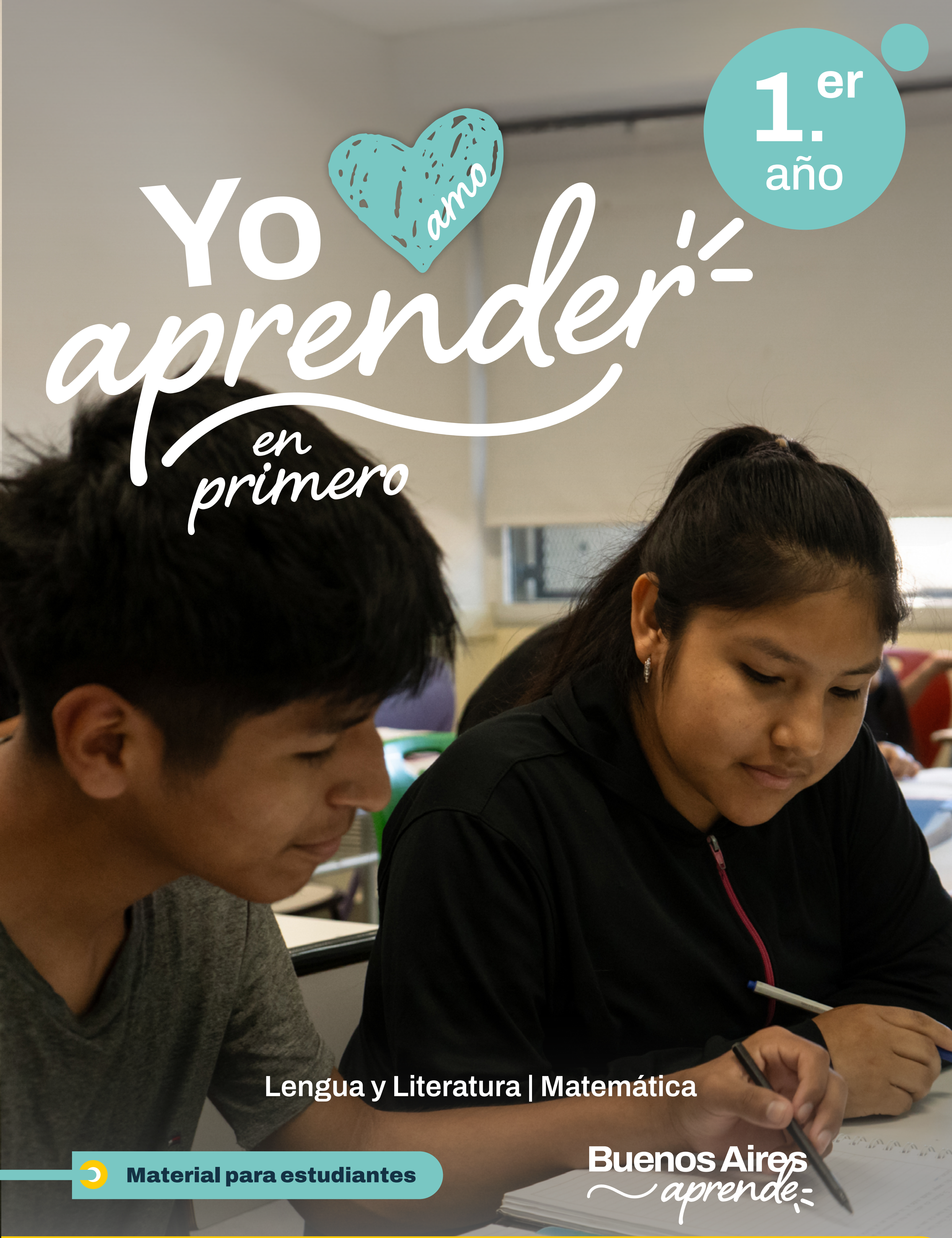


Yo amo aprender en primero

1.er año

Lengua y Literatura | Matemática

Material para estudiantes

Buenos Aires aprende

Ministerio de Educación

Buenos Aires Ciudad

Queridos estudiantes y familias:

Con mucha alegría les presento *Yo amo aprender*, el libro con actividades de Lengua y Literatura y Matemática para los estudiantes de 1.º y 2.º año de las escuelas de la Ciudad.

Este libro que hoy tienen en sus manos les permitirá trabajar todo el año contenidos fundamentales para su futuro, con diversas propuestas didácticas y variados recursos.

Sabemos que la transición de la primaria a la secundaria es muy importante y puede ser difícil adaptarse a tantos cambios, por eso, para los que están dando sus primeros pasos en este nivel cuentan con un capítulo introductorio para el trabajo en las semanas iniciales, que retoma lo que venían trabajando en 7.º grado de la escuela primaria.

¿Por qué es tan importante aprender Lengua y Literatura y Matemática? Porque son los conocimientos fundacionales que tienen que ser bien sólidos para que puedan aprender todo lo que se propongan.

Espero que estos materiales sean el apoyo necesario en este camino. Promovemos el acompañamiento fundamental de las familias, para que cada uno pueda lograr sus objetivos. Especialmente, confío en ustedes los estudiantes, los verdaderos protagonistas de todo lo que hacemos, para que puedan conectar con la alegría y la gratificante experiencia de aprender.

¡Que tengan un muy buen año lleno de aprendizajes compartidos!

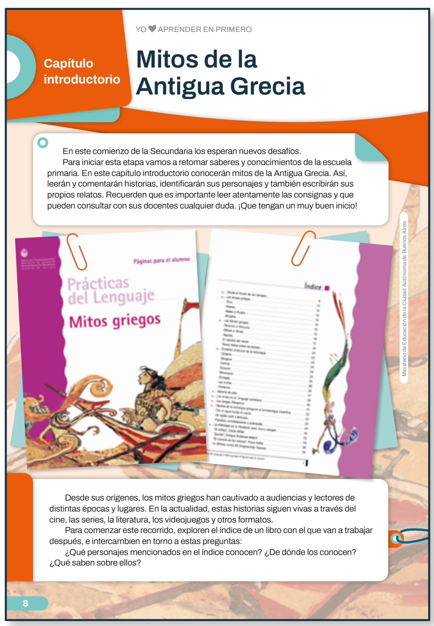
Mercedes Miguel

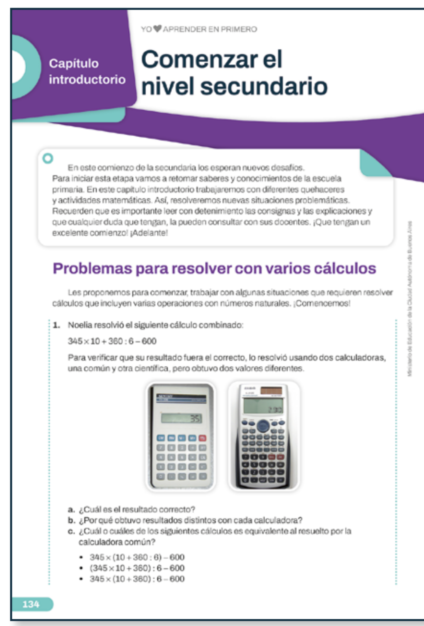
Ministra de Educación de
la Ciudad de Buenos Aires

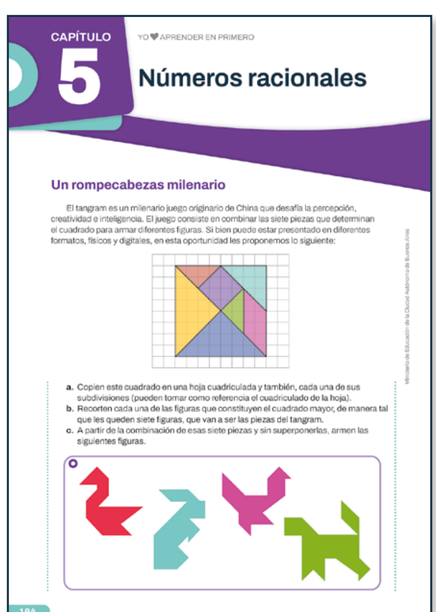
Cómo se usa este libro

Este material te ofrece lecturas y actividades variadas para dos materias muy importantes en la escuela secundaria: **Lengua y Literatura** y **Matemática**. Dentro de cada disciplina, encontrarás capítulos que se enfocan en un tipo de texto o en un tema. Los capítulos, a su vez, contienen propuestas y consignas que te darán la oportunidad de conocer a fondo estas dos materias y desarrollar tus propias capacidades.

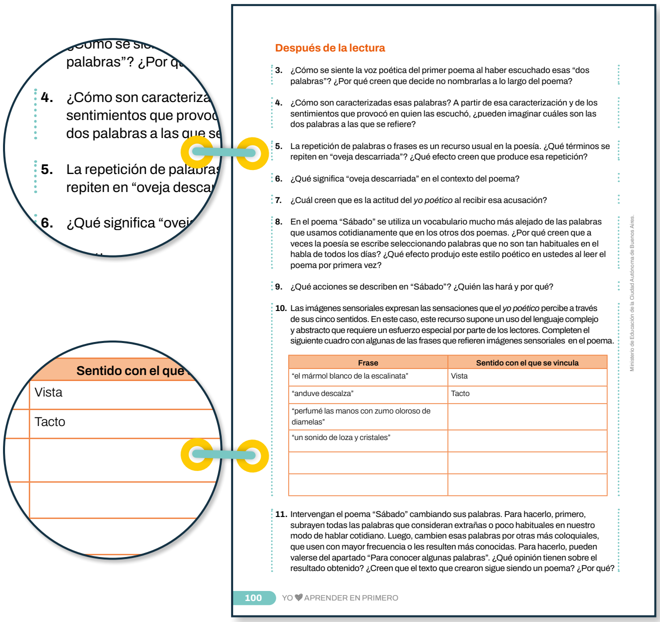
Primer año es una etapa muy especial de tu aprendizaje, porque, al comenzarlo, te encontrás en el paso entre el Nivel primario y el Nivel secundario. Por esta razón, cada área de este material comienza con un **capítulo introductorio** que te ayudará a entender la etapa que iniciás.

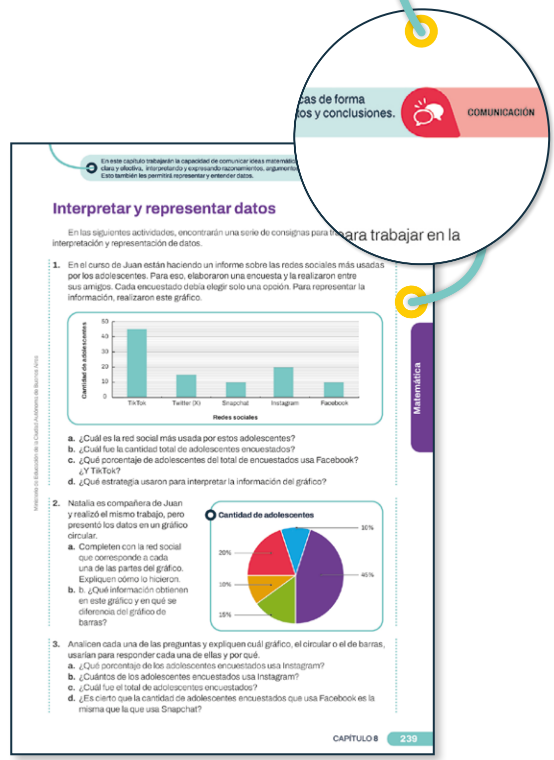






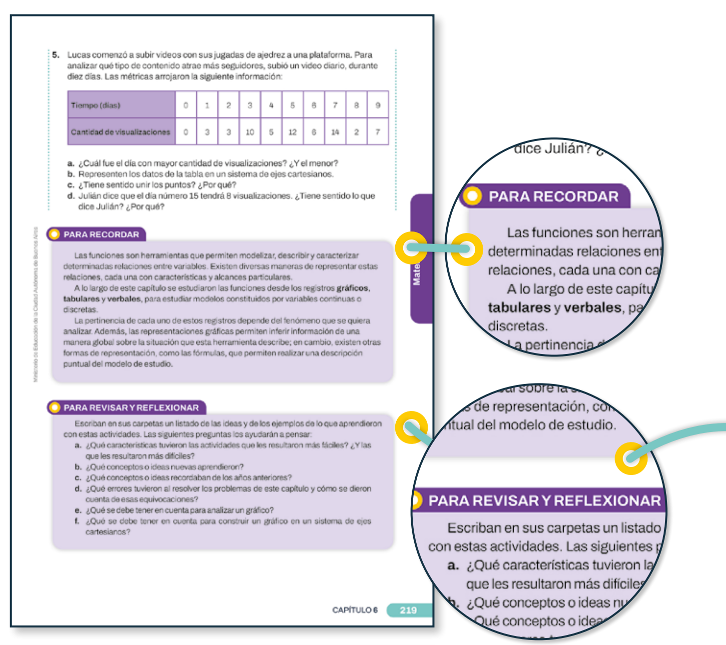
Cada capítulo tiene un título y una **actividad inicial** que introduce lo que se tratará a lo largo de sus páginas. Algunas veces, esta actividad estará acompañada por imágenes que podrás analizar.





Podrás escribir la respuesta a algunas actividades en las páginas de este material. En otros casos, responderás de forma oral o en tu carpeta.

Al comenzar cada capítulo encontrarás una indicación sobre las **capacidades** más importantes que, con la ayuda de tu docente, desarrollarás a lo largo de sus páginas.



En algunas páginas encontrarás **cuadros con información específica** que te darán la oportunidad de profundizar sobre distintos aspectos de los temas. Por ejemplo, los autores de los textos, el significado de algunas palabras, otras lecturas para continuar el aprendizaje o algunos conceptos necesarios para realizar las consignas, así como preguntas de reflexión sobre tu propio proceso de aprendizaje.

LAS ACTIVIDADES O SITUACIONES LÚDICAS QUE HACEN REFERENCIA AL USO DEL DINERO RESPONDEN A LOS PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

Índice

Índice

Capítulo introductorio

Comenzar el nivel secundario

En este comienzo de la secundaria los esperan nuevos desafíos. Para iniciar esta etapa vamos a retomar saberes y conocimientos de la escuela primaria. En este capítulo introductorio trabajaremos con diferentes quehaceres y actividades matemáticas. Así, resolveremos nuevas situaciones problemáticas. Recuerden que es importante leer con detenimiento las consignas y las explicaciones y que cualquier duda que tengan, la pueden consultar con sus docentes. ¡Que tengan un excelente comienzo! ¡Adelante!

Problemas para resolver con varios cálculos

Les proponemos para comenzar, trabajar con algunas situaciones que requieren resolver cálculos que incluyen varias operaciones con números naturales. ¡Comencemos!

1. Noelia resolvió el siguiente cálculo combinado:

$345 \times 10 + 360 : 6 - 600$

Para verificar que su resultado fuera el correcto, lo resolvió usando dos calculadoras, una común y otra científica, pero obtuvo dos valores diferentes.

a. ¿Cuál es el resultado correcto?

b. ¿Por qué obtuvo resultados distintos con cada calculadora?

c. ¿Cuál o cuáles de los siguientes cálculos es equivalente al resuelto por la calculadora común?

- $345 \times (10 + 360 : 6) - 600$
- $(345 \times 10 + 360) : 6 - 600$
- $345 \times (10 + 360) : 6 - 600$

2. ¿Qué resultados arrojará una calculadora común y una calculadora científica si se ingresan los siguientes cálculos?

a. $315 - 315 : 45 + 12 =$
b. $64 + 36 : 4 - 25 =$
c. $795 : 15 - 10 \times 5 - 3 =$

3. Indiquen cuál de los siguientes cálculos da 900 como resultado.

a. $99 - 9 \times 4 + 6 =$
b. $(99 - 99) \times 4 + 6 =$
c. $(99 - 9) \times (4 + 6) =$

4. En cada uno de los siguientes cálculos, coloquen paréntesis para que el resultado sea el indicado. Pueden comprobar sus respuestas con la calculadora.

a. $12 + 7 \times 3 + 11 - 5 \times 3 = 95$
b. $12 + 7 \times 3 + 11 - 5 \times 3 = 51$
c. $12 + 7 \times 3 + 11 - 5 \times 3 = 117$
d. $12 + 7 \times 3 + 11 - 5 \times 3 = 53$

PARA RECORDAR

Un cálculo con varias operaciones podría interpretarse y resolverse de diferentes maneras y dar entonces resultados distintos. Para que eso no ocurra, existe una convención que establece que las cuentas incluidas en un cálculo deben realizarse siguiendo un orden específico.

Esta regla indica que primero deben resolverse las multiplicaciones y las divisiones, y luego las sumas y las restas, salvo que haya paréntesis que indiquen otro orden. Las operaciones incluidas entre paréntesis son las que deben resolverse primero.

Las calculadoras “comunes” no respetan esta convención, es decir, no separan en términos, ya que operan con los números en el orden en que se los ingresa. En cambio, las calculadoras científicas y las de los celulares operan respetando esta convención.

5. Franco tiene en su lavadero cinco botellas de jabón líquido. Cada envase tiene una capacidad de tres litros. Para cada lavado que realiza, utiliza cincuenta mililitros de ese producto. ¿Cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten determinar la cantidad de lavados que Franco puede realizar con esa cantidad total de jabón líquido?

a. $5 \times 3 - 50$
b. $5 \times 3.000 : 50$
c. $15.000 - 50$
d. $5 \times 3.000 - 50$
e. $5 \times 3 \times 1.000 : 50$
f. $15.000 : 50$

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

PARA RECORDAR

Existen numerosas unidades de medida de capacidad, como por ejemplo, el litro (l), el hectolitro (hl), el decilitro (dl), el mililitro (ml), etc. También existen ciertas equivalencias entre ellas, por ejemplo:

- 1 litro es equivalente a 1.000 mililitros
- 100 litros es equivalente a 1 hectolitro.

6. Pablo encontró un viejo listado de compras junto con un folleto de supermercado. En el listado se detallaban los productos a comprar: tres kilos de papas, un kilo de zanahorias, dos kilos de manzanas, un paquete de yerba y cinco cartones de leche. El folleto contaba con los siguientes precios:

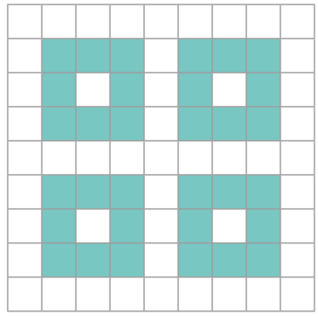
a. Si Pablo había salido con 9 billetes de $1.000, indiquen cuál o cuáles de los siguientes cálculos representa la cantidad de dinero con la que Pablo volvió a su casa.

$9.000 - 900 - 550 - 1.070 - 6.000 =$
$9 \times 1.000 - 3 \times 300 - 2 \times 275 - 535 - 1.200 =$
$9.000 - 3 \times 300 + 275 + 2 \times 535 + 275 + 5 \times 1.200 =$
$9 \times 1.000 - (3 \times 300 - 275 - 2 \times 535 - 275 - 5 \times 1.200) =$

b. Hagan los cambios que consideren necesarios para que las cuentas que no indicaron den el resultado correcto.

Índice

7. Decidan cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten contar la cantidad de mosaicos blancos que contiene la imagen de la derecha.



a. $9 \times 2 + 7 \times 2 + 3 \times 4 + 5$
b. $9 \times 3 + 3 \times 6$
c. $9 \times 3 + 3 \times 6 + 4$
d. 9×9
e. $9 \times 9 - 8 \times 4$
f. $9 \times 4 + 7 \times 2 + 4$

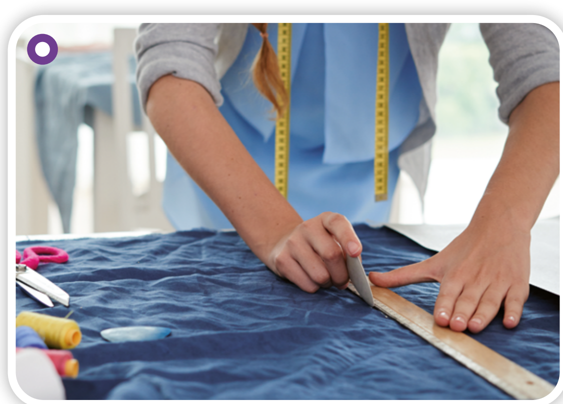
8. Lisandro compró en una casa de electrodomésticos, en el año 2022, un celular que tenía un precio de $252.000 de contado. En esa oportunidad le ofrecieron distintos planes de pago:

Plan 1	Plan 2	Plan 3
12 cuotas de $22.000 cada una	24 cuotas, pagando un total de $315.000	La mitad al contado y lo restante en 6 cuotas de $21.500

a. Calculen el valor de cada cuota del plan 2.
b. Si hubiese elegido el plan 1, ¿cuánto hubiera pagado por el celular?
c. Si en ese momento Lisandro hubiese elegido pagar el celular con el plan 3, ¿cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten averiguar cuánto se encareció el equipo?

- $252.000 : 2 + 6 \times 21.500 - 252.000$
- $252.000 - 6 \times 21.500$
- $6 \times 21.500 - 252.000 : 2$
- $126.000 + 6 \times 21.500 - 252.000$

9. Un taller de costura de remeras cobra $1.200 por prenda en el caso que reciba el trabajo un día hábil y lo entregue al día siguiente. Si un cliente necesita el pedido para el mismo día, el precio es de $1.800 por prenda. El taller recibió de un cliente, para hacer el trabajo, 4 cajas de 800 remeras cada una y 6 bolsones de 300 remeras cada uno. El siguiente cálculo representa el costo total del trabajo:



$(3 \times 800 + 300) \times 1.200 + (800 + 5 \times 300) \times 1.800$

¿Cómo pueden determinar, a partir de la información del cálculo, cuántas cajas y cuántos bolsones de remeras fueron entregados en el mismo día?

Potenciación y radicación

En este caso, encontrarán una serie de problemas que permiten revisar algunas de las propiedades de la potenciación y de la radicación de números naturales. ¡Adelante!

1. Alejo está organizando una fiesta en su casa y le pidió a cada uno de sus cuatro amigos que envíen mensajes invitando a cuatro compañeros distintos del colegio. ¿Pueden calcular cuántos mensajes enviaron?

2. En un contenedor hay 4 cajones con mercadería. Cada uno de esos cajones posee dentro 4 cajas más pequeñas. En cada caja, hay 4 estuches con 4 marcadores cada uno. ¿Cuántos marcadores hay en total en el contenedor?

3. Manuel inició una cadena de correos electrónicos. Le envió un correo a cinco contactos, y cada uno de ellos se lo envió a otros cinco. Al mismo tiempo, estos últimos enviaron el correo a otras cinco personas. ¿Cuántos correos fueron enviados en el último paso de la cadena?

4. Sofía envió un mensaje de voz a 4 amigas, cada una de ellas le reenvió el audio a otras 4 amigas, quienes a su vez lo enviaron a otras 4 y estas, a otras 4 cada una. ¿Cuántas chicas en total recibieron el mensaje de voz?

5. Completen la siguiente tabla.

a	2	3			8		12
a^2			16			100	
a^3				125			

PARA RECORDAR

Cuando todos los factores de una multiplicación son iguales, se puede usar la **potenciación** para abreviar la escritura de dicha multiplicación.

