ¿Cuál es la muestra?
**c.** Completen la tabla de frecuencias con la información del diagrama.

| Nota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de estudiantes | | | | | | | | | | |

**d.** ¿Cuál es la nota que más se repite? ¿Cómo pueden encontrar esa información en la tabla? ¿Y en el diagrama de barras?
**e.** ¿Cuál es la cantidad de estudiantes que obtuvo una nota inferior a 6? ¿Y la cantidad que obtiene una nota superior a 6? Para responder, ¿usaron la tabla o el gráfico?
**f.** ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que obtuvo 6?
**g.** Si tuvieran que ayudar al profesor a mejorar los resultados del curso, basándose en la distribución de notas, ¿qué sugerencias le harían?

## PARA RECORDAR

Se llama **frecuencia absoluta** ($f_a$) de un valor al número de veces que este se repite. Por ejemplo, en la actividad 2, la frecuencia absoluta correspondiente a la nota 8 es 3. La suma de las frecuencias absolutas debe ser igual al total de datos observados.

Se denomina **frecuencia absoluta acumulada** (F) de un valor a la suma de todas las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales al considerado. Por ejemplo, en la actividad 2, la frecuencia absoluta acumulada correspondiente a la nota 6 es 14, es decir, 14 estudiantes obtuvieron una nota menor o igual a 6.

La **moda** es el valor de la variable que más se repite, es decir, que se presenta con mayor frecuencia. En la actividad 2, la moda es 7.

**3.** Bianca consultó a sus compañeros acerca del número de mascotas que hay en cada casa. Los datos obtenidos, tal cual fueron recabados, son los siguientes:
1, 2, 3, 4, 2, 1, 2, 2, 2, 5, 4, 3, 3, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 2, 4, 3, 2.

**a.** ¿Cuál es la variable en estudio? ¿Qué tipo de variable es?
**b.** Construyan la tabla de frecuencias.
**c.** Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

- Del total de estudiantes, 3 tienen 7 mascotas.
- El 28% de los estudiantes tiene 3 mascotas.
- El 56% de los estudiantes tienen al menos 3 mascotas.

**d.** ¿Cuál es la moda? ¿Qué representa en el problema?

## PARA RECORDAR

Se llama **frecuencia relativa** ($f_r$) de un valor al cociente entre la frecuencia absoluta de dicho valor y el número total de datos que intervienen en el experimento. Por ejemplo, en la actividad 3 la frecuencia relativa del valor 2 es $\frac{12}{25}$.

Se llama **frecuencia relativa acumulada** ($F_r$) de un valor a la suma de todas las frecuencias relativas de los valores menores o iguales al considerado.

Si cada frecuencia relativa se multiplica por 100 se obtiene el **porcentaje** correspondiente a cada valor. Por ejemplo, el porcentaje correspondiente al valor 2 es 48%.

La suma de las frecuencias relativas debe ser igual a 1, mientras que la de los porcentajes deberá ser 100.

En estadística suelen utilizarse **tablas de frecuencias** para organizar los datos. La siguiente tabla corresponde a la actividad 3:

| $x_i$ | $f_a$ | $f_r$ | $f_\%$ | F | $F_r$ | $F_\%$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | $\frac{2}{25}$ | 8% | 2 | $\frac{2}{25}$ | 8% |
| **2** | 12 | $\frac{12}{25}$ | 48% | 14 | $\frac{14}{25}$ | 56% |
| **3** | 7 | $\frac{7}{25}$ | 28% | 21 | $\frac{21}{25}$ | 84% |
| **4** | 3 | $\frac{3}{25}$ | 12% | 24 | $\frac{24}{25}$ | 96% |
| **5** | 1 | $\frac{1}{25}$ | 4% | 25 | $\frac{25}{25}$ | 100% |
| **Total** | 25 | $\frac{25}{25} = 1$ | 100% | | | |