Por ejemplo: $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$. En este caso, al número 3 se lo denomina **base**. El número 4 es el **exponente** y 81, la **potencia**.

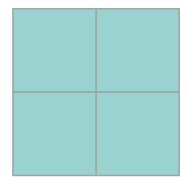
En general, si a es la base, n es el exponente y b es la potencia, se cumple que:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots a}_{n\ \text{veces}} = \underset{\text{base}}{\overset{\text{exponente}}{a^{n}}} = b \longleftarrow \text{potencia}$$

6. Para un acto, se deciden organizar las sillas de forma tal que queden igual cantidad de filas y columnas:
   a. Si deben acomodar 100 sillas, ¿cuántas filas y columnas deberán armar?
   b. ¿Y si el total de sillas es 196?
   c. En caso de que se tengan que acomodar 200 sillas, ¿será posible mantener igual cantidad de filas y columnas? ¿Por qué?

7. Un restaurante posee un salón rectangular de 18 metros de largo por 8 metros de ancho. El dueño quiere que el nuevo salón tenga forma cuadrada. Si el área se conserva, ¿cuáles serían sus medidas?

8. Este cuadrado está formado por 4 cuadrados más pequeños. Determinen cuánto miden los lados de cada cuadrado pequeño si el área del cuadrado grande es:
a. 64 cm^2.
b. 144 cm^2.
c. 324 cm^2.



9. Indicando qué cálculos hicieron en cada caso, respondan:
a. Un número multiplicado dos veces por sí mismo da 225. ¿De qué número se trata?
b. Un número multiplicado dos veces por sí mismo da 625. ¿De qué número se trata?
c. Un número multiplicado tres veces por sí mismo da 343. ¿De qué número se trata?

10. Completen las siguientes tablas.

a	**1**	**49**	**100**			**400**
$\sqrt{a}$				11	12	

b	**1**	**8**	**64**			**343**
$\sqrt[3]{b}$				6	10	

PARA RECORDAR

La operación inversa de la potenciación se denomina **radicación**. Por ejemplo:

$$\sqrt[3]{64} = 4 \text{ porque } 4^3 = 64.$$
$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25.$$

Por convención, al calcular una raíz cuadrada se omite colocar el 2 como índice.
En general, si n es el índice, a es el radicando y b es la raíz, se cumple que:

índice

$$\sqrt[n]{a} = b \leftarrow \text{raíz}$$

radicando

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Matemática

Divisibilidad

Aquí les proponemos algunas actividades para repasar la divisibilidad en el conjunto de los números naturales, así como también los conceptos de múltiplo y divisor de un número, números primos y compuestos. ¡Avancemos!

1. Decidan si son correctas cada una de las siguientes afirmaciones, sin calcular el resultado final de cada cuenta:

a. 12×20 da el mismo resultado que $6 \times 5 \times 2 \times 4$.
b. 16×8 da el mismo resultado que $2 \times 8 \times 4 \times 4$.
c. 35×20 da el mismo resultado que $4 \times 7 \times 5 \times 5$.

2. Escriban cada una de las siguientes cuentas utilizando multiplicaciones entre números de una sola cifra. Si para cada caso existe más de una posibilidad, escríbanlas.

a. 18×25
b. 36×24
c. 15×12

3. Mariela dice que 96 es múltiplo de 4 porque $96 = 4 \times 3 \times 8$.

a. ¿Es correcto lo que dice Mariela? ¿Por qué?
b. Escriban otras cuentas mediante las cuales sea posible determinar que 96 es múltiplo de 4.

4. Decidan, sin realizar las multiplicaciones, cuáles de los siguientes cálculos dará como resultado un múltiplo de 8:

a. $8 \times 121 =$
b. $40 \times 12 =$
c. $7 \times 32 =$
d. $14 \times 4 =$
e. $13 \times 4 =$
f. $12 \times 28 =$

5. Sin hacer las cuentas, indiquen cuáles de los cálculos dados en cada caso dan como resultado:

a. Un múltiplo de 2:

$35 \times 2 + 4$ ☐ $17 \times 5 + 2$ ☐ $13 \times 4 + 8$ ☐ $18 \times 2 + 5$ ☐

b. Un múltiplo de 3:

$6 \times 14 + 3$ ☐ $12 \times 3 + 1$ ☐ $9 \times 13 + 30$ ☐ $17 \times 4 + 3$ ☐

c. Un múltiplo de 5:

$5 \times 8 + 5$ ☐ $10 \times 10 + 6$ ☐ $20 \times 4 + 15$ ☐ $13 \times 3 + 4$ ☐

d. Un múltiplo de 8:

$8 \times 121 + 5$ ☐ $8 \times 121 + 16$ ☐ $40 \times 12 + 48$ ☐ $40 \times 12 + 108$ ☐

6. Sin hacer las cuentas, decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Expliquen sus decisiones.
   a. $2 \times 12 + 9 \times 5$ es múltiplo de 3.
   b. $2 \times 45 + 3 \times 5$ es múltiplo de 2.
   c. $4 \times 3 \times 5 + 12 \times 9$ es múltiplo de 12.
   d. $10 \times 34 - 34 \times 5$ es múltiplo de 10.

7. Completen cada cálculo con un número natural de manera tal que la afirmación enunciada resulte verdadera. Si esto no es posible, o si hay más de una respuesta posible, expliquen por qué.
   a. $15 \times$ ____ da como resultado un múltiplo de 2 .
   b. $15 \times$ ____ da como resultado un múltiplo de 5.
   c. $15 \times$ ____ da como resultado un múltiplo de 6.
   d. $15 \times 2 +$ ____ da como resultado un múltiplo de 3.
   e. $6 \times 23 +$ ____ da como resultado un número impar.
   f. $7 \times 23 +$ ____ da como resultado un número impar.
   g. $2 \times$ ____ $+ 42$ da como resultado un número impar.
   h. $10 \times$ ____ $+ 5$ da como resultado un número que termina en 5.

8. Completen el siguiente cuadro y justifiquen en cada caso.

Afirmación	Siempre	A veces	Nunca
Si a 24 lo multiplico por un múltiplo de 7, el resultado será múltiplo de 7.			
Si a 35 lo multiplico por un número impar cualquiera, el resultado será múltiplo de 10.			
Si a 15 lo multiplico por otro número natural cualquiera, el resultado será múltiplo de 3.			
Si a un número lo multiplico por 6, el resultado será múltiplo de 9.			
La suma de dos números que son múltiplos de 3, da por resultado un múltiplo de 3.			
La suma de dos números que son múltiplos de 5, da por resultado un múltiplo de 10.			

PARA RECORDAR

- Si un número natural es el resultado de una multiplicación de dos o más factores que sean números naturales, entonces es **múltiplo** de cada uno de esos factores. Por ejemplo, como $23 \times 7 = 161$, entonces 161 es múltiplo de 7 y de 23.
- Para determinar si un número es o no es **divisor** de otro podemos hacer la división entre ambos. Si el resto de la división es cero, entonces podemos afirmar que el primero es divisor del segundo. Por ejemplo, 4 es divisor de 252 porque al dividir 252 por 4, el resto es cero.
- Decimos también que si un número es múltiplo de otro, este último es divisor del primero, y el primero es divisible por el segundo.

9. Para determinar los múltiplos de 2, 3 y 6, Juan pintó con color rojo, en un cuadro como el siguiente, todos los números que son múltiplos de 2; con amarillo, todos los que son múltiplos de 3; y con azul, todos los que son múltiplos de 6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a. Para que puedan ver cómo quedó el cuadro de Juan, realicen el mismo procedimiento, pintando los números que correspondan.
b. A partir de lo que hicieron en el punto **a**, escriban una regla que les permita determinar cuándo un número es múltiplo de 2, de 3 o de 6.
c. Marquen en la tabla los números que tienen exactamente dos divisores distintos.

10. Sabiendo que $24 \times 36 = 864$, decidan cuál de los siguientes números es divisor de 864 y expliquen por qué:

a. 5
b. 6
c. 8
d. 9
e. 16
f. 24

11. Sabiendo que $630 = 5 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2$, escriban tres números de dos cifras que sean divisores de 630.

12. Busquen un número de tres cifras que tenga al 2, al 3 y al 5 como divisores. ¿Hay más de uno? ¿Por qué?

13. Sabiendo que $36 \times 45 = 1.620$, expliquen por qué son correctas las siguientes afirmaciones.
a. 45 es divisor de 1.620.
b. 1.620 : 36 tiene resto 0.
c. 18 es divisor de 1.620.
d. 30 es divisor de 1.620.

PARA RECORDAR

- Los números naturales mayores que 1 que tienen solo dos divisores (1 y el mismo número) se llaman **números primos**. Por ejemplo: 3 y 19 son números primos.
- Los números que tienen más de dos divisores se llaman **números compuestos**. Por ejemplo: 4 (sus divisores son 1, 2 y 4) y 35 (sus divisores son 1, 5, 7 y 35).
- Todo número compuesto mayor que 1 se puede escribir como producto de números primos. Por ejemplo: $28 = 7 \times 2 \times 2$.
- Existen criterios de divisibilidad que permiten reconocer cuándo un número es divisible por otro. Por ejemplo, todo número par es divisible por 2. Además, como determinaron en la actividad 9 de esta sección, todo número divisible por 2 y por 3 es también divisible por 6.

Números naturales

El problema de Gauss

Gauss fue uno de los matemáticos más importantes de la historia. Nació en 1777 en Alemania, y durante su notable trayectoria realizó numerosos aportes en diversas ramas de la matemática, como por ejemplo la teoría de números, la geometría y el análisis matemático.

Según se cuenta, cuando Gauss tenía nueve años resolvió un problema matemático clásico. El problema consiste en calcular la suma de los primeros 100 números naturales, es decir, sumar todos los números desde el 1 hasta el 100.

Para poder resolver el mismo problema, les proponemos algunos pasos intermedios que quizás colaboren para llegar a la respuesta:

a. ¿Cuál es el resultado de la suma de los números naturales del 1 al 10?

b. ¿Cuál es el resultado de la suma de los números naturales del 1 al 20? ¿ Y del 1 al 30?

c. ¿Qué regularidades identificaron al obtener los resultados de las preguntas anteriores?

d. Finalmente, ¿cuál es el resultado de la suma de los números naturales del 1 al 100?

e. Comparen entre ustedes las estrategias que utilizaron para resolver este problema y luego respondan: ¿cuál es la suma de los números naturales del 1 al 1.000?

Monumento a Johann Gauss en la universidad de Hunan, China.

En este capítulo desarrollarán la capacidad de organizar y evaluar su propio aprendizaje matemático. Reconocerán sus errores y aprenderán a elegir estrategias adecuadas para resolver problemas matemáticos de manera independiente.

AUTONOMÍA PARA APRENDER

Números naturales y producción de fórmulas

A continuación, les presentamos distintos problemas donde pondrán en juego fórmulas para contar elementos de una colección.

1. Se están acomodando libros en unas repisas de una casa. A medida que los sacan de la caja, los colocan poco a poco, según se ve en las imágenes.

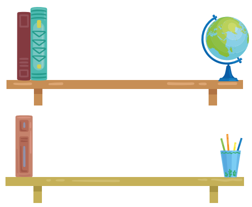


Imagen 1

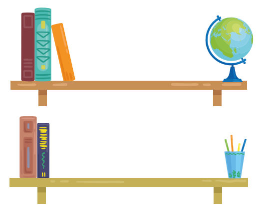


Imagen 2

Imagen 3

a. Describan con sus palabras cómo se van acomodando los libros en los estantes.
b. Si la serie de imágenes continuara, ¿cuántos libros habría en la imagen 6? ¿Y en la 15?
c. Considerando la manera en la que se acomodan los libros, ¿es posible que en alguna imagen aparecieran 28 libros? ¿Por qué?

2. La siguiente secuencia se elaboró utilizando fósforos, como se muestra a continuación:

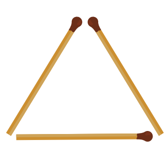


Figura 1

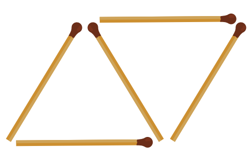


Figura 2

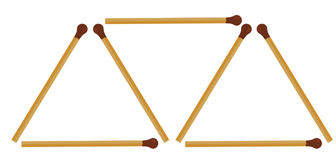


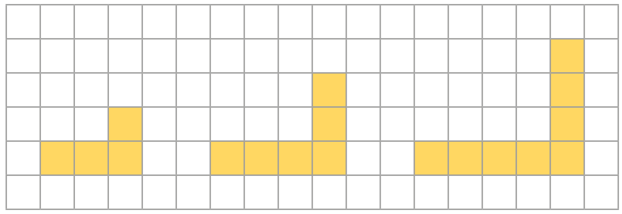
Figura 3

a. Dibujen la figura que ocupará el cuarto lugar de esta secuencia y luego respondan: ¿cuántos fósforos serán necesarios para construirla?
b. ¿Cuántos fósforos serán necesarios para construir la figura que ocupará el quinto lugar de esta secuencia? ¿Y la que ocupe el sexto?
c. Completen la siguiente tabla que relaciona la cantidad de triángulos con la cantidad de fósforos que se necesitan para construirlos.

Cantidad de triángulos	3	4	8	40	100	200
Cantidad de fósforos						

d. Expliquen cómo calcular el número de fósforos a partir de la cantidad de triángulos que pueden formar con ellos.
e. Sofía dice que para averiguar cuántos fósforos se necesitan para armar la figura que tiene 100 triángulos, puede hacer el siguiente cálculo: $3 + 2 \times (100 - 1)$. ¿Están de acuerdo? Expliquen cómo lo pensaron.
f. ¿Es posible que una de las figuras de la secuencia esté formada por 36 fósforos? ¿Por qué?

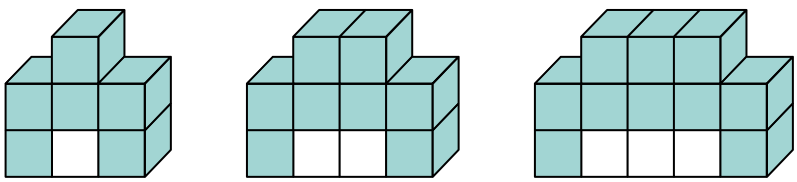
3. La siguiente sucesión de figuras se formó usando cuadrados sombreados.



Posición 1 Posición 2 Posición 3

a. Para calcular la cantidad de cuadrados sombreados en cada una de las posiciones de la secuencia, Mariano propuso la fórmula $2 \cdot n + 2$. Expliquen por qué en esa expresión hay una multiplicación con un 2 como factor.

4. Martín y Javier están jugando con bloques blancos y celestes y armaron los siguientes diseños:



Diseño 1 Diseño 2 Diseño 3

a. ¿Cuántos bloques blancos y cuántos bloques celestes se necesitan para armar el diseño 4?
b. Javier armó un diseño como los anteriores con 6 bloques blancos. ¿Cuántos bloques celestes usó?
c. Martín armó un diseño como los anteriores con 12 bloques blancos. ¿Cuántos bloques celestes usó?
d. Si Javier quisiera armar un diseño similar con 100 bloques blancos, ¿cuántos bloques celestes necesitaría? Expliquen cómo lo pensaron.
e. ¿Por qué es correcto afirmar que la fórmula $g = 2 \cdot b + 4$ permite calcular la cantidad de bloques celestes del diseño que tiene b bloques blancos?

PARA RECORDAR

Las expresiones simbólicas matemáticas emplean distintos tipos de elementos. Entre esos están las letras, que pueden representar distintas cosas; por ejemplo, pueden utilizarse letras para indicar los extremos de un segmento, para representar distintos tipos de magnitudes en ciertas fórmulas, etcétera.

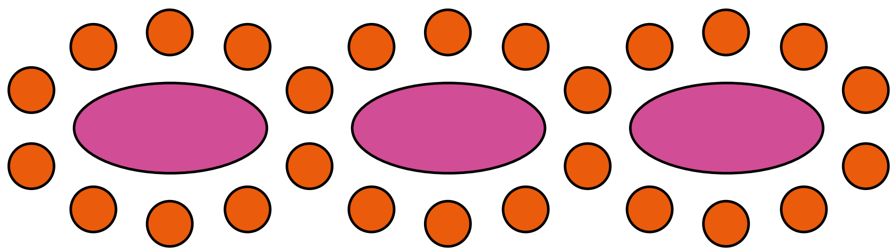
En la actividad 3 de este tema se utiliza (de manera arbitraria) la letra n para representar la posición de esa secuencia; n solo es una forma de expresar de manera general todas las posibles posiciones, diseños, etcétera; además, es la forma matemática de expresar un número general.

Cuando se tiene una expresión como $g = 2 \cdot b + 4$ (que aparece en la actividad 4), la b está en la expresión como representante de todos los posibles valores de los bloques blancos que podría tener la secuencia, si se sigue dibujando. Por ejemplo, cuando $b = 1$, eso se refiere al primer diseño, en el que hay 1 bloque blanco ($2 \cdot 1 + 4 = 6$ bloques celestes); cuando $b = 2$, eso se refiere al segundo diseño, en el que hay 2 bloques blancos ($2 \cdot 2 + 4 = 8$ bloques celestes), etcétera.

Profundizar el trabajo con números naturales

Les proponemos otra serie de actividades para continuar trabajando con números naturales, las fórmulas y las expresiones algebraicas equivalentes.

1. Se desea armar una guarda como la siguiente.



a. Describan con sus palabras cómo está confeccionada la guarda, considerando la cantidad de elipses y de círculos.
b. ¿Cuántos círculos tendrá una guarda que está compuesta por 7 elipses? ¿Y una de 20 elipses?
c. Propongan una fórmula que les permita calcular la cantidad de círculos que tendrá la guarda, si se conoce la cantidad de elipses que la conforman.
d. ¿Cuántas elipses tendrá la guarda, si en total contiene 362 círculos?
e. Mariana dice que la cantidad de círculos que tiene una guarda siempre es un número par. ¿Es correcta su afirmación? ¿Por qué?
f. Julián dice que la cantidad de círculos que tiene una guarda siempre es un múltiplo de 8 aumentado en tres unidades. ¿Es correcta su afirmación? ¿Por qué?

2. Para contar la cantidad de círculos que tiene una guarda con un diseño distinto del de la actividad anterior, Juan utilizó la siguiente fórmula:

$$c = 10 \cdot e + 2$$

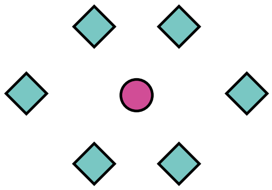
donde *e* representa la cantidad de elipses que tiene la guarda, y *c*, la cantidad de círculos.
a. Dibujen un posible diseño considerando la fórmula que propuso Juan.
b. Indiquen si las siguientes fórmulas también sirven para calcular la cantidad de círculos de cada una de las guardas; luego, expliquen por qué.

$$c = 12 + 10 \cdot (e - 1) \qquad c = 8 \cdot e + 2 \cdot e + 4$$

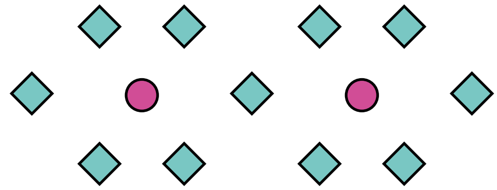
Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

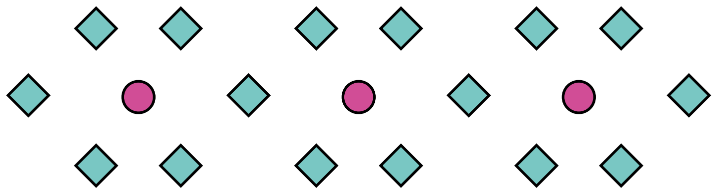
3. Natalia, Germán y Jeremías están diseñando vinilos autoadhesivos para decorar la pared de la cocina.



Diseño 1



Diseño 2



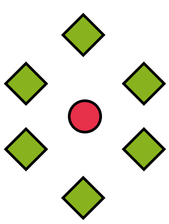
Diseño 3

Natalia dice que la fórmula que permite calcular la cantidad de cuadrados celestes para un diseño n cualquiera, tomando como referencia una cantidad g cualquiera de círculos violetas, es: $n = 5 \cdot g + 1$.

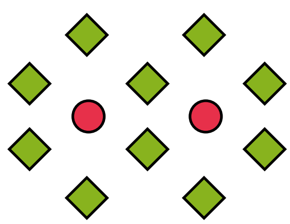
En cambio, Germán escribió la siguiente fórmula: $n = 2 \cdot g + (g + 1) + 2 \cdot g$.

Jeremías dice que las dos fórmulas son correctas. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué, y señalen en el diseño qué elementos consideró cada uno para proponer su fórmula.

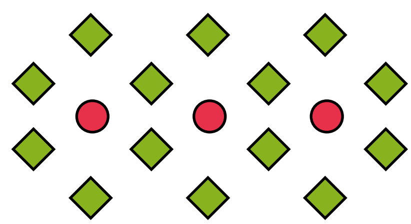
4. El siguiente esquema muestra tres diseños de vinilos:



Diseño 1



Diseño 2



Diseño 3

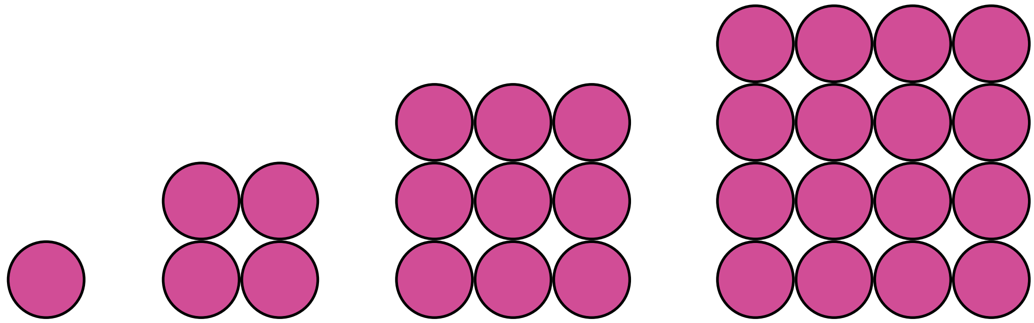
Escriban dos fórmulas equivalentes que permitan calcular la cantidad de cuadrados verdes n que tendrá un diseño con g círculos rosados.

PARA RECORDAR

Dos fórmulas o expresiones algebraicas son equivalentes si en ambas expresiones, al considerar el mismo valor de la variable, se obtiene el mismo resultado. Esto sucede porque esencialmente, aunque las expresiones se vean diferentes, ¡son las mismas! (aunque escritas de manera diferente).

Por ejemplo, las expresiones $2 \cdot b$ y $3 \cdot b - b$ son equivalentes, porque al considerar $b = 2$ se obtiene $2 \cdot 2 = 4$ y $3 \cdot 2 - 2 = 4$. Observen que si a $3 \cdot b$ le restamos b, entonces se obtiene $2 \cdot b$. Es decir, ambas son la misma expresión, y esto ocurre para cualquier valor de b.