Índice

4. Completen la tabla de la actividad 1 de este tema, considerando la frecuencia acumulada, las frecuencias relativas asociadas a la absoluta y a la acumulada, y los respectivos porcentajes, usando una herramienta digital como Excel o Google Sheets. Sigan estos pasos:
   a. **Creen una tabla** con las columnas necesarias para registrar la frecuencia absoluta ($f_a$), la frecuencia relativa ($f_r$), el porcentaje de frecuencia ($f_{\%}$), la frecuencia acumulada (F), la frecuencia relativa acumulada ($F_r$) y el porcentaje acumulado ($F_{\%}$).
   b. **Ingresen los datos** de la actividad en cada columna.
   c. Usen las funciones de la herramienta para **calcular automáticamente**:
      - La **frecuencia relativa**, dividiendo la frecuencia absoluta por el total de datos.
      - Los **porcentajes**, multiplicando cada frecuencia relativa por 100.
      - La **frecuencia acumulada**, sumando las frecuencias absolutas sucesivas.
      - La **frecuencia relativa acumulada**, sumando las frecuencias relativas sucesivas.
   d. **Creen un gráfico** de su elección (diagrama de barras, gráfico de líneas, etc.) que represente las frecuencias o los porcentajes, según el tipo de datos.

   Al finalizar, reflexionen: ¿Cómo facilita el uso de una herramienta digital el análisis de datos estadísticos? ¿Qué ventajas encuentran al automatizar los cálculos en comparación con hacerlos manualmente?

5. En la siguiente tabla se muestran las temperaturas máximas registradas a lo largo de un mes en una ciudad del sur de la Argentina.

| **Temperatura máxima (°C)** | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_a$ | 10 | 8 | 5 | 4 | 1 | 3 |
| $f_r$ | | | | | | |
| **F** | | | | | | |

   a. Completen la tabla calculando las frecuencias relativas y las frecuencias absolutas acumuladas.
   b. ¿Cuál es la moda y qué significa en el problema?
   c. ¿Es verdad que la mitad de las temperaturas registradas se encuentra por encima de los 3°C? ¿Por qué?
   d. ¿Cuál fue la temperatura máxima promedio del mes? ¿Cómo la calcularon?
   e. Elaboren otras preguntas que se puedan responder a partir de la información que ofrece la tabla.
   f. Observen el siguiente conjunto de datos de temperaturas máximas diarias (en °C) de otra ciudad. En este caso, se presenta un valor atípico que sobresale del resto de los datos: 2 °C, 3 °C, 3 °C, 4 °C, 5 °C y 28 °C. ¿Qué medida de tendencia central (media, mediana o moda) elegirían para representar mejor este conjunto de datos? Expliquen su elección considerando la presencia del valor extremo (28 °C) y cómo podría afectar cada medida.
   g. ¿Cómo creen que influye un valor atípico en el cálculo de la media? ¿Y en la mediana o la moda?

## PARA RECORDAR

Se llama **media aritmética** ($\overline{x}$), o simplemente *media*, a la medida más usual para describir el **promedio** de un conjunto de datos. La media aritmética se calcula sumando todos los valores $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ y luego dividiendo el resultado por el número de datos $n$, es decir:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

Cuando la muestra tiene muchos datos que se repiten, conviene calcular el promedio con la frecuencia absoluta:

$$\overline{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + ... + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_n}$$

Por ejemplo, en la actividad 5, la temperatura máxima promedio es:

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 3}{31} = \frac{105}{31} \approx 3{,}4\ °C$$

Se denomina **mediana** al valor central de los datos ordenados de menor a mayor. Si el número de datos es impar, su cálculo es directo; si hubiese un número par de datos, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales. La mediana deja el 50% de los valores de la variable por debajo, y por encima el otro 50% de los valores. Por ejemplo, en la actividad 5, como se registraron 31 temperaturas máximas, con los datos ordenados, la que ocupa el lugar 16 (el valor que está en el medio) corresponde a la mediana, que es 3 °C.

La moda, el promedio y la mediana son **medidas de centralización**: describen, de manera sintética, el comportamiento y las características generales de un conjunto de datos estadísticos.



**6.** Considerando los datos de la actividad 2 de este tema:

**a.** ¿Cuál es la nota promedio?
**b.** ¿Cuál es la moda?
**c.** ¿Cuál es la mediana?

Interpreten cada una de las medidas.

**7.** Se realizó un resumen estadístico con las notas de un examen de Matemática tomado en un curso de tercer año.

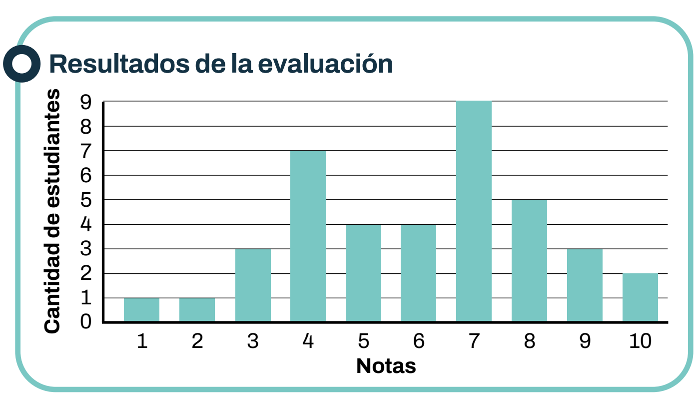
Media = 6,5

Mediana = 7

Moda = 8

**a.** ¿Cuál fue la nota más frecuente?
**b.** ¿Qué nota obtuvo al menos la mitad de los estudiantes?
**c.** ¿Cuál fue el promedio de las notas del curso?

**8.** Un profesor de Matemática de una escuela en Ciudad de Buenos Aires planteó la misma evaluación en 2° A y en 2° B. Luego organizó las notas de los dos cursos en el diagrama de barras que se muestra a continuación.



**a.** A partir de la información que presenta el gráfico de barras, completen la tabla.

| **Nota** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cantidad de estudiantes** | | | | | | | | | | |

**b.** Entre los dos cursos, ¿cuántos estudiantes hicieron la evaluación?
**c.** Si las evaluaciones se aprueban con una nota mayor o igual a 6, entre los dos cursos, ¿cuántos aprobaron?
**d.** Entre los dos cursos, ¿cuál es la nota que más se repitió?
**e.** ¿Cuál es el promedio de las notas entre los dos cursos?

**9.** Jorge registró las notas obtenidas por los estudiantes de la carrera de Periodismo, en el trabajo práctico de su materia.
8, 7, 6, 8, 10, 9, 10, 10, 9, 10, 7, 7, 6, 5, 4, 9, 10, 10, 10, 8, 6, 5, 5.

**a.** ¿Cuántos estudiantes hay en el grupo de Periodismo?
**b.** Si se aprueba con 6 o más, ¿cuántos estudiantes aprobaron el trabajo práctico? ¿Qué porcentaje representa?
**c.** ¿Cuál es la nota que se repite más veces?
**d.** ¿Cuál es la nota promedio de todas las notas de los trabajos prácticos?
**e.** Si tuvieran que elegir una medida representativa de los datos, ¿elegirían la media, la moda o la mediana? Expliquen su elección considerando la distribución de las notas.
**f.** ¿Hay alguna nota en la que los estudiantes deberían enfocarse más para mejorar el promedio general del curso? Expliquen su respuesta basándose en la distribución de las notas.

**10.** Jorge, en el grupo de la carrera de Psicología, les pidió a los estudiantes que hicieran el mismo trabajo práctico. Con las notas obtenidas armó la siguiente tabla.

| Nota obtenida | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---|---|---|
| 5 | 1 | $\frac{1}{24}$ |
| 6 | 2 | $\frac{2}{24}$ |
| 7 | 4 | $\frac{4}{24}$ |
| 8 | 7 | $\frac{7}{24}$ |
| 9 | 5 | $\frac{5}{24}$ |
| 10 | 5 | $\frac{5}{24}$ |

**a.** ¿Cuántos estudiantes hay en el grupo de Psicología?
**b.** Si se aprueba con 6 o más, ¿cuántos estudiantes aprobaron el trabajo práctico? ¿Qué porcentaje representa?
**c.** ¿Qué porcentaje de los estudiantes obtuvieron 8 o más en el trabajo práctico?
**d.** ¿Cuál es la moda de las notas?
**e.** ¿Cuál es la media de las notas?
**f.** ¿Qué conclusiones podrían sacar sobre el rendimiento del grupo de Psicología basándose en la media, la moda y la mediana? Expliquen si consideran que estas medidas reflejan bien el desempeño general del grupo, y por qué.