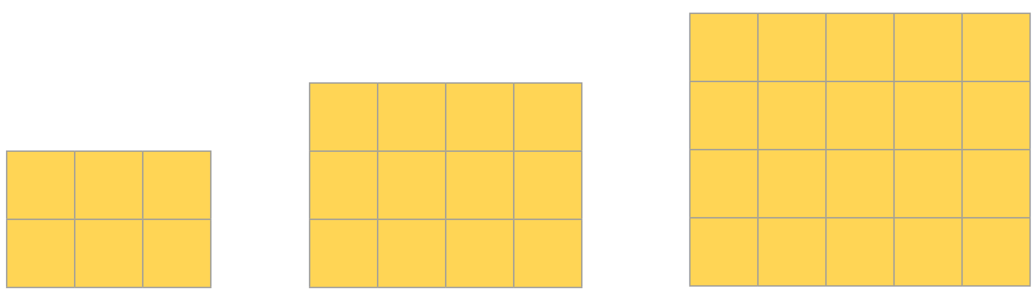
5. Juan tiene más de 500 monedas, todas del mismo tipo y tamaño, y decide organizarlas de la siguiente manera:



Posición 1 Posición 2 Posición 3 Posición 4

a. ¿Cuántas monedas habrá en la posición 5 de la colección? ¿Y en la posición 7?
b. ¿Es posible que haya alguna posición de la colección conformada por 100 monedas? ¿Y por 122?
c. Elaboren una fórmula que les permita calcular la cantidad de monedas que habrá en la posición *n* de la colección.

6. La siguiente secuencia de figuras está conformada por cuadrados amarillos:



Posición 1 Posición 2 Posición 3

a. ¿Cuántos cuadrados amarillos habrá en la figura que ocupa la posición 6 de la serie? ¿Y cuántos, en la posición 12?
b. ¿Cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de cuadrados amarillos que tiene una figura que ocupa la posición *p* de la secuencia?

$(p+2)\cdot(p+1)$ $p^2+3\cdot p+2$ $6\cdot p$

c. Se quiere elaborar una nueva fórmula, pero con una diferencia importante a las expresiones de la consigna anterior. En este caso, la letra que aparece en cada una de las fórmulas representa la cantidad de cuadrados de base que tiene cada figura de la secuencia. Teniendo en cuenta esta modificación, ¿cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad total de cuadrados amarillos que tiene una figura de *c* cuadrados de base?

$6\cdot c$ $c\cdot(c-1)$ $c+(c-1)$ c^2-c $2\cdot c+2\cdot(c-1)$

7. Tomando como referencia la actividad 6 de este tema, inventen una secuencia de figuras conformada por cuadrados en donde la cantidad de cuadrados de cada una de las posiciones de la secuencia se pueda calcular con la fórmula $n \cdot (n + 3)$.

8. En cada caso, decidan si las siguientes expresiones algebraicas son equivalentes o no. Justifiquen sus respuestas.

a.	$m + m + m + m$	m^4
b.	$r + r + r$	$3 \cdot r$
c.	$14 \cdot n$	$9 \cdot n + 5 \cdot n$
d.	$7 \cdot a + 2 + 3 \cdot a + 11$	$23 \cdot a$
e.	$4 \cdot b$	$-12 \cdot b + 16 \cdot b$
f.	$10 \cdot q + 15$	$5 \cdot (2 \cdot q + 3)$
g.	$4 \cdot (5 + 3 \cdot p)$	$20 + 3 \cdot p$
h.	z^3	$z \cdot z \cdot z$

PARA RECORDAR

Para escribir el producto de un número por una variable, en algunas ocasiones se puede omitir el punto que simboliza la multiplicación. Por ejemplo, $3 \cdot n$ puede escribirse $3n$.

9. Para cada una de las siguientes expresiones, escriban otras dos que sean equivalentes.

a. $4c + 5c + 3 + 10c$
b. $20 + w + w + w + w + w + 4$
c. $5 \cdot (2d + 4)$
d. $(6t + 3) \cdot 4$
e. $(8n + 10 + 2n - 6 - n + 1)$
f. $n + 3 + 2 \cdot (n + 3) + 2 \cdot (n + 3)$

PARA RECORDAR

Para determinar si dos expresiones algebraicas son equivalentes, pueden utilizar las propiedades de las operaciones que seguramente trabajaron en los años anteriores.

Por ejemplo, en la expresión $10 \cdot (m + 3)$ es posible aplicar la **propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición**. Por lo tanto, se puede asegurar, aplicando dicha propiedad, que $10 \cdot (m + 3)$ es equivalente a $10 \cdot m + 30$.

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlos elaborar esas ideas:

a. ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
b. ¿Qué conceptos o ideas nuevas aprendieron?
c. ¿Qué conceptos o ideas ya recordaban de los años anteriores?
d. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?

Los números y las operaciones que componen ciertas expresiones o cálculos brindan, en muchas ocasiones, información sobre el tipo de resultado que se obtiene o se podría obtener. A partir de lo que trabajaron en las actividades de este capítulo, elaboren conclusiones al respecto. Pueden tomar las siguientes preguntas como referencia:

a. ¿Cómo debe estar conformado un cálculo para que siempre se obtengan como resultado números pares? ¿Y números impares?
b. ¿Y para que sean múltiplos de 6 o de cualquier otro número?
c. ¿Y para que sean números naturales con la última cifra igual a cero?

En la actividad inicial del capítulo les propusimos obtener el resultado de la suma de los primeros 100 números naturales. Gauss, para arribar a la respuesta, utilizó esta fórmula:

$$[n \cdot (n+1)] : 2$$

a. Verifiquen el "funcionamiento" de la fórmula.
b. ¿Qué representa la *n* de la expresión?
c. ¿Por qué en esa expresión aparece una multiplicación y una división por 2?
d. Esa expresión, ¿tiene alguna relación con los cálculos que hicieron para responder al problema inicial? ¿Por qué?

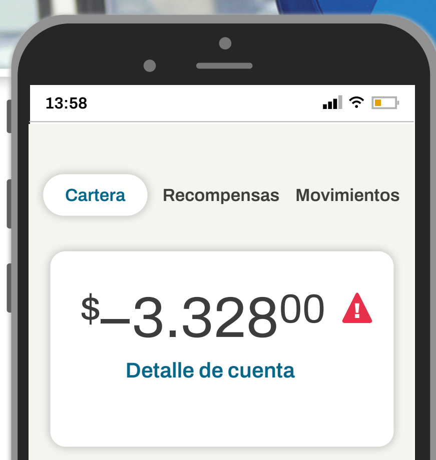
Matemática

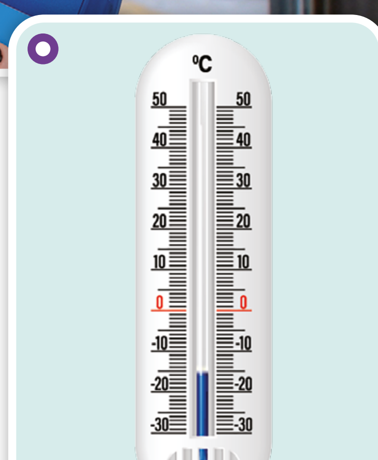
CAPÍTULO 2

Números enteros

¿Qué representan los números?

Analicen las siguientes imágenes y, a partir de las mismas, respondan las preguntas enunciadas a continuación.





Localidad	Duración (días)	Fechas	Rango de temperatura (°C)
Río Gallegos	4	4 al 8 de julio	–10 a 3

a. ¿A qué situación corresponde cada imagen? ¿Qué representan los números que se observan en cada una?

b. ¿Cómo interpretan el número “$–3.328” que aparece en la imagen de la cartera? ¿Y los números “–10 a 3” que aparecen en la tabla?

En este capítulo trabajarán su capacidad para reflexionar críticamente sobre conceptos matemáticos. Aprenderán a reconocer distintas estrategias para resolver un problema, a razonar con evidencias matemáticas y a comparar métodos.

PENSAMIENTO REFLEXIVO Y CRÍTICO

Números enteros a partir de diferentes contextos

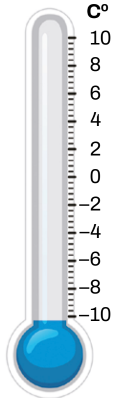
En las siguientes actividades podrán comenzar a estudiar el concepto de número entero.

1. La siguiente tabla muestra las temperaturas mínimas de una semana de mediados de junio en Uspallata, Mendoza, según el Servicio Meteorológico Nacional. Tengan en cuenta que el signo "–" que se observa en algunas cantidades, como –5 °C o –12 °C, da cuenta de que esas temperaturas se encuentran por debajo de los 0 °C. De esta forma, –5 °C quiere decir 5 grados bajo cero.

	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Temperatura mínima	1 °C	–5 °C	0 °C	–12 °C	–10 °C	–15 °C	–9 °C

a. ¿Qué día de la semana se registró la menor temperatura?
b. ¿En qué días de la semana la temperatura mínima fue mayor que –10 °C?

2. Durante la última semana de mayo, se registraron las temperaturas de Lago Viedma, provincia de Santa Cruz.
a. En uno de los días, la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima fue de 10 °C. Si la temperatura mínima fue de –6 °C, marquen en el termómetro de la derecha, con azul, cuál fue la temperatura máxima en Lago Viedma ese día.
b. En otro día de la semana se registró una temperatura máxima de 2 °C. La temperatura mínima fue, por su parte, siete grados menor que la máxima. Marquen en el termómetro, con rojo, cuál fue la temperatura mínima registrada.



3. Un cliente tiene en una cuenta bancaria un saldo de $–6.000 y acordó con el banco la posibilidad de tener un saldo negativo de hasta $–30.000. Esto significa que si el cliente tiene en su cuenta $0, puede retirar hasta $30.000.
a. ¿Puede retirar $25.000 a partir del saldo que tiene disponible en su cuenta, si no realiza ningún depósito previo? ¿Y $15.000? ¿Por qué?
b. ¿Cuánto dinero puede retirar como máximo, con el saldo disponible?

PARA RECORDAR

El conjunto de los **números enteros** está formado por:
- El cero: 0.
- Los números naturales. Son todos aquellos números mayores a cero: 1, 2, 3, ...
- Los números negativos. Son todos aquellos números menores a cero: –1, –2, –3, ...

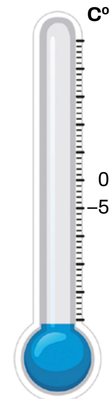
Estos últimos se leen "menos uno" (–1), "menos dos" (–2), "menos tres" (–3).

Orden y representación de los números enteros en la recta numérica

A continuación, trabajarán con problemas que les permitirán comparar, ordenar y representar números enteros en la recta numérica.

1. Ubiquen las siguientes temperaturas, registradas en grados centígrados, en el termómetro.

- –16 °C
- –20 °C
- –19 °C
- 5 °C
- 15 °C
- –2 °C
- –15 °C
- –21 °C



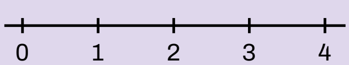
a. ¿Cuál es la temperatura más alta? ¿Y la más baja?
b. ¿Cómo quedan ordenadas estas temperaturas de menor a mayor?

2. Estos son diferentes saldos de tarjetas de viaje. Ordénenlos de menor a mayor.

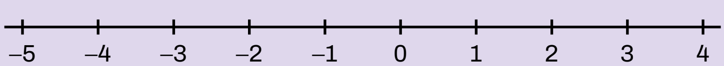
- $–90
- $–101
- $ 600
- $–150
- $–220
- $–70
- $–100
- $–20

PARA RECORDAR

Los números naturales, como saben, se representan en la **recta numérica** así:



Por su parte, los números enteros también pueden representarse en la recta numérica, de la siguiente forma:



En esta representación, los números negativos se ubican a la izquierda del 0. Además, la secuencia de números queda ordenada de **menor a mayor**, de **izquierda a derecha**. Esto hace que cuanto más lejos del 0 está un número negativo, menor es.

De esta forma, es posible asegurar que, por ejemplo:

- $-2 < -1$, es decir, –2 es menor que –1.
- $-5 < -2$, es decir, –5 es menor que –2.

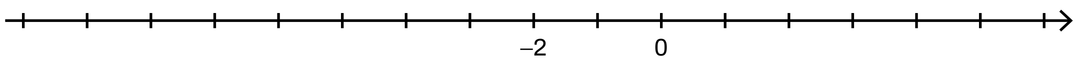
Esta relación de orden entre –5, –2 y –1 puede indicarse así:

$$-5 < -2 < -1$$

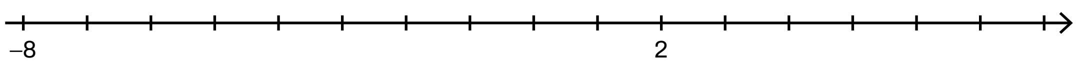
De manera equivalente, puede indicarse que $-1 > -2$, y que $-2 > -5$

3. Ubiquen en cada recta numérica:

a. Los números –1; 2; 5; –7; –10.



b. Los números –6; –2; 0; 6; 8.



4. Completen con < o > en cada caso, según corresponda.

a. 1 ____ –2

b. –10 ____ 10

c. –9 ____ –10

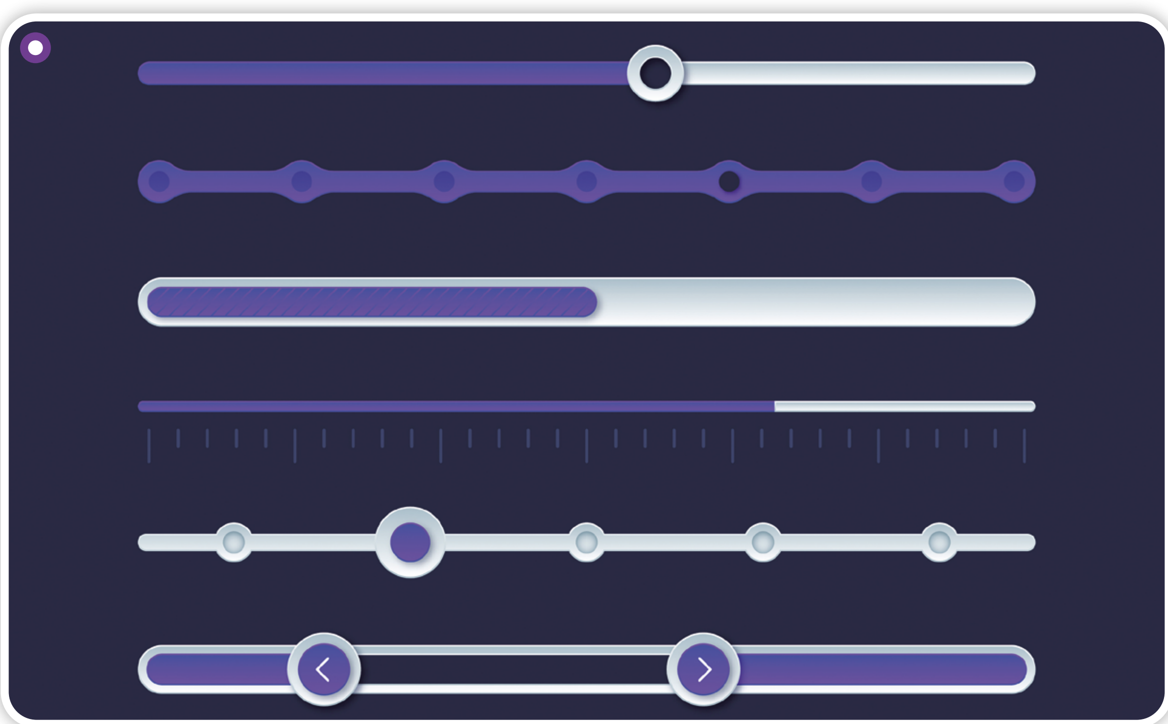
d. –20 ____ –200

5. Ordenen estos números de menor a mayor.

–6 –17 2 0 –2 7 –16 –10 –15

6. Para cada uno de estos números, determinen un número entero que sea menor y otro que sea mayor.

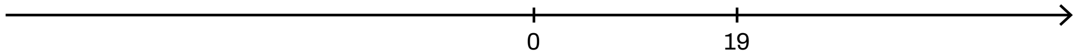
–1 –22 1 –4 –125



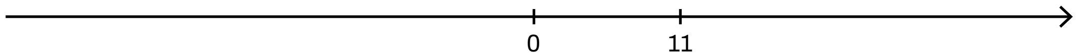
Distancia y opuestos

En las siguientes actividades trabajarán localizando números que están a una determinada cantidad de unidades de otro.

1. **a.** Ubiquen en la recta numérica todos los números que están a 19 unidades del 0.



b. Ubiquen en la recta numérica todoslos números que están a 22 unidades del 0.



2. **a.** Representen en una recta numérica todos los números que verifican lo pedido.

- Que estén a 6 unidades de 0.
- Que estén a 3 unidades de 0.
- Que estén a 10 unidades de 0.

b. En otra recta numérica, representen todos los números que verifican lo pedido.

- Que estén a 3 unidades de 1.
- Que estén a 6 unidades de 1.
- Que estén a 8 unidades de 2.

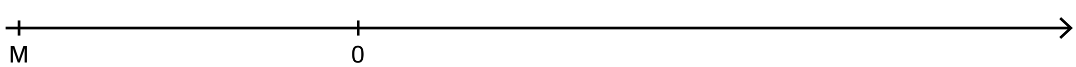
PARA RECORDAR

La **distancia** entre dos números enteros refiere a cuántas unidades está uno de otro, es decir, a la cantidad de unidades que hay entre ellos. Por ejemplo:

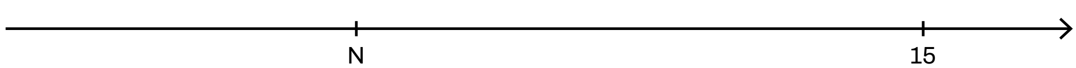
- Entre 1 y 5, la distancia es de 4 unidades.
- Entre –5 y –1, la distancia también es de 4 unidades.
- Entre –6 y 6, la distancia es de 12 unidades.

En particular, si dos números enteros están a la misma distancia del cero se llaman **opuestos**. Por ejemplo, el opuesto de 6 es –6, mientras que el opuesto –7 es 7.

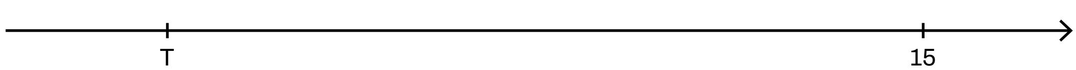
3. **a.** ¿Qué número representa M, si su distancia al 0 es 9 unidades?



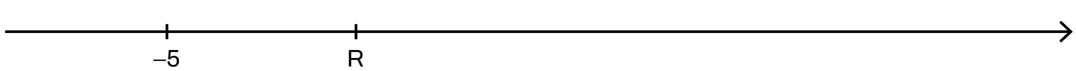
b. ¿Qué número representa N, si su distancia al 15 es 15 unidades?



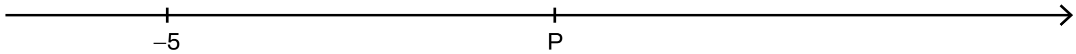
c. ¿Qué número representa T, si su distancia al 15 es 20 unidades?



d. ¿Qué número representa R, si su distancia al –5 es 5 unidades?



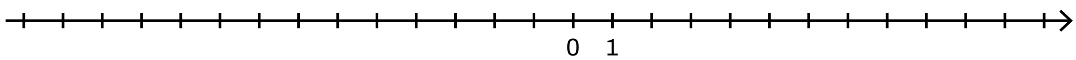
e. ¿Qué número representa P, si su distancia al –5 es 9 unidades?



4. Dados los siguientes números enteros:

0	–2	4	–10	–12	7	–4	8

a. Ordénenlos de menor a mayor.
b. Ubíquenlos en la siguiente recta numérica.



c. Para cada uno de ellos, indiquen:

- el opuesto.
- los números que están a una unidad de distancia.

PARA RECORDAR

Acerca de los números opuestos:

- El opuesto de un número positivo es el número negativo que está a la misma distancia del cero. Por ejemplo, el opuesto de 1 es –1.
- El opuesto de un número negativo es el número positivo que está a la misma distancia del cero. Por ejemplo, el opuesto de –2 es 2.
- El opuesto de cero es cero.
- El cero no es positivo ni negativo.

Acerca de los números enteros que están a una unidad de distancia entre sí:

- Entre dos números enteros consecutivos siempre hay una unidad de diferencia.
- Si sumamos una unidad a un número entero, obtenemos su **siguiente**. Es decir, el siguiente de n es $n + 1$. Por ejemplo, el siguiente de –5 se obtiene como $-5 + 1$ y es –4.
- En la recta numérica, el siguiente de un número entero se encuentra una unidad a la derecha de dicho número.
- Si restamos una unidad a un número entero, obtenemos su **anterior**. Es decir, el anterior de n es $n - 1$. Por ejemplo, el anterior de –5 se obtiene como $-5 - 1$ y es –6.
- En la recta numérica, el anterior de un número entero se encuentra una unidad a la izquierda de dicho número.

5. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa y expliquen cómo lo pensaron.
a. El opuesto de –12 es –21.
b. El opuesto de –50 está a 100 unidades del cero.
c. El siguiente de –20 es –21.
d. El anterior de –35 es –36.
e. El siguiente de –1 es un número negativo.
f. 0 es mayor que cualquier número negativo.
g. El siguiente de 100 es 101 y el siguiente de –100 es –101.
h. El siguiente del siguiente de –10 es –8.
i. El anterior de –21 es menor que –20.

Sumas y restas con números enteros

En las siguientes actividades, les proponemos trabajar con operaciones con números enteros. En este caso, abordarán situaciones que involucran sumas y restas.

1. La amplitud térmica es una medida que se calcula como la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima, registradas en un período y un lugar determinados. Por ejemplo, si se registraron una máxima de 25 °C y una mínima de 18 °C a lo largo de un día, entonces la amplitud térmica fue de 25 – 18 = 7 (°C).

La siguiente tabla muestra algunas de estas temperaturas registradas a mediados de junio en Uspallata, Mendoza.

	Jueves 18	Viernes 19	Sábado 20	Domingo 21	Lunes 22	Martes 23	Miércoles 24
Temperatura mínima	–10 °C	–15 °C	–11 °C		–5 °C	–9 °C	
Temperatura máxima	0 °C		–3 °C	1 °C	3 °C	–1 °C	–6 °C

A partir de los datos de la tabla, respondan.

a. ¿Es verdad que la amplitud térmica del día martes fue de 10 °C? ¿Por qué?

b. Determinen la amplitud térmica correspondiente a los días jueves, sábado y lunes. ¿Son iguales?

c. Completen la tabla con las medidas que faltan sabiendo que:

- La amplitud térmica del viernes fue de 11 °C.
- La amplitud térmica del miércoles fue de 6 °C.
- La amplitud térmica del domingo fue de 11 °C.
- En cada caso, expliquen cómo determinaron los valores correspondientes.

d. ¿Cuál de estas cuentas permite calcular la amplitud térmica del día jueves, según la definición de amplitud térmica?

- –10 + 0
- 0 + 10
- 0 – (–10)

¿Algunos de estos cálculos dan el mismo resultado? ¿Cuáles?

e. ¿Cuál de estas cuentas permite calcular la amplitud térmica del día lunes, según la definición de amplitud térmica?

- 3 + 5
- –5 – 3
- 3 – (–5)

¿Algunos de estos cálculos dan el mismo resultado? ¿Cuáles?

PARA RECORDAR

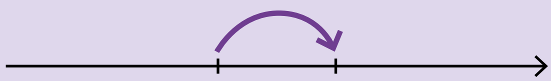
Restar un número negativo equivale a sumar su opuesto. Por ejemplo:

- $3 - (-5) = 3 + 5 = 8$
- $-1 - (-2) = -1 + 2 = 1$

De manera equivalente, sumar un número negativo es lo mismo que restar su opuesto. Por ejemplo:

- $9 + (-15) = 9 - 15 = -6$
- $10 + (-7) = 10 - 7 = 3$

En el siguiente recurso, podrán analizar el comportamiento de estas operaciones en la recta numérica:



Recurso en línea
https://bit.ly/49dqUfU

2. Para viajar en transporte público, es necesario utilizar una tarjeta de viajes. Cuando llegan a tener \$0 de saldo, los usuarios pueden igualmente utilizarla y les queda un saldo negativo. A partir de estos datos, respondan cada una de las siguientes preguntas:

a. Tiara va a un parque en colectivo. Luego de pagar un boleto de \$370, le queda un saldo de \$–10. ¿Cuánto dinero tenía en la tarjeta antes de pagar su pasaje?

b. Alejo tiene un saldo de \$1.100 en su tarjeta y el pasaje en subte cuesta \$650. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuánto dinero le queda en la tarjeta luego de ir al cine en subte y volver a su casa con el mismo medio de transporte?

c. Rafael tiene un saldo de \$1.850 y tiene que hacer tres viajes en subte de \$650 cada uno. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuál será el saldo de su tarjeta luego del último viaje?

d. Maxi tiene un saldo de \$–150 y tiene que hacer un viaje en colectivo pagando un boleto de \$395. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuáles de las siguientes cuentas les permite calcular el saldo final de la tarjeta de Maxi luego del último viaje?

- $395 - 150$
- $-150 + (-395)$
- $-150 - 395$
- $-150 - (-395)$

e. Camila tiene un saldo de \$–345 y va a realizar una recarga de \$1.500. ¿Cuál será el saldo de la tarjeta tras dicha recarga?

3. Completen la siguiente tabla donde *n* y *m* son dos números enteros en cada caso. La primera fila está completa a modo de ejemplo.

n	*m*	*n + m*
–225	25	–200
250	–125	
–125		0
	–500	–100
–250		–750
–700		1000

4. En cada uno de los siguientes apartados indiquen, sin hacer las cuentas, cuáles de los cálculos tienen el mismo resultado y expliquen por qué.

a. –200 – (–640) –200 – 640 –200 + 640

b. –580 – (–100) 100 – 580 –(–100) – (–580)

c. –205 – (–115) 205 – 115 –115 + 205

- Verifiquen luego sus respuestas resolviendo cada cálculo.

PARA RECORDAR

La suma, a diferencia de la resta, es **conmutativa**. Esto significa que, por ejemplo, resolver –50 + 20 es equivalente a resolver 20 + (–50), y viceversa. En cambio, resolver –50 – 20 no es lo mismo que resolver 20 – (–50).

5. Usando solo números negativos, inventen dos restas que den como resultado –36. Si es posible, inventen una suma que dé como resultado 20, usando solo números negativos. Si no es posible, expliquen por qué.

6. Completen cada cuenta usando un número negativo y otro positivo.

a. _____ + _____ + (–9) = –12

b. _____ + _____ + (–4) = –16

c. _____ – _____ – (–10) = –15

d. _____ – _____ – (–20) = 5

e. _____ – _____ – (–40) = 5

Multiplicaciones con números enteros

En las siguientes actividades, les proponemos que resuelvan problemas que involucran multiplicaciones con números enteros.

1. Una tripulación está realizando pruebas de inmersión con un submarino. Partiendo desde el nivel del mar (0 m de altura), el submarino desciende 35 metros y se detiene. Tras el control de algunos parámetros de navegación, el submarino vuelve a descender otros 35 metros. El descenso y control se repite cuatro veces, descendiendo la misma distancia en cada ocasión, siempre de manera vertical.

Elijan con cuáles de las siguientes cuentas se puede calcular la profundidad a la que llega el submarino luego de los cuatro descensos que realiza.

a. $4 \cdot 35$
b. $4 \cdot (-35)$
c. $0 - 35 - 35 - 35 - 35$
d. $0 + 35 + 35 + 35 + 35$
e. $-35 + (-35) + (-35) + (-35)$

PARA RECORDAR

Si *n* es un número natural, sumar *n* veces un número negativo es equivalente a multiplicar este último por *n*. Por ejemplo, $-35 + (-35) = 2 \cdot (-35)$.

2. Sin hacer las cuentas, decidan cuáles de estos cálculos dan el mismo resultado.

a. $-4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4$
b. $(-4) \cdot (-6)$
c. $(-6) \cdot (-4)$
d. $24 \cdot (-1)$
e. $-24 \cdot 1$
f. $(-4) \cdot 6$
g. $6 \cdot (-4)$
h. $-4 + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4)$

PARA RECORDAR

Al resolver una multiplicación entre números enteros (distintos de 0) hay que tener en cuenta las **reglas de los signos**:

- Si se multiplican dos números con signos iguales, el resultado es positivo.
  Por ejemplo: $(-4) \cdot (-5) = 20$ $\quad$ $4 \cdot 5 = 20$
- Si se multiplican dos números con signos diferentes, el resultado es negativo.
  Por ejemplo: $(-4) \cdot 5 = -20$ $\quad$ $(-5) \cdot 4 = -20$

Por otra parte, en la multiplicación de números enteros se cumple la propiedad **conmutativa**: si se cambia el orden de los números que se multiplican, el resultado no cambia. Por ejemplo: $(-10) \cdot 5 = 5 \cdot (-10) = -50$ $\quad$ $(-4) \cdot (-7) = (-7) \cdot (-4) = 28$

Al multiplicar un entero por 0 el resultado siempre es 0. Por ejemplo: $(-7) \cdot 0 = 0$

3. Encuentren todos los números enteros que cumplen con la condición indicada en cada caso.

a. Números enteros *p* y *q* que verifiquen que $p \cdot q = 12$.
b. Números enteros *m* y *n* que verifiquen que $m \cdot n = -18$.

Divisiones con números enteros

En las siguientes actividades resolverán problemas que involucran divisiones con números enteros.

1. Sabiendo que $7 \cdot (-5) = -35$, determinen el resultado de las siguientes divisiones, sin resolverlas.

a. $-35 : (-5)$
b. $-35 : 7$
c. $-35 : (-7)$

PARA RECORDAR

Al dividir números enteros, también se aplican las reglas de los signos:

- Si se dividen dos números con el **mismo signo**, el resultado es **positivo**.
- Si se dividen dos números con **signos diferentes**, el resultado es **negativo**.

Ejemplos:

- $(-24) : (-6) = 4$ y $24 : 6 = 4$ (mismo signo, resultado positivo).
- $(-24) : 6 = -4$ y $24 : (-6) = -4$ (signos diferentes, resultado negativo).

No se puede dividir entre 0. Por ejemplo, no se puede determinar el resultado de $-35 : 0$ porque ningún número multiplicado por 0 da como resultado -35.

2. Encuentren números enteros que verifiquen cada condición:

a. Números p y q que verifiquen que $p : q = -3$. ¿Cuántos pares de números cumplen esta condición?
b. Números m y n que verifiquen que $m : n = 5$. ¿Cuántos pares de números cumplen esta condición?

3. Sin hacer los cálculos, decidan si el resultado final de cada una de las siguientes divisiones es un número positivo, negativo o cero.

a. $24 : (-6)$
b. $(-48) : 8$
c. $(-36) : (-9)$
d. $0 : (-15)$
e. $(-100) : 25$
f. $64 : (-8)$

- Verifiquen luego sus respuestas resolviendo cada cálculo.

Profundización del trabajo con números enteros

Para finalizar, deberán resolver algunas consignas para profundizar el trabajo con números enteros.

1. Completen las siguientes multiplicaciones.

a. $\_\_\_\_\_ \cdot (-4) = -72$

b. $\_\_\_\_\_ \cdot (-25) = -375$

c. $25 \cdot \_\_\_\_\_ = -525$

d. $-8 \cdot \_\_\_\_\_ = 256$

2. **a.** Uno solo de los siguientes cálculos da como resultado un número positivo. ¿Cuál es?

- $-7 + 6 \cdot (-8) - 20 + 50$
- $(-7 + 6) \cdot (-8) - 20 + 50$
- $-7 + 6 \cdot (-8) - (20 + 50)$

b. Uno de los cálculos dados da como resultado –125. ¿Cuál es?

3. En cada uno de los siguientes cálculos, coloquen paréntesis para que el resultado sea el indicado. Tengan en cuenta que los paréntesis afectan el orden de las operaciones. Al finalizar, comprueben los resultados con una calculadora.

a. $1 + (-11) \cdot 2 - 33 : 3 + (-14) = -156$
b. $1 + (-11) \cdot 2 - 33 : 3 + (-14) = -10$
c. $1 + (-11) \cdot 2 - 33 : 3 + (-14) = 12$
d. $1 + (-11) \cdot 2 - 33 : 3 + (-14) = -23$

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo, así como cuestiones que les parezcan importantes recordar. Las siguientes son preguntas que los pueden orientar:

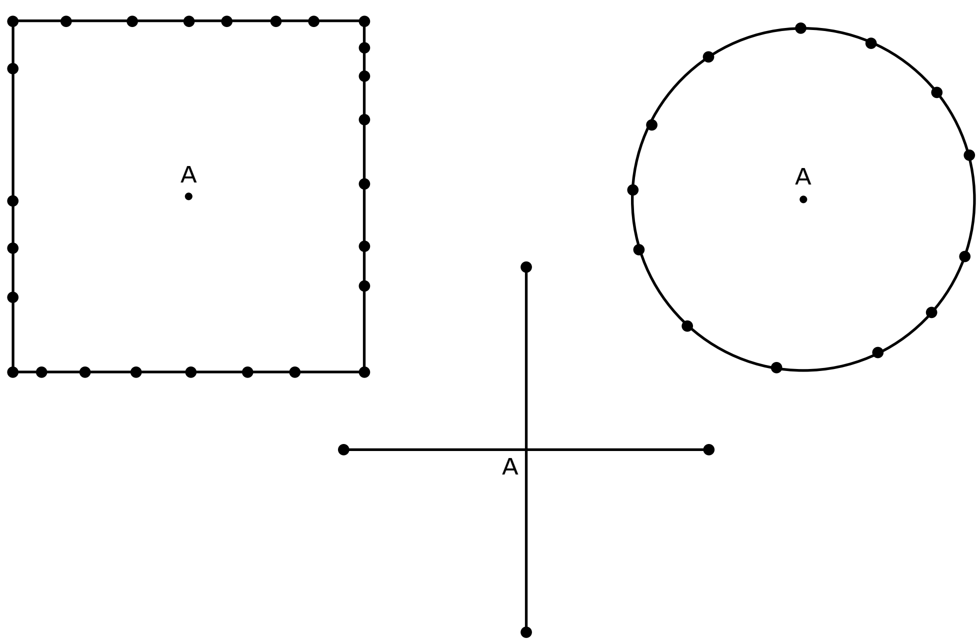
a. ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
b. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?
c. ¿Qué estrategias emplearon para sumar y restar números negativos? ¿Y para multiplicar y dividir números enteros por números negativos?
d. ¿Es verdad que siempre que a un número negativo se le suma otro número negativo el resultado es también negativo? ¿Por qué?
e. ¿Es verdad que siempre que a un número negativo se le resta otro número negativo el resultado es también negativo? ¿Por qué?
f. ¿Cuántos factores negativos debe tener una multiplicación para que el resultado sea un número positivo? ¿Por qué? ¿Y para que el resultado sea un número negativo? ¿Es única la respuesta en cada caso?
g. ¿Qué otras preguntas podrían plantear para una mejor comprensión del tema?

CAPÍTULO 3

Geometría I

Puntos a distancia

1. Para ubicar todos los puntos que están a 3 cm del punto A, tres compañeros realizaron las siguientes construcciones.



¿Todos los puntos ubicados en cada construcción cumplen con la condición? ¿Por qué? Indiquen todas las suposiciones que consideren necesarias para poder decidir.

2. Se sabe que los puntos E y F están a una distancia de 6 cm entre sí. Indiquen, sin realizar construcciones, cuántos puntos cumplen con estas condiciones:

a. Que estén simultáneamente a 7 cm del punto E y del punto F.
b. Que estén simultáneamente a 2 cm del punto E y del punto F.
c. Que estén simultáneamente a 3 cm del punto E y del punto F.

- Verifiquen luego, realizando los dibujos que consideren necesarios.
- Teniendo en cuenta las mismas condiciones, ¿cambian las respuestas que dieron, si los puntos E y F están a 12 cm de distancia entre sí? ¿Y si están a 3 cm de distancia entre sí?

Construcción de triángulos: relaciones entre lados

En las actividades de este capítulo encontrarán una serie de problemas referidos a la construcción de triángulos a partir de diferentes datos. Tengan en cuenta que en algunas actividades los segmentos o ángulos dados corresponden a figuras de análisis y que, en esos casos, pueden copiar o trasladar la medida de los mismos.

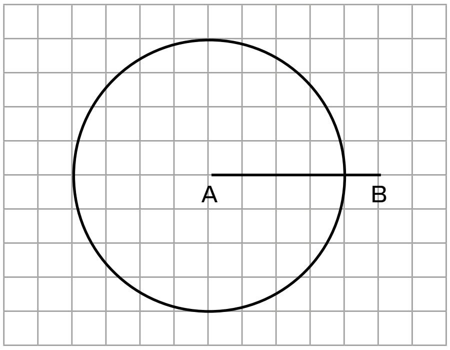
En estas páginas, estudiarán la construcción de triángulos a partir de la medida de sus lados.

1. **a.** Construyan, si es posible, un triángulo con un lado que mida 5 cm y otro que mida 4 cm.

b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

2. Para construir un triángulo ABC a partir de dos lados conocidos, por ejemplo los segmentos AB y AC, Mía afirma:

Si fijo el lado AB y, con centro en el punto A, dibujo una circunferencia con radio igual a la longitud del lado AC, puedo unir cualquier punto de la circunferencia con A y con B, trazando así los lados restantes, AC y BC, y cerrando el triángulo.



a. ¿Están de acuerdo con Mía? ¿Por qué?

b. ¿Es verdad que cualquier punto de la circunferencia mencionada se puede usar para cerrar el triángulo con los extremos del lado fijo?

c. Elijan dos medidas para los lados de un triángulo y constrúyanlo siguiendo la estrategia de Mía. Comparen luego los triángulos que obtuvieron. ¿Consideran que todos los triángulos construidos son iguales?

3. Construyan en cada caso, si es posible, un triángulo cuyos lados tengan igual medida que los segmentos *o*, *p* y q, sabiendo que las longitudes de *o* y de *q* son iguales.

o

p

q

En el caso de que cada construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir dos triángulos distintos? ¿Por qué?

PARA RECORDAR

Dos triángulos son **congruentes** si al superponerlos coinciden exactamente, es decir, si sus lados y ángulos tienen igual medida.

4. **a.** En la siguiente tabla se presentan datos con posibles medidas para los tres lados de un triángulo. Determinen en qué casos es posible construirlo y en cuáles no, y completen la tabla. En las últimas filas, propongan medidas que se correspondan con lo indicado en cada caso.

Medidas de los tres lados	¿Es posible construir el triángulo?
8 cm, 4 cm, 2 cm	
8 cm, 6 cm, 4 cm	
8 cm, 6 cm, 2 cm	
6 cm, 7 cm, 3 cm	
6 cm, 3 cm, 2 cm	
	Sí, es posible.
	Sí, es posible.
	No es posible.

b. En los casos en los que es posible construir el triángulo, ¿será posible construir dos diferentes?

5. ¿Será posible construir un triángulo cuyos lados tengan la misma medida que los siguientes segmentos? ¿Por qué?

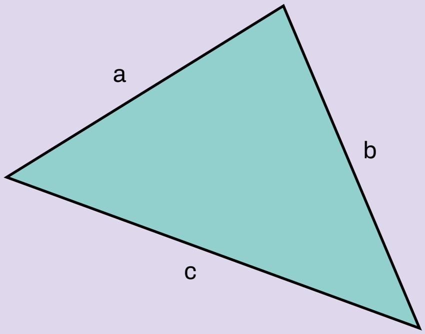
a

b

c

PARA RECORDAR

Para poder construir un triángulo, la suma de la medida de dos cualesquiera de sus lados debe ser mayor a la medida del tercer lado. Esta propiedad se conoce como **desigualdad triangular**.

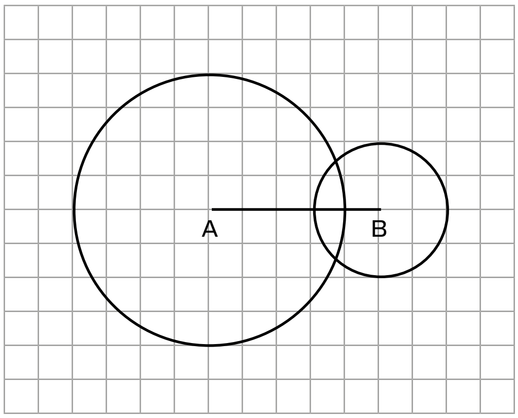


$$a + b > c$$
$$b + c > a$$
$$c + a > b$$

Matemática

6. Para construir un triángulo ABC conociendo las longitudes de sus tres lados, Mía retoma su idea (la de la actividad 2) y la modifica así:

Sigo dejando el lado fijo AB, pero ahora dibujo dos circunferencias, una con centro en el punto A y la otra con centro en el punto B. La medida del radio es, en cada caso, igual a la longitud de alguno de los otros dos lados. Si las circunferencias se cortan en más de un punto, entonces elijo uno de esos puntos y trazo los lados para cerrar el triángulo.



a. ¿Están de acuerdo con Mía? ¿Por qué?
b. ¿Por qué aclara que las circunferencias deben cortarse en más de un punto para trazar los lados del triángulo? ¿Podrían no cortarse? ¿En qué casos?
c. ¿Se obtienen triángulos diferentes al cambiar la elección del punto de intersección? ¿Por qué?
d. Elijan dos opciones de la tabla de la actividad 4 de este tema, una en la que sea posible construir el triángulo y otra en la que no, y comprueben que, siguiendo este procedimiento, es posible verificar sus respuestas.
e. Comparen los triángulos que construyeron para responder la consigna anterior. ¿Son congruentes?

PARA RECORDAR

Serán congruentes todos los triángulos que se construyan a partir de conocer sus tres lados o sus medidas, siempre que verifiquen la desigualdad triangular. Es decir, a partir de esos datos no se pueden construir triángulos diferentes.

Construcción de triángulos: relaciones entre ángulos

En las actividades que siguen estudiarán la construcción de triángulos a partir de sus ángulos interiores.

1. Determinen si es posible construir un triángulo a partir de los siguientes conjuntos de datos:

a. Dos ángulos interiores agudos de igual medida.
b. Dos ángulos interiores agudos de diferente medida.
c. Dos ángulos interiores rectos.
d. Dos ángulos interiores obtusos.

- En los casos que sea posible construir un triángulo, elijan medidas para los ángulos. Con esas medidas, determinen si es posible construir uno o más triángulos, explicando por qué.

2. **a.** Construyan, si es posible, un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 45° y 75°. ¿Es posible construir dos triángulos distintos a partir de estas medidas? ¿Por qué?
b. Construyan, si es posible, un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 45° y 105°. ¿Pueden construir dos triángulos distintos? ¿Por qué?

3. Los siguientes datos corresponden a las amplitudes de los ángulos de diferentes triángulos. ¿Es posible completar las medidas faltantes de manera que, en cada caso, se pueda construir un único triángulo? ¿Por qué?

a. $\hat{A} = 90°$ $\hat{B} = 45°$ $\hat{C} =$ ____
b. $\hat{D} = 140°$ $\hat{E} = 15°$ $\hat{F} =$ ____
c. $\hat{G} = 75°$ $\hat{H} =$ ____ $\hat{I} =$ ____

4. Determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Expliquen por qué, en cada caso.

a. Si se conocen las medidas de dos segmentos, es posible construir un único triángulo a partir de las mismas.
b. Es posible construir infinitos triángulos, si se conocen las medidas de dos de sus ángulos interiores.
c. Es posible construir un único triángulo, si se conocen las medidas de sus tres ángulos interiores.

PARA RECORDAR

No siempre es posible construir un triángulo a partir de las medidas de dos ángulos cualesquiera. Para que la construcción sea posible, dichos ángulos deben sumar menos de 180°, ya que la suma de los tres ángulos interiores de todo triángulo es 180°.

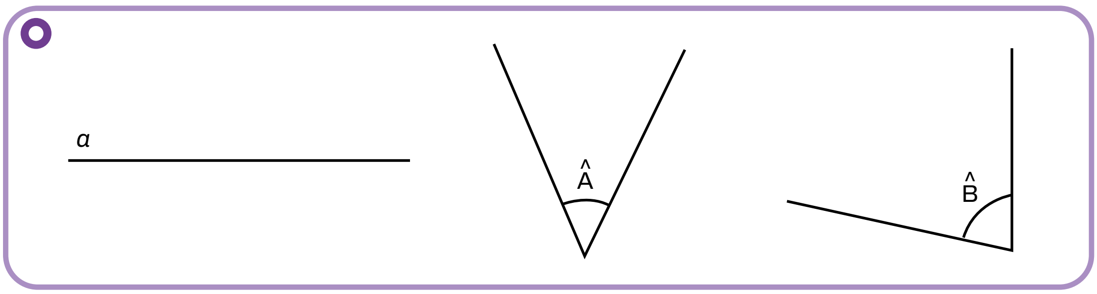
Por otro lado, mientras que tres lados que cumplen con la desigualdad triangular determinan un único triángulo, tres ángulos determinan infinitos triángulos, siempre que sumen exactamente 180°.

Construcción de triángulos: relaciones entre lados y ángulos

En este caso, encontrarán una serie de problemas para estudiar la construcción de triángulos a partir de sus lados y ángulos.

1. Construyan, si es posible, dos triángulos no congruentes que tengan, cada uno, un lado de 4 cm de longitud y dos ángulos interiores de 70° cada uno. Si no es posible construirlos de forma tal que no sean congruentes, expliquen por qué.

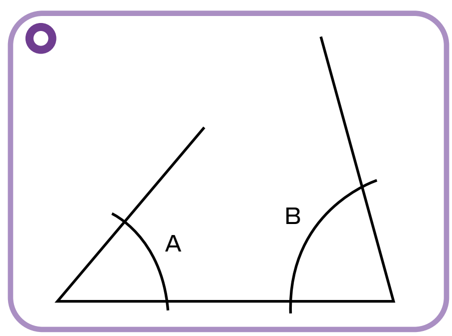
2. Dados el segmento *a* y los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$:



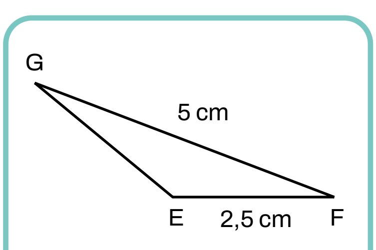
a. Construyan, si es posible, un triángulo en el cual uno de sus lados tenga igual medida que el segmento *a* y sus ángulos adyacentes (o sea los que están apoyados en el segmento) sean de igual medida que los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$.

b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

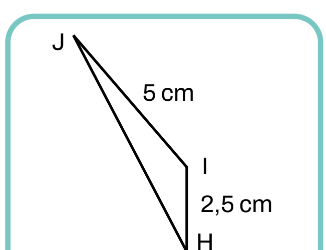
c. Agustín empezó haciendo una construcción como la que se observa en la imagen de la derecha y asegura que, si invierte la ubicación de los ángulos, entonces obtendrá un triángulo diferente del que puede construirse a partir de esta imagen y los datos considerados. ¿Es correcta esta afirmación? ¿Por qué?