**11.** Sofía observa las notas de Periodismo y Psicología y dice que los resultados del grupo de Periodismo fueron mejores que los del grupo de Psicología, porque hay más estudiantes que obtuvieron 10 en el trabajo práctico.

**a.** ¿Están de acuerdo con esta afirmación? Comparando las tablas de las actividades anteriores, ¿qué información pueden considerar para justificar su decisión?

**b.** Si consideran la moda y la media obtenida para ambos cursos, ¿podrían tenerlas en cuenta para comparar los resultados obtenidos en ambos grupos? ¿Por qué? Justifiquen su respuesta.

**12.** Jorge ordenó los datos de ambos grupos de estudiantes y luego calculó la mediana. Los resultados fueron los siguientes:

**Grupo de Periodismo:**
4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10.

**Grupo de Psicología:**
5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10.

Encontró que en ambos grupos el valor de la mediana es 8.

**a.** ¿Qué significa que la mediana de ambos grupos sea 8? Expliquen con sus palabras cómo interpreta esta medida el desempeño general de los estudiantes.

**b.** ¿Podemos afirmar que los resultados del grupo de Periodismo son mejores que los del grupo de Psicología basándonos solo en la mediana? ¿Por qué? Justifiquen su respuesta considerando también otras medidas, como la moda o la media.

**13.** A partir de lo que estudiaron en las consignas anteriores, sobre las notas obtenidas en ambos grupos, ¿qué conclusiones podrían obtener? ¿Qué recomendaciones le harían a Jorge?

**14.** Bianca, profesora de Estadística, recopiló las notas obtenidas por sus estudiantes en un trabajo práctico y realizó el siguiente resumen:

Moda = 8 | Media = 6,75 | Mediana = 7

**a.** ¿Qué significa que la moda sea 8? Expliquen qué información nos da sobre las notas de los estudiantes.

**b.** ¿Cuál es el promedio de las notas de todos los estudiantes? ¿Qué podría sugerir este valor sobre el rendimiento general del grupo? ¿Creen que la media es suficiente para comprender el rendimiento de todos los estudiantes, o harían falta otros datos? Expliquen su respuesta.

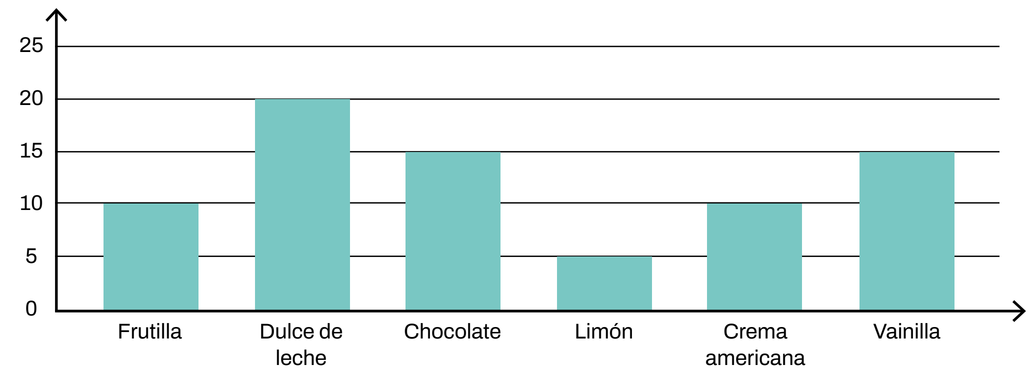
**c.** Si consideran la mediana, ¿qué pueden decir sobre la distribución de las notas y el rendimiento de la mitad de los estudiantes?

**d.** Reflexionen sobre las diferencias entre la media, la mediana y la moda en este grupo. ¿Qué aspectos del rendimiento del grupo destaca cada una de estas medidas?

**e.** ¿Creen que la media es una representación adecuada del desempeño del grupo? Justifiquen su respuesta.

**15.** En la escuela de Bianca encuestaron a todos los estudiantes de tercer año para investigar sobre el gusto de helado preferido. A partir de la información recabada se armó el siguiente gráfico de barras.