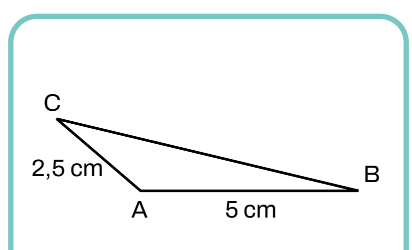
3. Al construir un triángulo con un lado de 2,5 cm, otro de 5 cm y un ángulo de 140°, Renata, Sara y Juan obtuvieron las siguientes figuras.



Construcción de Renata



Construcción de Juan



Construcción de Sara

¿Son congruentes los triángulos que construyeron? ¿Por qué?

4. Para construir un triángulo rectángulo con un lado de 4 cm y otro de 9 cm, Valentina, Benjamín e Iván pensaron lo siguiente:

Valentina

Como es rectángulo, un cateto puede medir 4 cm y el otro, 9 cm.

Benjamín

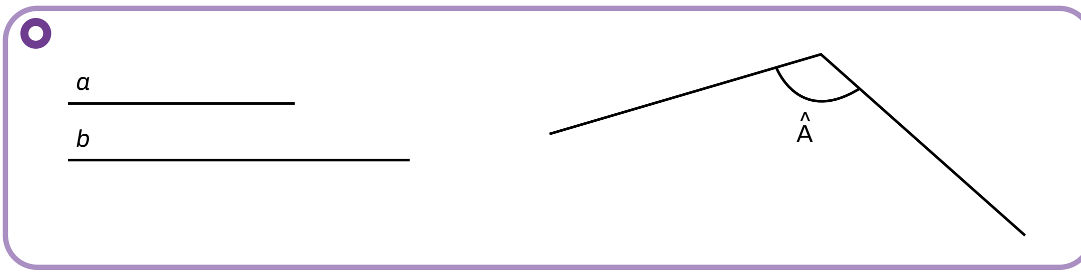
Yo haría que un cateto mida 4 cm y la hipotenusa, 9 cm.

Iván

Puede ser también que un cateto mida 9 cm y que la hipotenusa mida 4 cm.

a. ¿Son posibles de realizar estas construcciones? ¿Por qué?
b. Realicen las construcciones propuestas por Valentina, Benjamín e Iván con regla no graduada y compás, en los casos que sea posible.

5. Dados los segmentos *a* y *b*, y el ángulo $\hat{A}$:

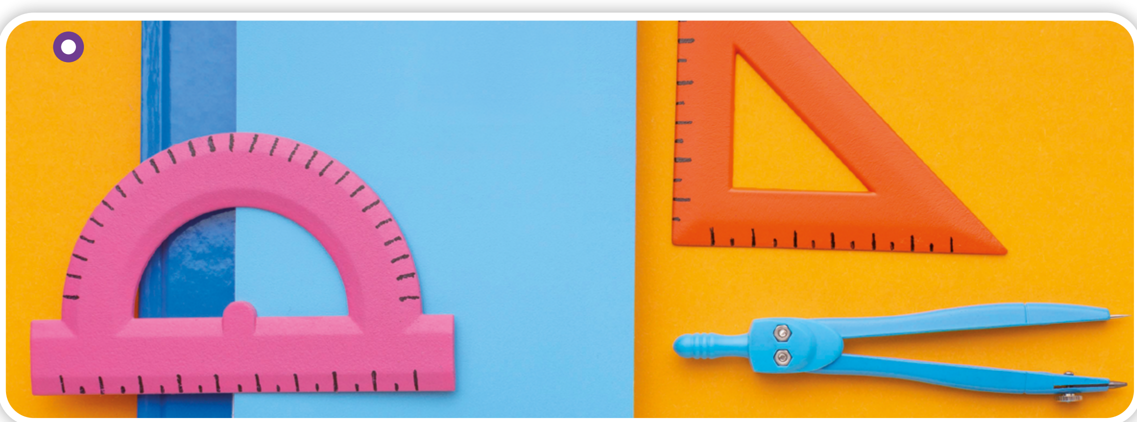


a. Construyan, si es posible, un triángulo que tenga un lado de igual medida que el segmento *a*, otro de igual medida que el segmento *b* y cuyo ángulo comprendido entre ambos lados sea igual al ángulo $\hat{A}$.
b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

PARA RECORDAR

Conociendo la medida de un lado de un triángulo y sus ángulos adyacentes es posible construir un único triángulo.

Conociendo la medida de dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos es posible construir un único triángulo.



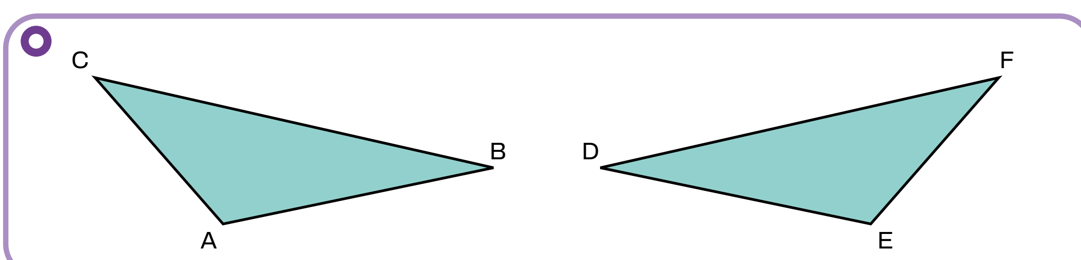
Criterios de congruencia de triángulos

Aquí encontrarán una serie de problemas que permitirán abordar el estudio de la congruencia de triángulos.

1. Completen la siguiente tabla proponiendo medidas para cumplir con lo indicado en cada caso. Si no existen medidas que verifiquen lo indicado sobre las construcciones, expliquen por qué. Un casillero de la tabla está completo a modo de ejemplo.

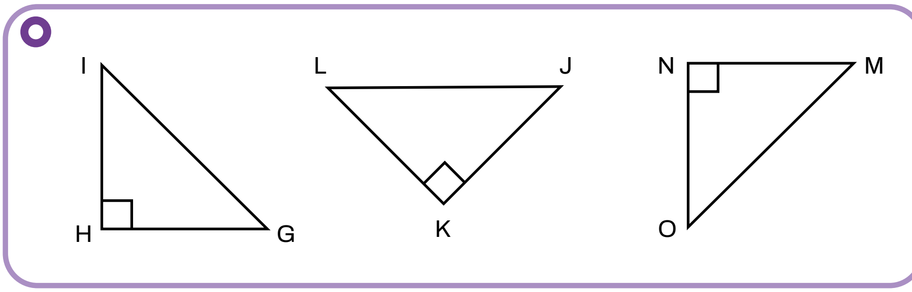
Indicar medidas referidas a:	**Datos a partir de los cuales:**		
	No se pueden construir triángulos	**Se puede construir un único triángulo**	**Se pueden construir varios triángulos**
Los lados del triángulo			La medida de dos lados conocidos, por ejemplo: un lado de 5 cm y otro de 6 cm.
Los ángulos del triángulo			
Los lados y los ángulos, y la relación entre ellos			

2. **a.** Los triángulos ABC y DEF son congruentes.



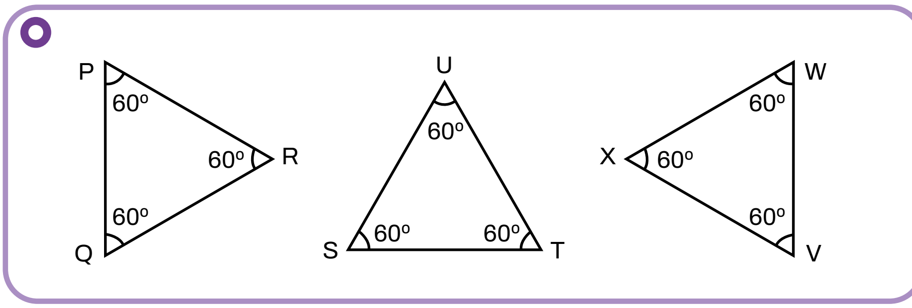
- Indiquen con qué lados y qué ángulos del triángulo ABC coincidirán los lados y ángulos del triángulo DEF al superponer ambas figuras.

b. Los triángulos GHI, JKL y MNO son congruentes.



- Sabiendo que el triángulo GHI es isósceles, indiquen con qué lados y qué ángulos de este triángulo coincidirán los lados y ángulos de los triángulos JKL y MNO al superponer las figuras de a dos.

c. Los triángulos PQR, STU y VWX son congruentes.

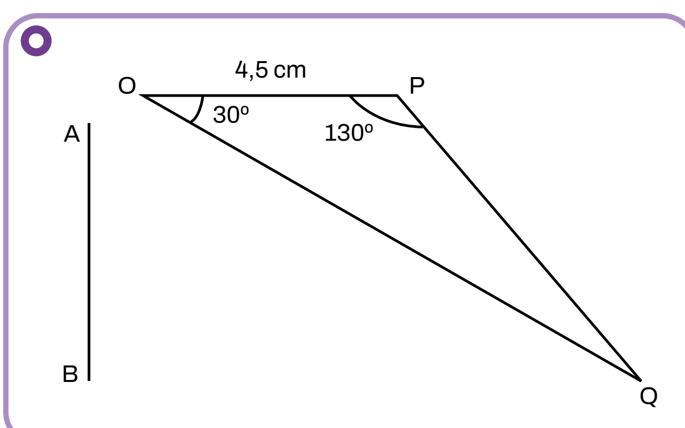


- Indiquen con qué lados y qué ángulos del triángulo PQR coincidirán los lados y ángulos de los triángulos STU y VWX al superponer las figuras de a dos.

d. ¿Son únicas las respuestas, en cada una de las consignas anteriores? ¿Por qué?

3. Del triángulo ABC se trazó su lado AB.

a. Completen la construcción de este triángulo, sabiendo que debe ser congruente al triángulo OPQ y que el lado AB tiene la misma longitud que el segmento OP. Indiquen los pasos de la construcción que realizan.



b. Indiquen qué lados y qué ángulos son de igual medida entre el triángulo OPQ y el triángulo ABC que construyeron.

PARA RECORDAR

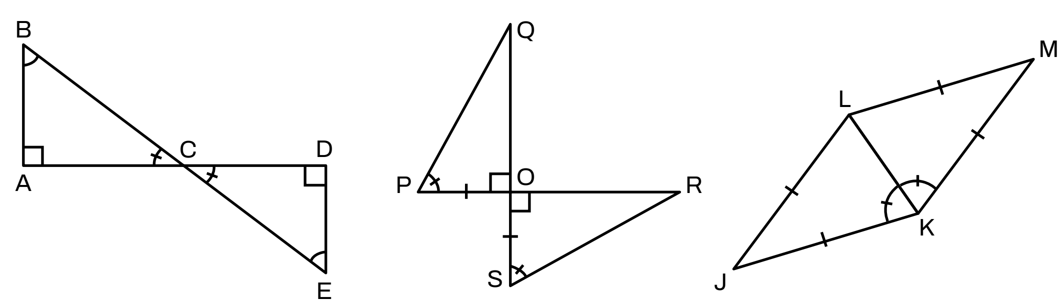
A los lados y ángulos que se ubican en el mismo lugar en diferentes figuras congruentes los llamamos **lados correspondientes** u **homólogos**.

Sabemos que dos o más triángulos son congruentes si al superponerlos coinciden exactamente, es decir, si tienen lados y ángulos correspondientes de igual medida. Por otra parte, según lo estudiado hasta el momento en las actividades de este capítulo, existen diferentes condiciones que permiten afirmar que dos o más triángulos son congruentes sin comparar todos sus elementos ni superponerlos. Dichas condiciones son:

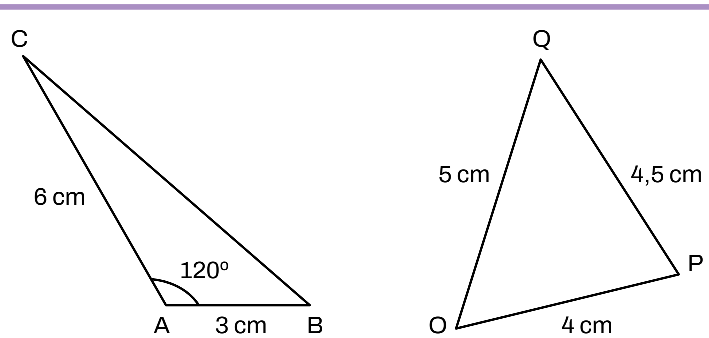
- Las medidas de los tres lados de un triángulo son iguales a las medidas de los tres lados correspondientes del otro triángulo.
- Tienen un lado y sus ángulos adyacentes correspondientes de igual medida.
- Tienen dos lados correspondientes y el ángulo comprendido por ellos con medidas iguales.

Estas condiciones se conocen como **criterios de congruencia de triángulos**. Cada uno de estos criterios determina la menor cantidad de datos que se deben conocer para garantizar la congruencia entre dos o más triángulos o para construir un triángulo igual a otro dado. Esto implica que ni la ubicación ni la orientación de las figuras afectan para determinar la congruencia de triángulos, sino únicamente la relación entre sus lados y ángulos.

4. A continuación, se dan tres pares de triángulos: ABC y CDE, OPQ y ORS, JKL y MKL. Determinen, si es posible, si los triángulos son congruentes o no, en cada par de triángulos dado. Si no es posible determinar la congruencia, expliquen por qué.



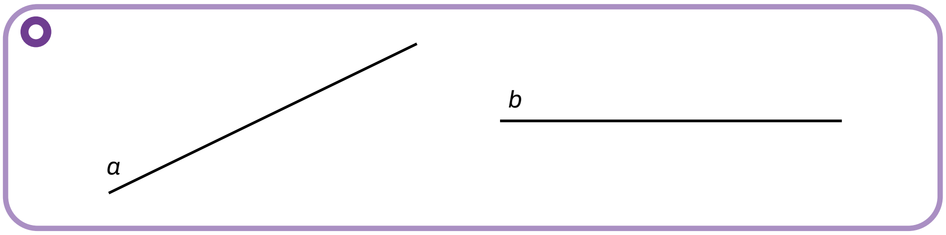
5. Construyan un triángulo congruente al dado en cada caso, usando regla no graduada y compás.



Construcciones de triángulos: relaciones entre lados y alturas

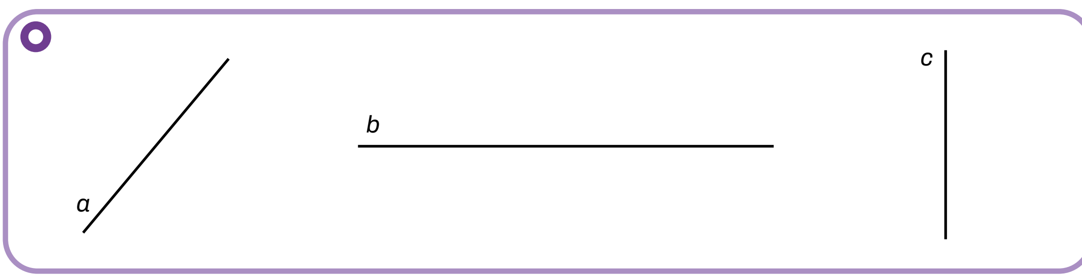
Ahora, les proponemos algunas actividades para estudiar las construcciones de triángulos a partir de las relaciones entre sus lados y alturas.

1. Dados los segmentos *a* y *b*:



Construyan, si es posible, un triángulo con un lado de igual medida que el segmento *a* y la altura correspondiente a dicho lado con igual medida que el segmento *b*. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir? ¿Por qué?

2. Dados los segmentos *a*, *b* y *c*:



a. Construyan, si es posible, un triángulo con un lado de igual medida que el segmento *a*, la altura correspondiente a este lado de igual medida que el segmento *b* y otro lado de igual medida que *c*.

b. ¿Cuántos triángulos se pueden construir si la medida del segmento *c* es igual a la del segmento *b*? ¿Y si la medida del segmento *c* es mayor que la del segmento *b*?

PARA RECORDAR

A partir de conocer dos lados de un triángulo, *a* y *c*, y la altura *b* correspondiente a uno de ellos, digamos *a*, se verifica que:

- Si la medida del lado *c* es menor que la medida de la altura *b*, no se puede construir ningún triángulo.
- Si la medida del lado *c* es igual a la medida de la altura *b*, hay un único triángulo posible, que es rectángulo.
- Si la medida del lado *c* es mayor que la medida de la altura *b*, se pueden construir dos triángulos no congruentes (si es isósceles, el triángulo es único).

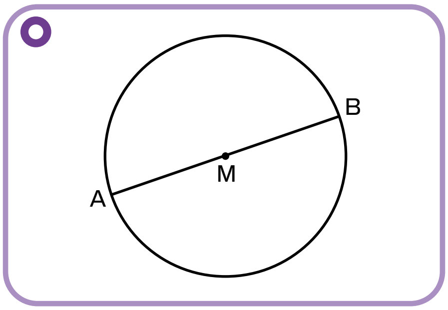
En el último caso, puede facilitar las construcciones el trazado de una paralela al lado *a* que determina la altura *b*.

Profundizar el trabajo con construcciones de triángulos

Para finalizar este capítulo, les proponemos algunas actividades para profundizar lo estudiado.

1. Se tiene una circunferencia de centro en el punto O. Marquen, si es posible, dos puntos A y B sobre la circunferencia de manera que el ángulo $B\hat{A}O$ sea recto. Si no es posible, expliquen por qué.

2. El segmento AB es diámetro de la circunferencia con centro en el punto M.



Expliquen por qué el triángulo que tiene como vértices a A, B y cualquier otro punto de la circunferencia dada es rectángulo.

3. Expliquen por qué es válido el procedimiento utilizado para construir, con regla no graduada y compás, un ángulo con igual medida que otro cualquiera dado.

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo sobre la construcción de triángulos. Pueden apoyarse en las siguientes preguntas para reflexionar:

a. ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
b. ¿Qué cosas que ya sabían pusieron en juego en las actividades? Pueden referirse, por ejemplo, tanto a alguna propiedad de algún objeto geométrico como al uso de algún instrumento geométrico, indicando con qué fin lo hicieron.
c. ¿De qué forma se puso en juego el trazado de circunferencias? ¿Por qué puede resultar útil su trazado en la construcción de triángulos?
d. Conociendo las longitudes de los tres lados de un triángulo, ¿se puede iniciar su construcción a partir de cualquiera de ellos, de manera indistinta?
e. ¿Qué datos (medidas de lados, ángulos, etcétera) son suficientes para garantizar la construcción de un único triángulo?
f. ¿Existen medidas de segmentos o ángulos a partir de los cuales no es posible construir un triángulo? ¿Cuáles?
g. ¿Cómo pueden determinar si dos o más triángulos son congruentes entre sí?
h. ¿Qué otras preguntas podrían plantear, para una mejor comprensión de estos temas?

CAPÍTULO 4

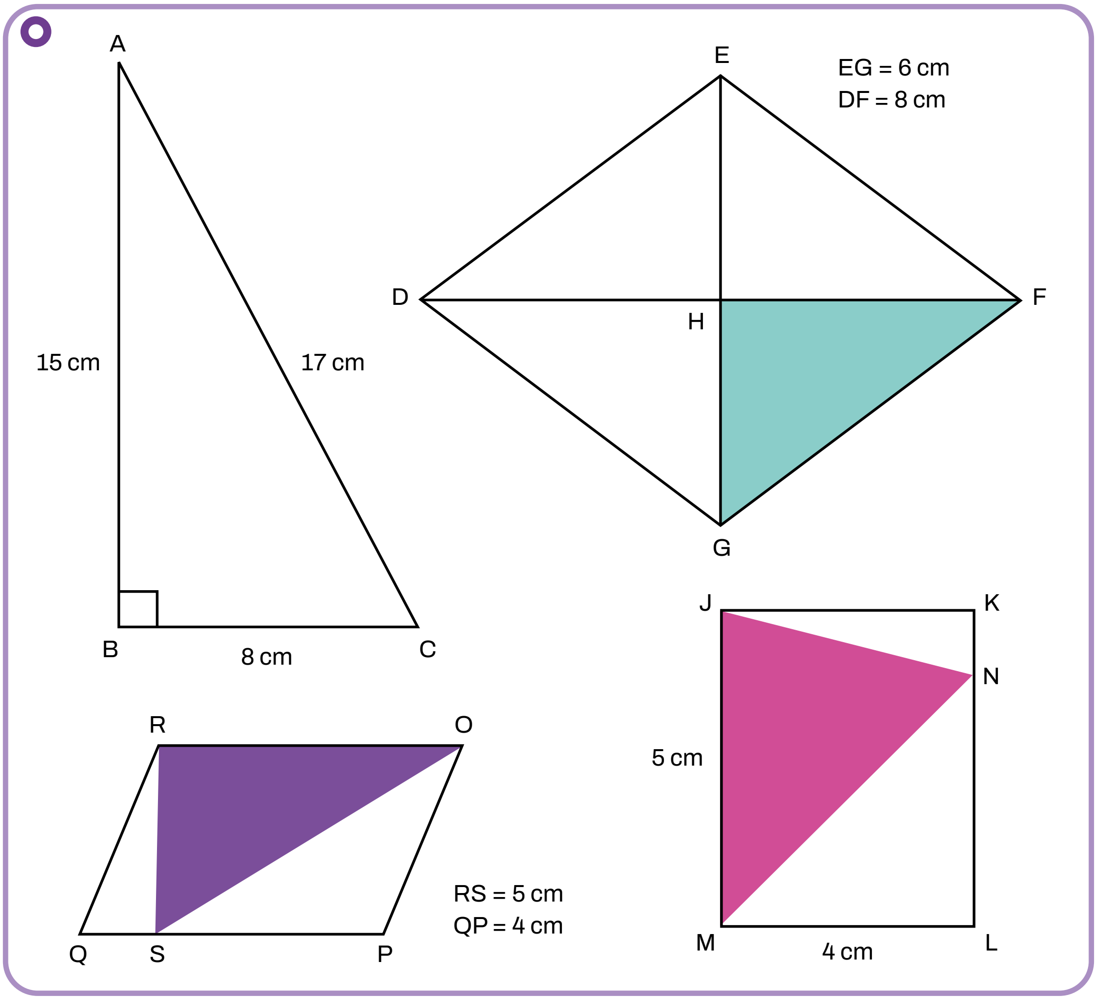
Geometría II

Analizar figuras geométricas

Analicen las siguientes figuras y respondan.

a. ¿Se tienen los datos necesarios para calcular el perímetro y el área del triángulo ABC? ¿Por qué?

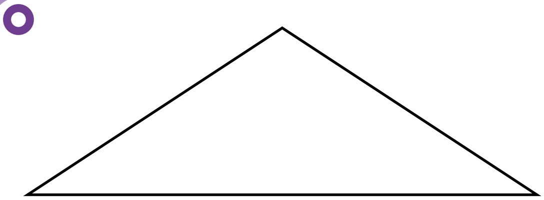
b. ¿Se tienen los datos necesarios para calcular el perímetro y el área de los triángulos coloreados en las otras figuras? En el dibujo también se indican las medidas de ciertos lados. Tengan en cuenta que el cuadrilátero DEFG es un rombo, JKLM es un rectángulo y OPQR es un paralelogramo. Si faltan datos para calcular lo pedido, indiquen cuáles en cada caso.



Perímetro y área de triángulos

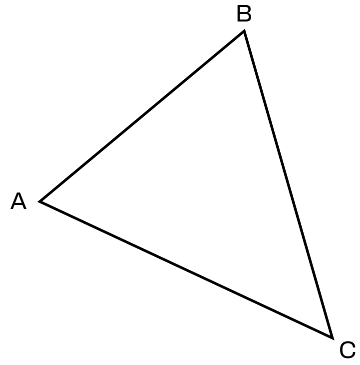
En las actividades que siguen abordarán el estudio del área de los triángulos y su variación con respecto a algunos elementos de dicha figura.

1. Dibujen un triángulo que tenga la mitad del área que la del triángulo representado a continuación. ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?



2. **a.** Dado el triángulo ABC, determinen un punto P perteneciente a la recta que contiene al lado AB, de manera tal que el área del triángulo APC sea la mitad del área del ABC.

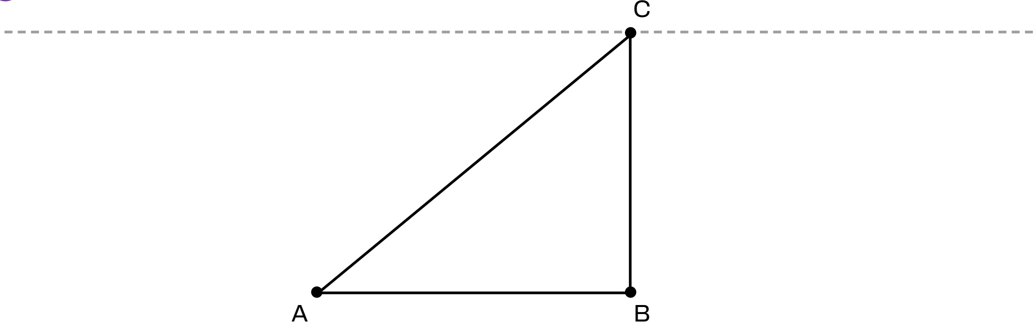
b. Dado el mismo triángulo ABC, encuentren un punto Q perteneciente a la recta que contiene al lado AB, de manera tal que el área de AQC sea el triple del área del ABC.



c. ¿Hay una única posibilidad para ubicar tanto a P como a Q en cada caso? ¿Por qué?

d. ¿Es posible ubicar al punto Q sobre el segmento AB? ¿Y al punto P por fuera de dicho segmento, sobre la recta que lo contiene? ¿Por qué?

3. Benjamín dibuja un triángulo rectángulo ABC como se observa en la siguiente imagen.



Él afirma que mientras más a la derecha ubique el punto C, siempre sobre la recta punteada paralela a AB, mayores serán el área y el perímetro del triángulo ABC.

a. ¿Es correcto el razonamiento de Benjamín? ¿Por qué?

b. ¿Qué elementos del triángulo ABC dibujado se conservan y cuáles no, al cambiar la ubicación del punto C como él lo indica?

4. Construyan un triángulo ABC y determinen un triángulo de base AB cuya área sea el quíntuple de la de ABC. ¿Qué diferencias y similitudes encuentran entre las construcciones que realizaron?

5. Construyan un triángulo ABC.
   a. ¿Cuál sería la variación de la medida de su superficie, si se duplica una de sus alturas? ¿Y si se reduce a la mitad?
   b. ¿Cómo y cuánto variaría el área del triángulo, si tanto uno de sus lados como su altura relativa se reducen ambos a la mitad?
   c. ¿Coincidirán sus respuestas de las consignas a y b de esta actividad con las de otros compañeros que hayan construido triángulos ABC diferentes? ¿Por qué?

6. Un triángulo ABC tiene un lado AB de medida *a*. La altura respecto de ese lado mide *b*. Indiquen qué relación hay entre el área de este triángulo y un triángulo que tiene:
   a. La medida de AB y de su altura relativa, ambas duplicadas.
   b. La medida de AB y de su altura relativa, ambas triplicadas.
   c. La medida de AB reducida a la mitad y la de su altura relativa cuadruplicada.

   ¿Qué relación hay entre los cambios en la medida de AB y de su altura relativa, y la medida del área del triángulo que se obtiene en cada apartado?

PARA RECORDAR

El área de cualquier triángulo se calcula como la mitad del producto entre uno de sus lados y su altura correspondiente. Es decir:

$$\text{área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Esto se puede calcular así porque el área de cualquier triángulo es igual a la mitad del área de un rectángulo con su misma base e igual altura.

Debido a esto, ocurre que:

- Si la altura es constante, el área del triángulo es directamente proporcional a la base.
- Si la base es constante, el área del triángulo es proporcional a la altura.

De esta forma se tiene que, por ejemplo, si dos triángulos tienen igual altura y la base de uno es la mitad del otro, el área del primero también será la mitad. Y si, teniendo igual altura, la base es el triple, el área también será el triple.

De manera general, al variar la medida de la base o de la altura de un triángulo en un factor *k*, y dejar constante la medida del otro elemento, el valor del área del triángulo también variará en una misma proporción *k*.

Índice

Interpretación y uso de la relación pitagórica

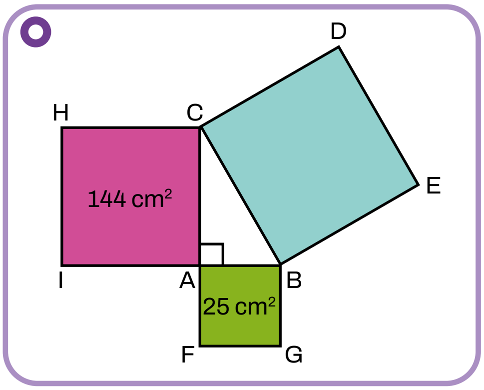
A continuación, les proponemos abordar el teorema de Pitágoras y resolver algunas actividades en relación con el mismo. En todos los casos, tengan en cuenta que los dibujos que se muestran son figuras de análisis, por lo que no respetan las medidas indicadas en cada uno de ellos.

1. Sobre los lados del triángulo rectángulo ABC se construyeron cuadrados. El área del cuadrado ACHI es de 144 cm^2 y el área del cuadrado ABGF es de 25 cm^2.

Calculen:

a. El área del cuadrado BCDE.

b. La medida del lado BC.



2. Sobre los lados de un triángulo rectángulo se construyeron cuadrados, cuyos lados miden lo mismo que el lado del triángulo sobre el cual se apoyan. El área del cuadrado que se construyó sobre la hipotenusa es de 100 cm^2 y el área del cuadrado que se construyó sobre uno de los catetos es de 64 cm^2. Calculen la medida de cada uno de los lados del triángulo.

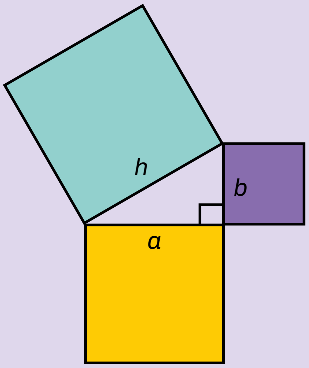
PARA RECORDAR

En los triángulos rectángulos, a los lados que forman el ángulo recto se los llama **catetos** y al lado que se encuentra opuesto al ángulo de 90° se lo llama **hipotenusa**.

En cualquier triángulo rectángulo, se cumple que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos.

Esta propiedad se conoce con el nombre de **teorema de Pitágoras** y también se puede enunciar así:

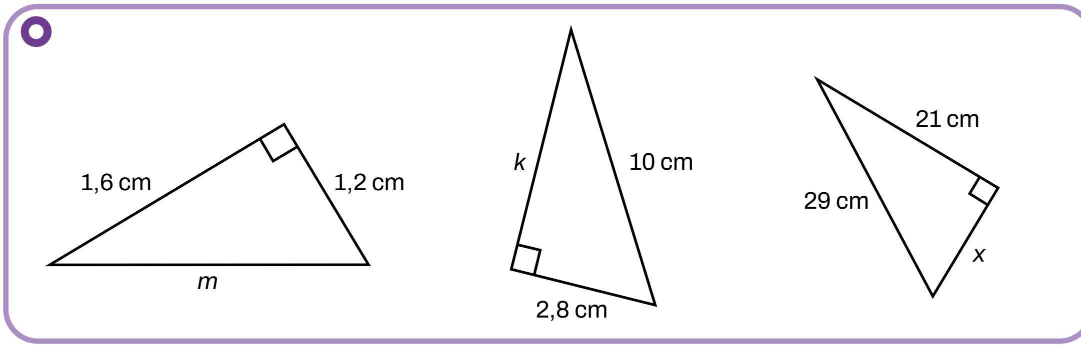
En todo triángulo rectángulo, si a y b son las medidas de los catetos y h es la medida de la hipotenusa, se cumple la siguiente igualdad: $h^2 = a^2 + b^2$



3. ¿Es posible construir un triángulo rectángulo con tres segmentos que midan 6 cm, 8 cm y 10 cm? ¿Y si miden 12 cm, 16 cm y 22 cm? ¿Por qué?

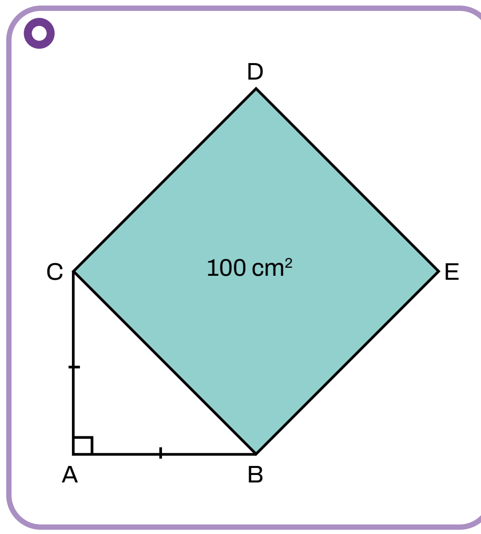
4. **a.** Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 8 cm y su hipotenusa mide 17 cm. Calculen la medida del otro cateto.
b. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 20 cm y el otro, 21 cm. Calculen la medida de la hipotenusa de este triángulo.

5. Calculen, en cada triángulo rectángulo, la longitud de los segmentos *m*, *k* y *x*, respectivamente.

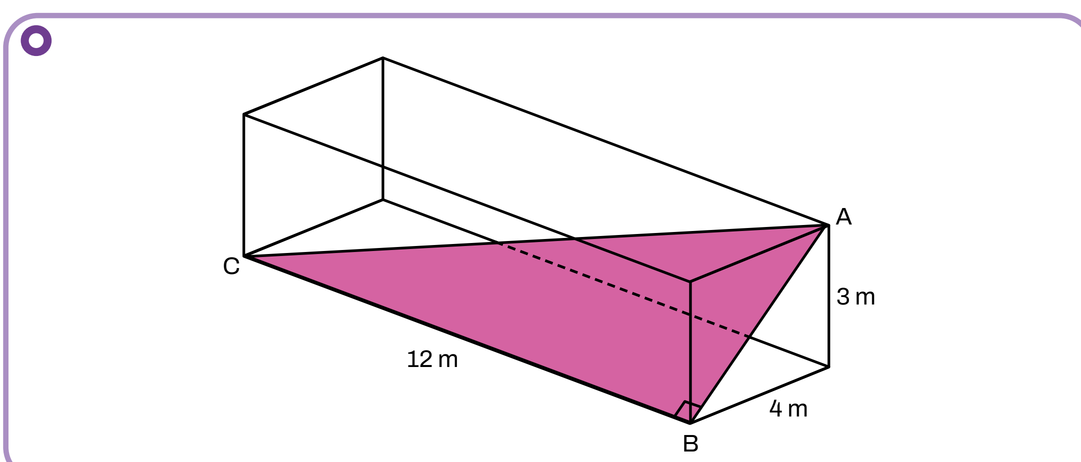


6. Sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo ABC se construyó el cuadrado BCDE. El triángulo ABC es isósceles y el área del cuadrado BCDE es de 100 cm^2.

Indiquen si las afirmaciones dadas a continuación son verdaderas o falsas y, en cada caso, expliquen por qué.
a. El perímetro del triángulo ABC es mayor que 10 cm.
b. Cada cateto del triángulo ABC mide 50 cm.
c. La medida de cada cateto del triángulo ABC es mayor a 7 cm.
d. El área del triángulo ABC es de 25 cm^2.



7. Se tenderán dos cables desde el punto A, uno hacia el punto B y otro hacia el punto C, estando ambos cables tensos, como se observa en la imagen. ¿Cuántos metros de cable serán necesarios en total?



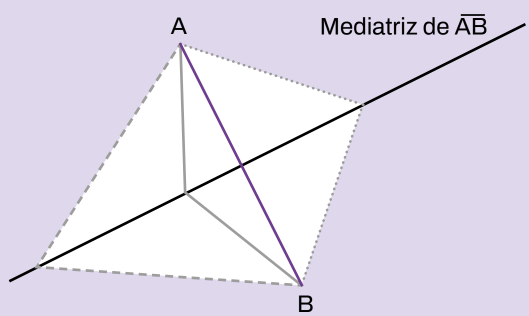
La mediatriz de un segmento: propiedades y construcción

En las próximas actividades estudiarán a la mediatriz y sus propiedades.

1. Tracen un segmento de extremos A y B, de 6 cm de longitud, y luego:
- **a.** Dibujen todos los puntos que estén, de manera simultánea, a 4 cm del punto A y a 4 cm del punto B.
- **b.** Dibujen todos los puntos que estén a 6 cm del punto A y, al mismo tiempo, a 6 cm del punto B.
- **c.** ¿Existen puntos que estén a 2 cm tanto de A como de B? ¿Y a 3 cm de A y de B? Si existen, márquenlos. Si no existen, expliquen por qué.
- **d.** Marquen más puntos que estén a la misma distancia tanto de A como de B. ¿Cuántos puntos existen que cumplen esta condición?

PARA RECORDAR

Al conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de los extremos de un segmento se lo llama **mediatriz**. Existen infinitos puntos que cumplen con esta condición y todos ellos se encuentran alineados, formando, por lo tanto, una recta que corta o interseca al segmento.



2. En parejas, escriban un instructivo para trazar la mediatriz de un segmento. Intercambien los instructivos con otras parejas y verifiquen que pueda construirse la mediatriz en cada caso.

3. Sigan el siguiente instructivo y luego resuelvan.
- Tracen un segmento AB de 5 centímetros.
- Tracen la mediatriz del segmento y llámenla *m*.
- Marquen el punto de intersección entre el segmento AB y la recta *m*. Llámenlo P.
- Marquen un punto sobre *m*, distinto de P. Llámenlo Q.
- Dibujen el triángulo AQB.

Sin realizar mediciones:
- **a.** Expliquen por qué el triángulo AQB es isósceles. Justifiquen su respuesta.
- **b.** ¿Es posible asegurar que los triángulos APQ y BPQ son congruentes? ¿Por qué?
- **c.** Clasifiquen al triángulo APQ según sus ángulos. Justifiquen la respuesta.

PARA RECORDAR

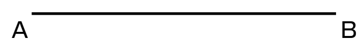
La mediatriz de un segmento corta al mismo en su punto medio, dividiéndolo en dos partes de igual medida. Además, lo corta formando un ángulo recto, por lo que el segmento y su mediatriz son perpendiculares.

Matemática

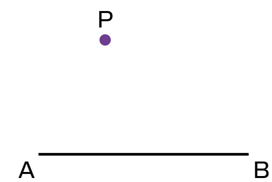
Rectas paralelas y perpendiculares

Aquí trabajarán con algunas situaciones en las que estudiarán los conceptos de paralelismo y perpendicularidad. Deberán contar con los instrumentos geométricos indicados en cada caso.

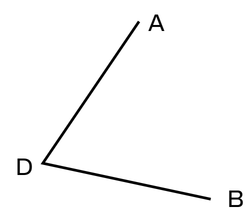
1. Construyan, con regla no graduada y compás, una recta perpendicular al segmento AB que pase por el punto A.



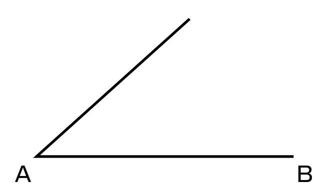
2. Construyan, con regla no graduada y compás, una recta perpendicular al segmento AB que pase por el punto P.



3. Estos son dos lados de un rombo. Completen la figura usando regla no graduada y compás.



4. Estos son el lado AB y una diagonal de un paralelogramo. Completen la figura usando regla no graduada y compás.



5. Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen su respuesta.

a. Si una recta *a* es paralela a una recta *b*, y esta es paralela a una recta *c*, entonces *a* es paralela a la recta *c*.

b. Si una recta *e* es perpendicular a una recta *f*, y esta es perpendicular a otra recta *g*, entonces *e* es perpendicular a *g*.

c. Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, los otros tres ángulos también son rectos.

PARA RECORDAR

Dos rectas que no tienen ningún punto en común son **rectas paralelas**. Es decir, las rectas paralelas nunca se intersecan.

Si dos rectas son paralelas a otra, entonces las primeras son paralelas entre sí. Además, si dos rectas son perpendiculares a una tercera recta, entonces las primeras dos son paralelas entre sí.

Profundizar el trabajo con construcciones y áreas de triángulos

En esta última parte del capítulo, les proponemos realizar algunas actividades para profundizar lo visto en los temas anteriores.

1. Para obtener un triángulo con la mitad del área a otro triángulo ABC dado, Gabriela afirma que es posible modificar las medidas de un lado y su altura de la siguiente forma:

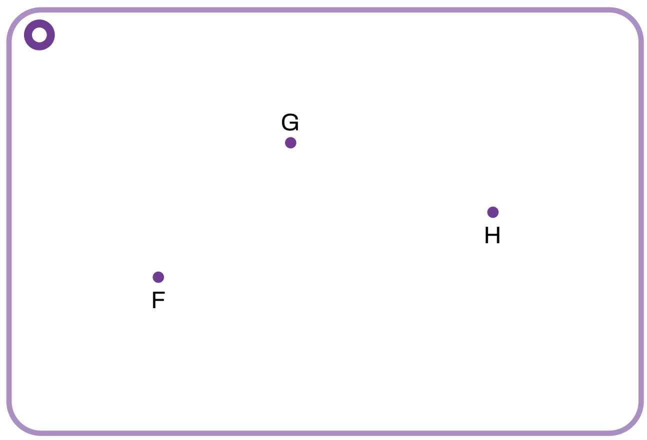
> Multiplicás la medida de la base, por ejemplo del lado AB, por un número y dividís la medida de la altura relativa a AB por el doble de ese número. Entonces, si calculás el área con esos valores, te va a dar siempre la mitad del área del triángulo ABC.

¿Es correcto el razonamiento de Gabriela? ¿Por qué?

2. Escriban un instructivo para que sea posible trazar una circunferencia:

a. Que pase por dos puntos F y G.

b. Que pase simultáneamente por tres puntos F, G y H, no alineados de a tres.



PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo, así como cuestiones que les parezca importantes recordar. Las siguientes son preguntas que los pueden orientar:

a. ¿Qué cosas nuevas aprendieron?

b. ¿Tuvieron errores al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

c. ¿Cómo cambia el área de un triángulo al variar las medidas de su base o de su altura relativa?

d. ¿Es posible asegurar que a mayor perímetro de un triángulo le corresponde siempre mayor área?

e. ¿Pudieron emplear propiedades para justificar respuestas o resultados? ¿Cuáles?

f. ¿Cómo pueden determinar si las medidas de los lados de un triángulo corresponden a los de un triángulo rectángulo, sin dibujarlo?

g. ¿Cuál sería un posible instructivo para construir una recta perpendicular a otra? ¿Y una recta paralela a otra?

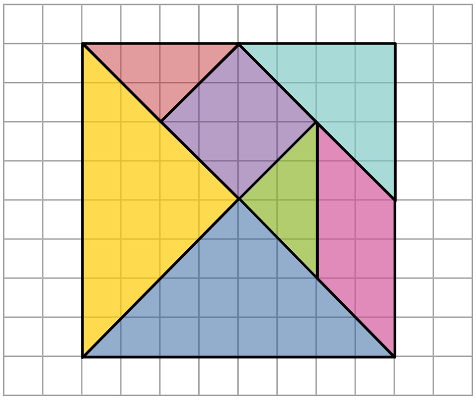
h. ¿Qué otras preguntas podrían plantear para una mejor comprensión de los temas estudiados?

CAPÍTULO 5

Números racionales

Un rompecabezas milenario

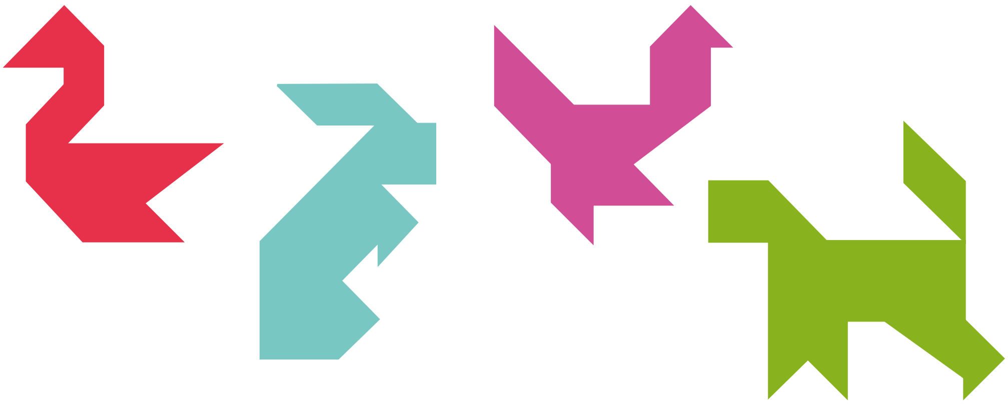
El tangram es un milenario juego originario de China que desafía la percepción, creatividad e inteligencia. El juego consiste en combinar las siete piezas que determinan el cuadrado para armar diferentes figuras. Si bien puede estar presentado en diferentes formatos, físicos y digitales, en esta oportunidad les proponemos lo siguiente:



a. Copien este cuadrado en una hoja cuadriculada y también, cada una de sus subdivisiones (pueden tomar como referencia el cuadriculado de la hoja).

b. Recorten cada una de las figuras que constituyen el cuadrado mayor, de manera tal que les queden siete figuras, que van a ser las piezas del tangram.