**Preferencias en sabores de helado**




**a.** ¿Cuál es la variable en estudio?

**b.** ¿A cuántos estudiantes se les preguntó sobre el sabor de helado preferido?

**c.** ¿Cuál es el sabor de helado que prefiere la mayoría?

**d.** ¿Cuántos prefieren frutilla y chocolate? ¿Qué porcentaje del total representa?

**e.** ¿Qué porcentaje del total representan los estudiantes que eligen crema americana?

**f.** Planteen nuevas preguntas que se puedan contestar a partir de la información presentada en el gráfico.

**g.** ¿Qué conclusiones podrían sacar sobre las preferencias de helado de los estudiantes de tercer año, y cómo podrían usarse estos resultados para organizar una actividad en la escuela? Justifiquen su respuesta.

**h.** Si se quisiera organizar un evento de helados en la escuela, ¿cómo usarían esta información para elegir los sabores? ¿Qué otros datos adicionales creen que podrían ayudar a tomar una mejor decisión?

# Dispersión de los datos: el rango

En este último apartado del capítulo deberán resolver una serie de consignas para estudiar la dispersión de los datos.

1. Luli tiene un almacén natural en el que vende diferentes productos orgánicos; entre ellos, opciones saludables para la merienda. Necesita saber si tiene que tener una mayor cantidad de galletitas de avena o de galletitas de frutos secos.
Para poder hacer el análisis de la situación, recurrirá a la información con la que cuenta de los meses de junio y julio.
En las siguientes tablas se observa la cantidad de paquetes de cada tipo de galletitas vendidos diariamente.

**Galletitas de avena**

| Cantidad de paquetes de galletitas de avena vendidas | Cantidad de días |
|---|---|
| 0 | 5 |
| 1 | 6 |
| 2 | 10 |
| 3 | 9 |
| 4 | 12 |
| 5 | 8 |
| 6 | 10 |

**Galletitas de frutos secos**

| Cantidad de paquetes de galletitas de frutos secos vendidas | Cantidad de días |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 6 |
| 2 | 6 |
| 3 | 7 |
| 4 | 10 |
| 5 | 9 |
| 6 | 11 |
| 7 | 8 |

**a.** Determinen, para ambos tipos de galletitas, la moda, la media y la mediana. Utilicen la calculadora que encontrarán en el siguiente link:
http://www.alcula.com/es/calculadoras/estadistica/dispersion/

**b.** Calculen el rango de las cantidades de paquetes vendidos para cada tipo de galletitas.

**c.** A partir de las medidas determinadas, ¿qué conclusiones pueden obtener?

**d.** Analicen qué significa el rango en este contexto: ¿qué nos dice sobre la dispersión de los datos de ventas de ambos tipos de galletitas?

***Pista:*** *Para utilizar la calculadora, tengan en cuenta que deberán indicar que los datos son de una muestra, luego cargar cada uno de los datos separados por comas, y finalmente hacer clic en "envía datos".*

2. A partir de las medidas obtenidas en la actividad 1, Juan elabora la siguiente conclusión. ¿Están de acuerdo? ¿Qué sugerencia le habrá hecho a Luli? ¿Por qué?

*El número promedio de paquetes vendidos de galletitas de avena es 3,35, y el de galletitas de frutos secos es 4,1.*

*El rango de las ventas de galletitas de avena es de 6 (máximo-mínimo), y el rango de las ventas de galletitas de frutos secos es de 7.*

**a.** ¿Qué sugiere el rango, sobre la variabilidad de las ventas de cada tipo de galletitas?
**b.** ¿Creen que Juan debe recomendarle a Luli que tenga una reserva más alta de paquetes de un tipo de galletita en particular? Justifiquen su respuesta basándose en el rango y en la media.

## PARA RECORDAR

El **rango** es una medida de dispersión que nos indica la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en un conjunto de datos. Se calcula de la siguiente manera:

Rango = valor máximo – valor mínimo

El rango nos da una idea de cuán dispersos están los datos, es decir, cuánta variación hay entre el dato más alto y el más bajo.