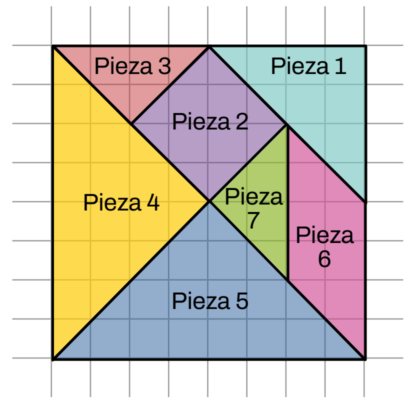
c. A partir de la combinación de esas siete piezas y sin superponerlas, armen las siguientes figuras.



Fracciones y medida

Deberán resolver, en primer lugar, algunas actividades vinculadas con fracciones y medidas.

1. En el tangram de la actividad inicial, se enumeraron cada una de las piezas de la siguiente manera:



A continuación, respondan:

a. ¿Qué parte del cuadrado mayor representa la pieza 2? ¿Por qué?

b. ¿Cuántas piezas número 7 se necesitan para formar el cuadrado mayor? ¿Por qué?

c. ¿Qué otras relaciones pueden determinar entre las piezas del tangram?

2. Representen la unidad en cada caso, sabiendo que:

a.  Representa $\frac{1}{5}$ de la unidad.

b.  Representa $1\frac{2}{3}$ de la unidad.

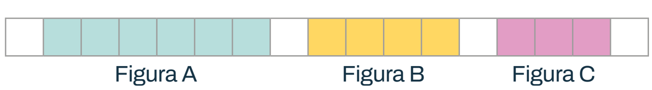
c. Para representar lo solicitado en las actividades anteriores, ¿existe más de una posibilidad? ¿Por qué?

3. Este segmento mide $\frac{3}{5}$ de la unidad.

a. Representen el segmento correspondiente a la unidad.

b. Representen un segmento que mida $\frac{1}{8}$ de esa unidad.

4. A partir de las siguientes figuras, resuelvan las consignas:



a. ¿Cómo se puede calcular el área de la figura A usando como unidad de medida la figura B? ¿Cuál será el valor del área de la figura A, si se toma la figura B como unidad de medida? ¿Y si se toma la figura C como unidad de medida?

b. Calculen las áreas de las figuras B y C, tomando como unidad de medida la figura A.

c. ¿Qué les resultó más sencillo: calcular el área de la figura A usando la figura C como unidad de medida o calcular el área de la figura C usando la figura A como unidad de medida? Expliquen por qué fue más sencillo uno de los cálculos.

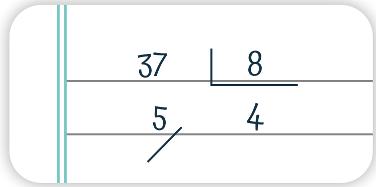
PARA RECORDAR

Las fracciones son expresiones que permiten expresar las medidas de longitudes, áreas, capacidades, peso, entre otras magnitudes.

Fracciones y división entera

Aquí resolverán situaciones que incluyen fracciones y división entera.

1. Victoria tiene que repartir alfajores entre sus amigas y a cada una le dará la misma cantidad. Para calcular cuánto le dará a cada una, hizo esta división:



a. ¿Cuántos alfajores repartirá Victoria?
b. ¿Entre cuántas amigas los repartirá?
c. ¿Qué cantidad de alfajores recibirá cada una?
d. ¿Qué representa el 5 en esta situación de reparto?

2. Lalo es pintor y para realizar un trabajo en un edificio quiere dividir, en 4 recipientes y en cantidades iguales, un balde de 15 litros de pintura blanca. Para calcular la cantidad exacta que tiene que distribuir en cada recipiente, utilizó la calculadora y obtuvo lo siguiente:

a. ¿Cómo pueden justificar que la fracción que muestra la calculadora representa el cociente de dividir 15 entre 4?
b. ¿Qué resultado mostrará la calculadora de Lalo si en ella se escribe 37 : 9?

3. Completen los espacios vacíos de las siguientes divisiones:

a. ______ : 9 = $\frac{17}{9}$

b. 25 : 11 = ______

c. ______ : 8 = $\frac{1}{2}$

d. 16 : ______ = $\frac{8}{3}$

4. ¿Cuáles de los siguientes números permiten expresar el resultado de 89 : 5?

$\frac{5}{89}$ 17,8 17,4 $\frac{89}{5}$ $17\frac{4}{5}$

5. Decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen.
a. Existe una sola división entre números enteros que da $\frac{9}{5}$ como resultado.
b. El resultado de 5 : 8 es $\frac{5}{8}$, porque $\frac{5}{8} \times 8 = 5$.

PARA RECORDAR

Una fracción puede interpretarse como el cociente de una división entre dos números enteros (siempre que el divisor sea distinto de cero). Esto significa que, al dividir dos números enteros, es posible expresar el resultado como una fracción. Por ejemplo, si repartimos 15 litros de pintura en 4 recipientes iguales, podemos expresar la cantidad de pintura en cada recipiente como la fracción $\frac{15}{4}$.

6. Si es posible, propongan tres divisiones distintas, cuyo resultado sea la misma fracción. Si no es posible, expliquen por qué.

Fracciones y expresiones decimales

Les proponemos realizar algunas actividades a partir de un juego. ¡Adelante!

Los números intrusos

Este es un juego para dos personas. Para jugar, se necesita:

- Un reloj de arena pequeño (si no se dispone de uno, puede reemplazarse por un reloj o teléfono con cronómetro, en el que se marque una duración de 1 minuto).
- 10 fichas (5 de un color, 5 de otro bien diferenciado).
- La siguiente grilla.

12,01	$1 + \frac{1}{1.000}$	42,5	0,06	1,1		$\frac{6}{1.000}$	6,65	330,30	8,3
		8,03	1,01	0,6	$\frac{273}{100}$		33,03	$4 + \frac{25}{100}$	12,1
4,25	$60 + \frac{65}{1.000}$	420,5	1,21	606,5	3,30	0,1	$\frac{6}{10}$		
$\frac{6}{100}$	10,01	330,030		27,3	8,003	12,001	0,11	0,33	
	$1 + \frac{1}{10}$	$6 + \frac{1}{10}$		$12 + \frac{12}{100}$	$330 + \frac{3}{10}$	6,666	6,065	$\frac{803}{100}$	
	0,12	100,1	3,30030	$1 + \frac{1}{100}$	1,001	$6 + \frac{1}{100}$	$\frac{425}{100}$	$\frac{803}{10}$	
11,11	42,05	$12 + \frac{1}{10}$	6,065	1000,1	$\frac{33}{10}$	$330 + \frac{30}{1.000}$	0,0121	0,21	
1,001	$\frac{803}{1.000}$	$6 + \frac{1}{1.000}$	600,65	$\frac{33}{100}$	$\frac{121}{100}$	11,1	0,006	0,425	2,73
	1,111	27,30	0,012			27,30	6,6	0,83	$\frac{33}{1.000}$
			$6 + \frac{65}{10}$	6,06	1,100	400,25	$6 + \frac{65}{10}$	$\frac{1.001}{1.000}$	
	330,3	12,021	0,083	$\frac{1.001}{10}$	1.001	12,1	12,12	6.000	1,011
	803	12,21	4,25	11,011	3,303	33.030	$4 + \frac{25}{10}$	$\frac{6.065}{100}$	1.000
0,001	121	$\frac{333}{100}$	$\frac{273}{100}$		60,65	$\frac{1.221}{100}$			
$12 + \frac{12}{10}$	$\frac{121}{10}$		$8 + \frac{3}{100}$	10,001	$\frac{333}{1.000}$	$27 + \frac{3}{10}$	2.500	$27 + \frac{3}{100}$	
1.210	27,003			330,03	$\frac{425}{1.000}$	3,3030	10,01	1,21	8,03

Reglas del juego

- Se sortea qué jugador comienza. Por turnos, cada jugador elige un número de la grilla y lo dice en voz alta. El otro jugador debe colocar una ficha en una de las casillas con una escritura equivalente al número elegido antes de que se termine el tiempo del reloj de arena. Si el tiempo del reloj se consume y no colocó su ficha, el jugador pierde su turno.
- Gana el primer jugador que logre colocar sus 5 fichas en casillas correctas.
- Si un jugador coloca una ficha en una casilla incorrecta (un número no equivalente), pierde su turno. El oponente tiene entonces la oportunidad de colocar su propia ficha en una casilla correcta.

1. Encuentren en la grilla del juego los números decimales que se indican, que pueden aparecer escritos de maneras diferentes y más de una vez.

a. Veintisiete enteros y tres décimos.
b. Ochocientos tres centésimos.
c. Cuatro enteros con veinticinco centésimos.
d. Setenta enteros, sesenta y cinco centésimos.
e. Un entero, un milésimo.
f. Trescientos treinta enteros con treinta milésimos.
g. Seis milésimos.
h. Doce enteros con un décimo.

2. Inventen una división de números naturales que dé como resultado:

a. 3,2 **b.** 0,8 **c.** 2,75

3. Decidan si cada una de las siguientes igualdades es verdadera o falsa. Expliquen por qué.

a. $\frac{3}{10} = 0{,}3$
b. $\frac{40}{10} = 0{,}4$
c. $\frac{7}{100} = 0{,}7$
d. $\frac{2}{5} = 2{,}5$
e. $\frac{1}{5} = 0{,}2$
f. $\frac{15}{10} = 1 + 0{,}5$

4. Observen el siguiente ejemplo y descompongan cada número de la misma manera.
$5{,}518 = 5 + 0{,}500 + 0{,}010 + 0{,}008$
a. $0{,}203 =$
b. $0{,}027 =$

5. Completen los espacios vacíos con números naturales para que cada una de las siguientes igualdades resulte verdadera.

a. $0{,}349 = \frac{\square}{10} + \frac{4}{100} + \frac{9}{1.000}$
b. $0{,}192 = \frac{1}{10} + \frac{\square}{100} + \frac{\square}{1.000}$
c. $1{,}56 = \frac{\square}{10} + \frac{6}{100}$
d. $2{,}197 = \frac{\square}{100} + \frac{7}{1.000}$

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

6. Escriban el resultado de cada suma con una expresión decimal:

a. $\frac{7}{1.000} + \frac{3}{10} + 6 =$

b. $\frac{4}{10} + \frac{5}{100} =$

7. Descompongan los siguientes números de dos maneras diferentes.

a. 6,11 =

b. 4,023 =

PARA RECORDAR

Las fracciones cuyo denominador es 10, 100, 1.000 u otra potencia de 10, se llaman **fracciones decimales**.

8. Completen con la fracción o expresión decimal que corresponda para que la igualdad resulte verdadera.

a. ______ + $\frac{1}{2}$ = 1,5

c. $\frac{25}{10}$ + ______ = 2,6

b. 0,7 + ______ = 1

d. 3,4 + ______ = 4,1

9. Transformen las siguientes fracciones en expresiones decimales. Utilicen las estrategias que prefieran.

a. $\frac{57}{10} =$

b. $\frac{9}{5} =$

c. $\frac{231}{150} =$

d. $\frac{9}{4} =$

Luego reflexionen sobre lo siguiente:

- ¿Qué diferencias notaron al convertir fracciones con denominadores que son potencias de 10, frente a otros denominadores?
- ¿Qué relación encontraron entre el denominador de la fracción y el número de cifras decimales del resultado?

PARA RECORDAR

Las fracciones decimales que tienen como denominador una potencia de 10 permiten convertir fácilmente una fracción en su expresión decimal.

Más expresiones decimales

A continuación, profundizaremos el trabajo con expresiones decimales.

1. En los casos que sea posible, completen la siguiente tabla de manera tal que en cada fila las expresiones representen el mismo número.

Fracción	Fracción decimal equivalente con denominador 10	Fracción decimal equivalente con denominador 100	Fracción decimal equivalente con denominador 1.000	Expresión decimal
$\frac{2}{50}$				
$\frac{5}{4}$				
$\frac{11}{8}$				

2. **a.** Indiquen cuántas cifras decimales tiene la expresión decimal correspondiente a cada una de las siguientes fracciones:

- $\frac{26}{25}$
- $\frac{7}{8}$

b. Expliquen la estrategia que utilizaron para resolver la consigna anterior.

3. Determinen la expresión decimal de cada una de las siguientes fracciones y expliquen las estrategias que utilizaron en cada caso.

a. $\frac{13}{8} =$ **b.** $\frac{15}{4} =$ **c.** $\frac{4}{5} =$ **d.** $\frac{5}{4} =$

PARA RECORDAR

Las **expresiones decimales finitas** son aquellas cuya expresión decimal tiene una cantidad finita de cifras decimales. Por ejemplo: 0,75 tiene dos cifras decimales y 1,875 tiene tres.

4. Miguel, Juana y Ana obtuvieron la expresión decimal que le corresponde a $\frac{5}{3}$ y, a partir de ese trabajo, realizaron las siguientes afirmaciones. Decidan si cada una de ellas es verdadera o falsa. Justifiquen sus respuestas.

Miguel: Todas las cifras decimales de $\frac{5}{3}$ son iguales, salvo la última que es un 7.

Juana: Para obtener la expresión decimal de $\frac{5}{3}$ hice 5 : 3 y el resultado de esa división no termina nunca.

Ana: La expresión decimal de $\frac{5}{3}$ tiene 9 cifras después de la coma, porque hice la división en la calculadora y conté las cifras decimales del resultado que aparece en la pantalla.

5. Completen la siguiente tabla de manera tal que en cada fila las expresiones representen el mismo número. En los casos que no sea posible, expliquen por qué.

Fracción	Fracción decimal equivalente con denominador 10	Fracción decimal equivalente con denominador 100	Fracción decimal equivalente con denominador 1.000	Expresión decimal
$\frac{7}{25}$				
$\frac{5}{9}$				

6. Utilizando lo que aprendieron al completar la tabla anterior, indiquen si a cada una de las siguientes fracciones le corresponde una expresión decimal finita o periódica.

a. $\frac{7}{9}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{13}{8}$ **d.** $\frac{6}{15}$

PARA RECORDAR

Las **expresiones decimales periódicas** son aquellas que tienen una cantidad infinita de cifras decimales, con una o más cifras que se repiten en un patrón constante. Este patrón de repetición se llama **período**. Por ejemplo: 0,333... (período 3) o 5,797979... (período 79). Se expresan de la siguiente manera: $0,\widehat{3}$; $5,\widehat{79}$.

7. Sabiendo que la expresión decimal de $\frac{2}{15}$ = 0,1333333... (es decir, $0,1\widehat{3}$), escriban una fracción equivalente para cada uno de los siguientes números:

a. 0,266666... = **b.** 0,013333... = **c.** 1,133333... = **d.** 1,333333... =

8. Decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen en cada caso y, si consideran que alguna es falsa, incluyan un caso que lo evidencie.

a. La expresión decimal de toda fracción con denominador 12 es periódica.
b. Si una fracción posee como denominador 2, 4 u 8, su expresión decimal es finita.
c. Toda fracción en donde se cumple que el numerador es múltiplo del denominador admite una expresión decimal periódica.
d. Toda fracción con denominador 10 tiene una expresión decimal finita.

PARA RECORDAR

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q y está formado por todos aquellos números que pueden expresarse como el cociente de dos números enteros (con el divisor distinto de cero). Pueden expresarse tanto con una fracción como con una expresión decimal. Toda fracción puede escribirse como una expresión decimal y toda expresión decimal, finita o periódica, puede escribirse como una fracción.

Por ejemplo: 5 es un número racional, ya que se puede escribir como $\frac{10}{2}$, $\frac{25}{5}$, etc.
–1,25 es un número racional, ya que se puede escribir como $-\frac{5}{4}$, $-\frac{25}{20}$, etc.
$0,\widehat{3}$ es un número racional, ya que se puede escribir como $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$, etc.

Orden en Q

Aquí encontrarán una serie de actividades para trabajar la relación de orden en Q.

1. Marcos dice: “ $\frac{4}{5}$ es mayor que $\frac{4}{9}$, porque al dividir la misma cantidad en más partes, los pedacitos que se obtienen son más chiquitos”. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué? ¿Podrían utilizar este criterio para comparar $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{8}$? ¿Por qué?

2. Virginia dice que $\frac{6}{7}$ es igual que $\frac{7}{8}$, porque “A las dos les falta la misma cantidad para llegar al entero”. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué? Justifiquen sus respuestas.

3. Analicen las explicaciones de Luli, Juan, Enzo y Sofi para comparar las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{6}$. ¿Las cuatro explicaciones son correctas? ¿Por qué? Justifiquen sus respuestas.

- Luli dice que $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{2}{6}$, porque como $\frac{1}{6}$ es menor que $\frac{1}{5}$, tener 3 veces $\frac{1}{5}$ es más que tener 2 veces $\frac{1}{6}$.
- Juan dice que $\frac{2}{6}$ es lo mismo que $\frac{1}{3}$, y como $\frac{1}{3}$ es menor que $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, entonces $\frac{2}{6}$ es menor que $\frac{3}{5}$.
- Enzo dice que él dibujó dos enteros iguales, en uno pintó $\frac{3}{5}$ y en el otro $\frac{2}{6}$; y observó que la parte pintada era mayor en $\frac{3}{5}$.
- Sofi dice “Yo usé la calculadora. Hice las divisiones y me quedó que la más grande es $\frac{3}{5}$, que es igual a 0,6”.

4. Luli escribió estas estrategias para comparar fracciones. Decidan si sirven siempre, a veces o nunca. Si les parece que sirven a veces, den ejemplos de dos fracciones para las que sirva la estrategia y dos fracciones para las que no sirva.

Buscar fracciones equivalentes a las que se trata de comparar; o sea, que tengan el mismo denominador.

Considerar solamente entre qué enteros se encuentran.

Comparar las fracciones con el entero; si una es menor que el entero y la otra mayor que el entero.

5. Marquen con azul las fracciones mayores que un entero; con verde, las menores que un entero; y con rojo, las que son equivalentes a un entero.

$\frac{5}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{10}{10}$ $\frac{10}{2}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{2}{5}$

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

6. Las siguientes fracciones están ordenadas de menor a mayor:

$1\frac{1}{4}$ $\frac{3}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $\frac{14}{4}$

Ubiquen los siguientes números entre los anteriores, de manera que queden ordenados de menor a mayor:

$\frac{8}{6}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{11}{3}$

¿Qué estrategias usaron? Comparen sus estrategias con las de sus compañeros.

7. Para comparar números racionales es posible utilizar numerosas estrategias; por ejemplo:

- Si los números están expresados como fracciones, pueden obtener fracciones equivalentes con igual denominador y, una vez obtenidas esas fracciones, comparar los numeradores.

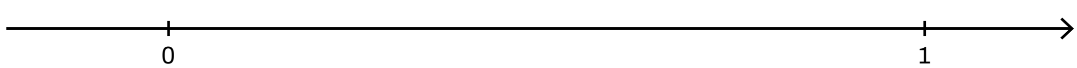
Escriban al menos tres estrategias que se podrían utilizar para determinar si un número racional es mayor que otro.

8. Martín dice que $\frac{3}{100}$ es mayor que $\frac{13}{28}$ porque el numerador de la primera fracción es mayor al de la otra y porque sucede lo mismo con los valores de los denominadores. ¿Creen que la estrategia de Martín es correcta? ¿Por qué?

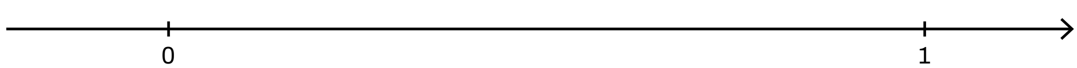
9. Decidan en cada caso cuál es el número mayor. Indiquen la estrategia que utilizaron.

a. $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{21}{13}$ y $\frac{13}{14}$ **c.** $0,\overset{\frown}{3}$ y $\frac{3}{10}$ **d.** $\frac{3}{7}$ y 3,7

10. En la siguiente recta numérica, ubiquen las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{3}{4}$.



11. En la siguiente recta numérica, ubiquen las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$.



PARA RECORDAR

Para establecer una escala en la recta numérica, es fundamental contar con la ubicación de al menos dos números. Esto permite identificar la distancia entre ellos y, a partir de esa referencia, dividir la recta de forma precisa.

PARA PROFUNDIZAR

En este QR tienen disponibles más actividades sobre recta numérica.

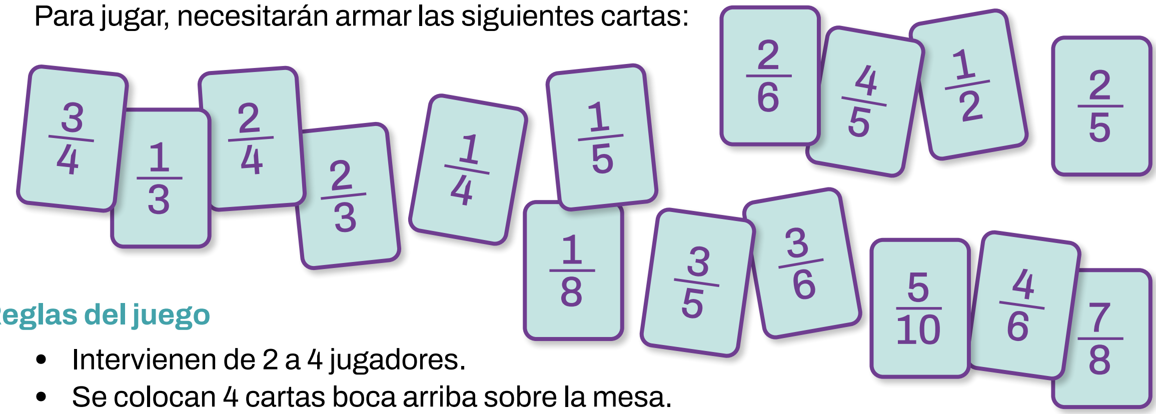
https://bit.ly/3CXl8Db

Suma y resta de números racionales

Les proponemos un juego.

Construir el entero

Para jugar, necesitarán armar las siguientes cartas:



Reglas del juego

- Intervienen de 2 a 4 jugadores.
- Se colocan 4 cartas boca arriba sobre la mesa.
- Luego se reparten las cartas que quedan entre todos los jugadores.
- Por turno, cada jugador intenta levantar una carta que se encuentre en la mesa que le permita completar el entero con alguna de las que él tiene. Por ejemplo: " $\frac{1}{3}$ levanta a $\frac{2}{3}$ ". Las dos cartas levantadas se colocan en un montón frente a cada jugador. Si considera que no puede levantar ninguna carta, el jugador tira una de sus propias cartas a la mesa.
- Cuando todos los jugadores se quedan sin cartas en la mano, se cuentan las cartas que levantó cada uno. Gana el jugador que levantó más cartas. En caso de igualdad, los jugadores empatados realizan una ronda extra, de desempate.

Después de jugar varias partidas de "Construir el entero," reflexionen sobre las parejas de cartas que lograron armar. Anoten algunos ejemplos y expliquen cómo cada pareja permitió completar el entero.

Los chicos armaron más cartas para seguir jugando. ¿Es posible que Martín, con la carta $\frac{2}{5}$, haya levantado la carta $\frac{5}{2}$? ¿Por qué?

Ahora, continuamos con otra vuelta de problemas.