**3.** El siguiente enlace, https://echaloasuerte.com/, lleva a un sitio en donde se simula el lanzamiento de un dado. Arrojen el dado 50 veces y registren los resultados obtenidos en la siguiente tabla.

| Resultado obtenido | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de veces que se obtuvo ese resultado | | | | | | |

**a.** Comparen con sus compañeros los resultados que obtuvieron. ¿Es cierto que todos completaron la tabla exactamente de la misma manera? ¿Por qué?
**b.** Al arrojar el dado, en promedio, ¿cuántas veces obtuvieron el número 3 como resultado? ¿Cuántas veces obtuvieron el 6?
**c.** ¿Cuál es la frecuencia relativa de cada resultado? Calculen y expliquen cómo esta frecuencia podría cambiar si aumentaran el número de lanzamientos a 100.

## PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo sobre estadística. Pueden apoyarse en estas preguntas para reflexionar.

**a.** ¿Qué es una variable estadística? ¿Qué es una tabla de frecuencias? ¿Cuál es la diferencia entre la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa? ¿Cómo representamos gráficamente la información de una tabla estadística?
**b.** ¿Cuáles son las variables estadísticas que se pusieron en juego en cada uno de los problemas de este capítulo?
**c.** ¿De qué manera se pueden organizar los datos obtenidos para que su lectura e interpretación resulte accesible?
**d.** A partir de los distintos registros que se utilizaron en este capítulo para representar la información recolectada, ¿hay alguna representación que les haya resultado más adecuada que otra? ¿Por qué?
**e.** Sinteticen cuáles son las diferentes medidas que estudiaron en cada una de las actividades que les permiten interpretar los datos y elaborar conclusiones.
**f.** De todas las actividades realizadas, ¿cuál creen que fue la más útil para entender las medidas de centralización y dispersión? Expliquen por qué.
**g.** ¿Cómo aplicarían lo aprendido sobre la interpretación de gráficos y medidas de centralización en un proyecto o situación real fuera del aula?

**Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPIE)**
Oscar Mauricio Ghillione

**Gerencia Operativa de Innovación y Contenidos Educativos (GOICE)**
Javier Simón

**Equipo de especialistas en didáctica de nivel secundario:** Cecilia Bernardi, Adriana Vanin.

**Especialistas de Lengua y Literatura:** Mariana D´Agostino (coordinación), Laura Pesenti, Paula Portaro, Mariana Lila Rodríguez, Ludmila Vergini.

**Especialistas de Matemática:** Pierina Lanza (coordinación), Maximiliano Ayaviri, Agostina De Girolamo, Luis Ontiveros, Ezequiel Ortega.

**Agradecimientos:** a Valeria Abusamra, Vanesa Aguirre, María Virginia Bacigalupo, María de los Ángeles Chimenti y Bárbara Sampedro por la lectura crítica y aportes en Lengua y Literatura.

---

**Equipo Editorial de Materiales y Contenidos Digitales**
Coordinación general: Silvia Saucedo.
Coordinación del proyecto editorial: Marcos Alfonzo.
Coordinación de diseño: Alejandra Mosconi.
Asistencia editorial: Leticia Lobato.
Edición: Vanina Barbeito, Ana Premuzic, Sebastián Vargas.
Corrección de estilo: Ana Premuzic.
Diseño de tapas e interior: Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, María Laura Raptis.
Diseño gráfico y diagramación: Ariel Alvira, Gabriela Ognio, Silvina Roveda.
Fotografías: Federico Luc (coordinación), Marcela Jiménez, Lucía Valencia.
Ilustraciones: Susana Accorsi.
Documentación gráfica: Silvina Piaggio.

Imágenes: Archivo General de la Nación, Freepik, NASA, Pixabay, Wikimedia Commons.

---

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Yo amo aprender en 2do año : Lengua y Literatura, Matemática. - 1a edición para el alumno. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2024.

248 p. ; 28 x 20 cm.

ISBN 978-987-818-121-9

1. Educación Secundaria. 2. Lenguaje. 3. Literatura.

CDD 510.712

ISBN: 978-987-818-121-9



Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en Internet: 1 de diciembre de 2024.

Material de distribución gratuita. Prohibida su venta.

Buenos
Aires
Ciudad