1. Indiquen qué número debe colocarse en cada caso para completar los siguientes cálculos.

a. $\frac{1}{6} + \_\_\_\_\_\_ = 1$

b. $\frac{1}{6} + \_\_\_\_\_\_ = 2$

c. $\frac{7}{4} + \_\_\_\_\_\_ = 3$

d. $\_\_\_\_\_\_ + 0{,}25 = 2$

e. $\frac{14}{5} - \_\_\_\_\_\_ = 2$

f. $\frac{25}{6} - \_\_\_\_\_\_ = 3$

g. $\_\_\_\_\_\_ - 0{,}3 = 4$

h. $\_\_\_\_\_\_ - 0{,}\widehat{3} = 4$

2. Jorge compró en el mercado $1\frac{1}{2}$ kg de pan, $\frac{3}{4}$ kg de manzanas y 3 paquetes de $\frac{1}{2}$ kg de yerba. Guardó todos los productos en una bolsa para llevarlos hasta su casa. ¿Cuánto pesa la bolsa con todos los artículos en su interior? Expliquen cómo lo pensaron.

3. Julián y Marcela recorren 6 kilómetros para ir de su casa al club.

a. Si Marcela ya recorrió $3\ \frac{1}{5}$ del camino, ¿cuánto le falta para llegar al club?

b. Considerando que Julián ya recorrió $2\ \frac{3}{5}$ del camino, ¿cuál o cuáles de los siguientes cálculos permite saber cuánto le falta recorrer para llegar a su casa? Justifiquen su respuesta.

$6 - 2 + \frac{3}{5}$ $\qquad$ $6 - \frac{13}{5}$ $\qquad$ $6 - (2 + \frac{3}{5})$ $\qquad$ $6 - 2\ \frac{3}{5}$

PARA RECORDAR

Dos o más fracciones son equivalentes cuando representan el mismo número racional. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son equivalentes, también lo son $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$.

4. Determinen el resultado de los siguientes cálculos.

a. $\frac{3}{5} + 2 =$ $\qquad$ **b.** $\frac{15}{4} - 1 =$ $\qquad$ **c.** $\frac{15}{4} - 2 =$ $\qquad$ **d.** $\frac{15}{4} + 3 =$

5. En cada caso, sin calcular el resultado, indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen sus respuestas.

a. $\frac{1}{2} + 1$ es mayor que 2.

b. $5 + 1\frac{4}{3}$ es mayor que 7.

c. $5 - \frac{5}{4}$ es menor que 4.

d. $8 - \frac{6}{5}$ es menor que 7.

e. $6 + \frac{18}{9}$ es mayor que 10.

f. $10 - \frac{14}{7}$ es igual a 12.

6. En cada caso, escriban un número racional para que se verifiquen las siguientes desigualdades.

a. $\frac{1}{2} + \_\_\_\_\_ < \frac{3}{4}$

b. $\frac{3}{2} - \_\_\_\_\_ > 1$

c. $\_\_\_\_\_ + \frac{7}{4} > 2$

d. $\_\_\_\_\_ - \frac{5}{3} < \frac{6}{5}$

PARA RECORDAR

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador, se pueden usar otras fracciones equivalentes a las dadas, de forma tal que todas tengan el mismo denominador. Por ejemplo:

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6} \qquad \frac{5}{2} - \frac{2}{3} = \frac{15}{6} - \frac{4}{6} = \frac{11}{6}$$

7. Completen los espacios vacíos para que se cumplan cada una de las siguientes igualdades.

a. $1 + \_\_\_\_\_\_ = \frac{5}{4}$

b. $2{,}2 - \_\_\_\_\_\_ = \frac{2}{5}$

c. $3 - \_\_\_\_\_\_ = \frac{19}{7}$

d. $1{,}5 + \_\_\_\_\_\_ = \frac{21}{10}$

8. ¿Es posible que las siguientes cuentas tengan el mismo resultado? Expliquen sus respuestas.

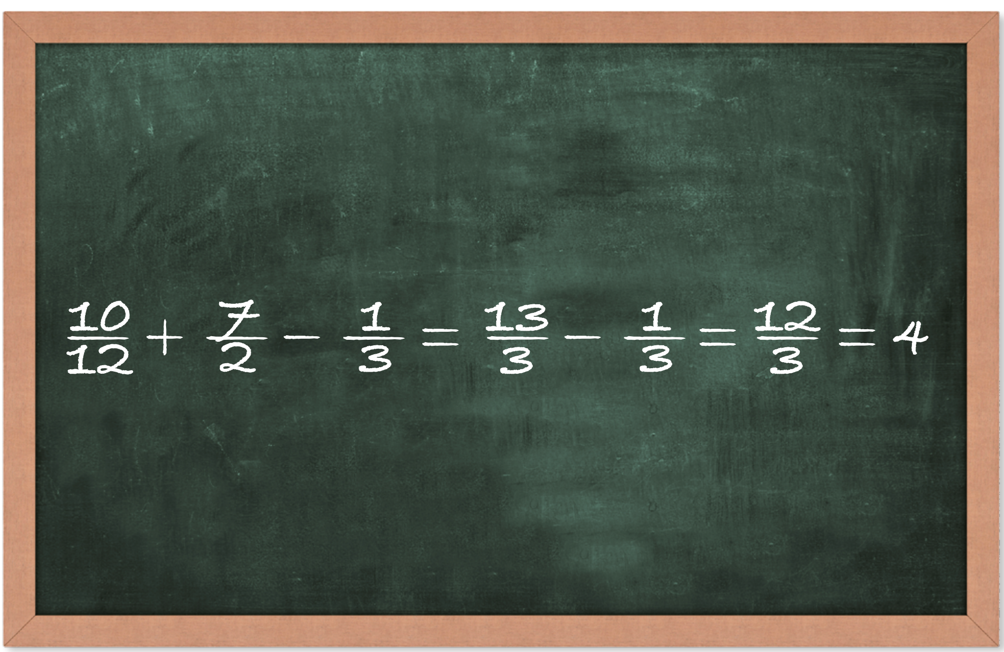
a. $3 + \frac{5}{2}$ y $5 + \frac{1}{2}$

b. $10 + \frac{2}{6}$ y $\frac{200}{10} + \frac{1}{3}$

c. $\frac{19}{5} - \frac{8}{10}$ y $3 - \frac{4}{5}$

d. $5 - \frac{1}{4}$ y $6 - \frac{5}{4}$

9. Carmela resolvió de la siguiente manera el cálculo que propuso la profesora en el pizarrón:



a. Expliquen si es correcta la resolución.
b. Juan menciona que lo resolvió de una forma distinta y la profesora le dijo que su resolución también es correcta. ¿Cómo pudo haberlo resuelto Juan?

10. Resuelvan los siguientes cálculos:

a. $0{,}5 + \frac{1}{4} =$

b. $7 + \frac{3}{4} + 0{,}25 =$

c. $6 - \frac{1}{2} - 0{,}4 =$

d. $8 - 0{,}25 - \frac{1}{4} =$

Multiplicación de números racionales

Aquí les proponemos realizar actividades vinculadas con la multiplicación de números racionales.

1. Un pastelero está preparando postres para un evento. Sabe que con $\frac{1}{2}$ kg de dulce de leche puede hacer 3 porciones. Ahora necesita ajustar la receta según el número de porciones que le pidan. Completen la tabla para ayudar al pastelero a saber cuánta cantidad de dulce de leche necesitará para las siguientes cantidades de porciones.

Porciones	3	9	12	15
Dulce de leche (en kg)	$\frac{1}{2}$			

2. Juan está organizando su cumpleaños. Para hacer las compras de las bebidas que necesita, estimó que cada persona que asista al evento tomará $\frac{2}{3}$ litro de gaseosa.

a. Aproximadamente, ¿cuántos litros de gaseosa consumen 8 personas? ¿Y 15 personas?

b. Juan dice que si 20 de sus invitados beben gaseosa en la cantidad estimada, con 10 litros de gaseosa le alcanza y le sobra. ¿Es correcta esta afirmación? ¿Por qué?

c. Si a Juan le confirman que van a asistir 25 personas a su cumpleaños y todos toman gaseosa en la cantidad estimada, ¿es cierto que el resultado de $25 \cdot \frac{2}{3}$ le permite estimar los litros de bebida que va a necesitar?

3. Resuelvan las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{1}{2} \cdot 3 =$

b. $\frac{1}{2} \cdot 6 =$

c. $\frac{1}{2} \cdot 7 =$

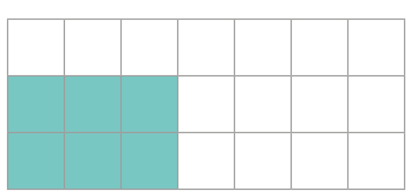
d. $8 \cdot \frac{2}{3} =$

e. $5 \cdot \frac{3}{5} =$

f. $5 \cdot \frac{5}{3} =$

Expliquen brevemente de qué manera resolvieron los cálculos.

4. Joaquín está revistiendo con cerámicas el piso de uno de los ambientes de su departamento. Quiere destinar una parte del piso rectangular para el espacio de la cocina con las siguientes dimensiones, $\frac{3}{7}$ del largo y $\frac{2}{3}$ del ancho, tal como se muestra a continuación:



a. ¿Qué parte del total del ambiente estará ocupado por el espacio destinado a la cocina?

b. Finalmente, Joaquín se decidió por otras medidas para el espacio destinado a la cocina. Quiere que tenga, en relación con las medidas del piso rectangular, $\frac{1}{2}$ del ancho y $\frac{4}{7}$ del largo. ¿Qué parte del total del ambiente estará ocupado por el espacio destinado a la cocina?

5. En un terreno rectangular se destina un sector para realizar una pileta. Esta parte tiene $\frac{5}{6}$ del largo y $\frac{3}{5}$ del ancho. ¿Es cierto que se destina la mitad del terreno para la pileta? Expliquen sus respuestas.

6. En una caja de arroz figura la siguiente indicación:

"Por cada litro de agua, agregar $\frac{1}{3}$ kg de arroz".

Silvana completó algunos valores de la tabla y comentó que la estrategia que utilizó fue:

Al valor correspondiente a los litros de agua lo multiplico por $\frac{1}{3}$, y así obtengo lo que necesito de arroz.

Cantidad de agua (litros)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{3}$	3
Cantidad de arroz (kilogramos)		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$		1

a. ¿Es correcta la estrategia de Silvana? Expliquen por qué.
b. Realicen las multiplicaciones que correspondan para verificar si son correctas las cantidades de arroz indicadas en la tabla por Silvana.
c. Completen los datos que faltan en la tabla.

PARA RECORDAR

El producto entre dos fracciones puede calcularse multiplicando entre sí los numeradores y los denominadores de las fracciones que intervienen en la operación. Por ejemplo:

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 4}{9 \cdot 7} = \frac{20}{63}$$

7. Indiquen qué número debe colocarse en cada caso para completar los siguientes cálculos:

a. $\frac{1}{4} \cdot$ ______ $= 1$

b. $5 \cdot$ ______ $= 1$

c. ______ $\cdot \frac{5}{2} = 1$

d. ______ $\cdot 1{,}5 = 1$

PARA RECORDAR

El inverso multiplicativo de un número es aquel que multiplicado por el primero da 1 como resultado.

Por ejemplo, el inverso multiplicativo de $\frac{9}{2}$ es $\frac{2}{9}$, porque:

$$\frac{9}{2} \cdot \frac{2}{9} = 1$$

8. **a.** ¿Es correcto afirmar que todos los cálculos que se presentan a continuación tienen el mismo resultado? ¿Por qué?

- $\frac{11}{4} \cdot \frac{7}{9} =$
- $\frac{11}{9} \cdot \frac{7}{4} =$
- $\frac{7}{9} \cdot \frac{11}{4} =$
- $11 \cdot \frac{1}{9} \cdot 7 \cdot \frac{1}{4} =$
- $(11 \cdot \frac{1}{9}) \cdot (7 \cdot \frac{1}{4}) =$
- $\frac{7}{9} \cdot (2 + \frac{3}{4}) =$

b. ¿Es posible utilizar alguna de las propiedades de la multiplicación para resolver el ejercicio anterior? Si es así, ¿cuál podrían utilizar?

9. Completen las fracciones con un número natural para que se verifiquen las siguientes igualdades y desigualdades.

a. $\frac{3}{2} \cdot \frac{\square}{3} = 1$

b. $\frac{3}{2} \cdot \frac{\square}{3} > \frac{3}{2}$

c. $\frac{3}{2} \cdot \frac{\square}{3} < \frac{3}{2}$

d. $\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{\square} = 1$

PARA PROFUNDIZAR

En este QR tienen disponibles más actividades sobre multiplicación de fracciones.

https://bit.ly/3VLgZsP

Matemática

División de números racionales

En esta última parte del capítulo, deberán resolver una serie de actividades que involucran la división de números racionales.

1. Mariano tiene un bidón de 5 litros de agua y lo quiere repartir en su totalidad en jarras de $\frac{1}{2}$ litro.

a. ¿Cuántas de esas jarras necesita para distribuir el total del agua?

b. Si esos 5 litros de agua se distribuyen en vasos de $\frac{1}{4}$ litro de capacidad, ¿cuántos de esos vasos podrá llenar?

2. Una alumna de primer año dice que dividir un número por $\frac{1}{2}$ es equivalente a multiplicar dicho número por 2.

a. ¿Por qué es correcta su afirmación?

b. ¿Ocurre algo similar a la hora de dividir un número por $\frac{1}{3}$?

3. Resuelvan las siguientes divisiones.

a. $8 : \frac{1}{2} =$

b. $4 : \frac{1}{3} =$

c. $9 : \frac{1}{9} =$

d. $\frac{7}{2} : \frac{1}{2} =$

e. $\frac{1}{2} : 4 =$

f. $\frac{1}{3} : 2 =$

g. $\frac{3}{4} : 2 =$

h. $\frac{4}{5} : 7 =$

PARA RECORDAR

Dividir un número racional por otro (distinto de cero) es equivalente a multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. Por ejemplo:

- Para resolver $\frac{2}{7} : 3$, como el inverso multiplicativo de 3 es $\frac{1}{3}$, se cumple que:

$$\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{21}$$

- Para resolver $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$, como el inverso multiplicativo de $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$, se cumple que:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

4. Respondan las siguientes preguntas y luego justifiquen.

a. ¿El resultado de $\frac{4}{3} : 2$ es mayor, menor o igual que $\frac{4}{3}$?

b. ¿El resultado de $\frac{4}{3} : \frac{1}{2}$ es mayor, menor o igual que $\frac{4}{3}$?

c. ¿El resultado de $\frac{4}{3} : \frac{5}{3}$ es mayor, menor o igual que $\frac{4}{3}$?

d. ¿El resultado de $\frac{4}{3} : \frac{8}{9}$ es mayor, menor o igual que $\frac{4}{3}$?

Reflexionen sobre las divisiones:

- ¿El resultado de una división siempre es menor que el dividendo?
- Muestren dos ejemplos donde el cociente sea mayor que el dividendo.
- Muestren dos ejemplos donde el cociente sea menor que el dividendo.
- ¿Qué observan en las divisiones donde el cociente es mayor que el dividendo?

5. Completen las siguientes divisiones con una fracción para que se verifiquen las siguientes igualdades y desigualdades.

a. $\frac{3}{2}$: _______ $= 1$

b. $\frac{3}{2}$: _______ $> \frac{2}{3}$

c. $\frac{3}{2}$: _______ $< \frac{2}{3}$

d. 1,75 : _______ $= 1$

e. 1,75 : _______ $<$ 1,75

f. 1,75 : _______ $> \frac{7}{4}$

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlos a pensar:

a. ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles, más difíciles?
b. ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
c. ¿Qué cosas ya recordaban de los años anteriores?
d. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezca importante recordar sobre lo que estuvieron trabajando. Por ejemplo:

- Para comparar dos fracciones, se puede expresar ambas con fracciones equivalentes con el mismo denominador y luego comparar los numeradores.

Para finalizar, les proponemos la siguiente situación para sintetizar lo visto en este capítulo.

Un explorador ha encontrado un cofre con un candado. Para abrirlo, necesita descifrar el número oculto. El número oculto es un número racional que cumple con ciertas pistas.

Pistas:

- *El número oculto es mayor que $\frac{5}{6}$ pero menor que 1.*
- *Su expresión decimal tiene tres cifras decimales.*
- *Puede expresarse como una fracción cuyo denominador es una potencia de 10.*
- *Al sumar $\frac{1}{10}$, el número se vuelve mayor que 1.*

- Encuentren al menos dos fracciones que cumplan con las pistas. Representen estas fracciones como números decimales.
- Ubiquen esas fracciones en una recta numérica junto a los números $\frac{5}{6}$, 1, y el resultado de sumar $\frac{1}{10}$ al número oculto. Asegúrense de que su posición respete la proporción de la escala.
- Comparen las fracciones encontradas y expliquen por qué ambas cumplen con las pistas.
- Discutan en grupo: ¿Cuáles estrategias usaron para encontrar el número oculto? ¿Qué parte del desafío fue más difícil? ¿Por qué?

Funciones I

¿Quién tiene razón?

A comienzos de la década de 2000 se dio, en la Ciudad de Buenos Aires y alrededores, el auge de los cibercafés, locales en los que se ofrecían computadoras con acceso a Internet por un período de tiempo y a un costo determinado. Para atraer más clientes, dos cíber ubicados en Boedo publicaron en la revista del barrio información referida al costo de su servicio, mediante los siguientes gráficos:

Gráfico del cíber Avenida

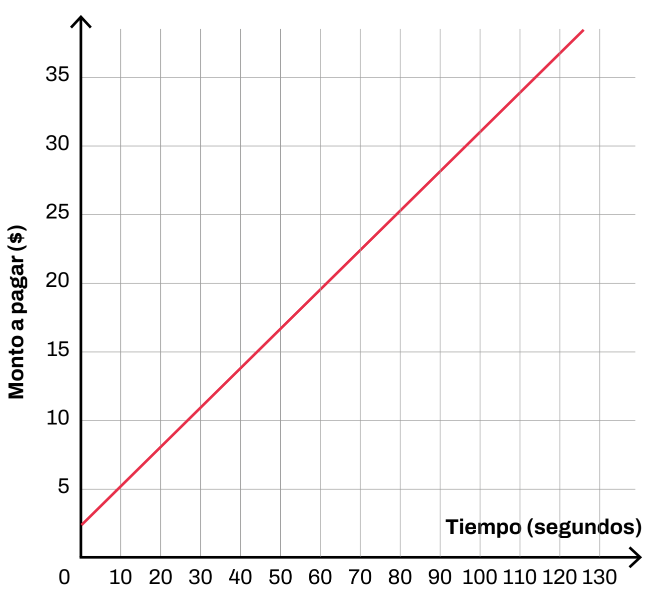
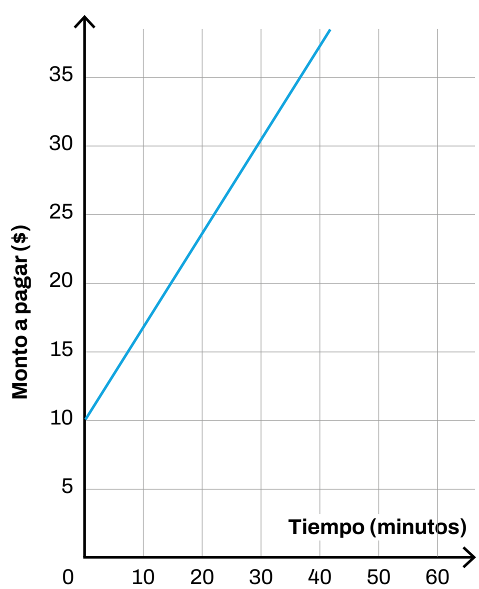


Gráfico del cíber Ya



El dueño del cíber Avenida quería demostrar que su servicio era más barato. Pero ¿era realmente así?

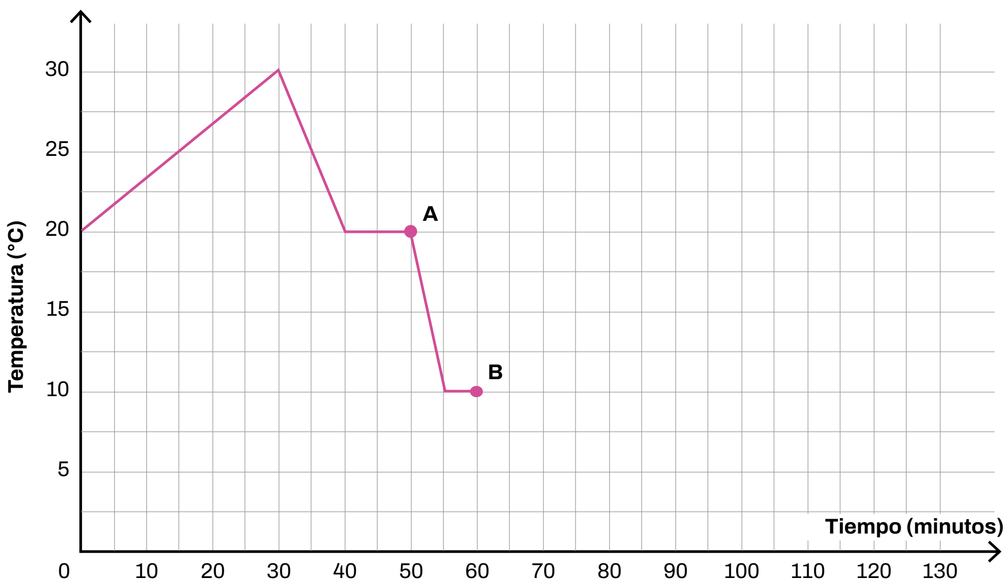
Analicen los gráficos y respondan:

a. ¿Qué se representa en cada gráfico?
b. ¿Qué diferencias y similitudes encuentran entre ambos gráficos?
c. ¿Es posible asegurar que los precios del cíber Ya resultan más baratos que los de su competencia? ¿Por qué?
d. ¿Por cuál de las opciones optaría un usuario que quiere hacer uso del servicio durante veinte minutos y pagar lo menos posible?

Gráficos cartesianos: interpretación y producción

En este apartado trabajarán con distintas actividades, interpretando y produciendo gráficos cartesianos.

1. Este gráfico representa la variación de la temperatura de una sustancia desde el momento en que comenzó un experimento en un laboratorio.



a. ¿Cuál era la temperatura de la sustancia a los 30 minutos de comenzado el experimento?

b. ¿Es cierto que a los 40 minutos la temperatura de la sustancia era de 20° C? ¿En algún otro momento tuvo la misma temperatura?

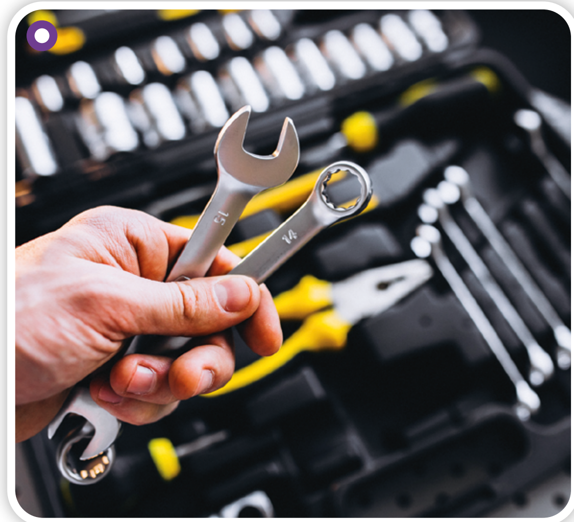
c. ¿Qué representa el punto A del gráfico? ¿Y el B?

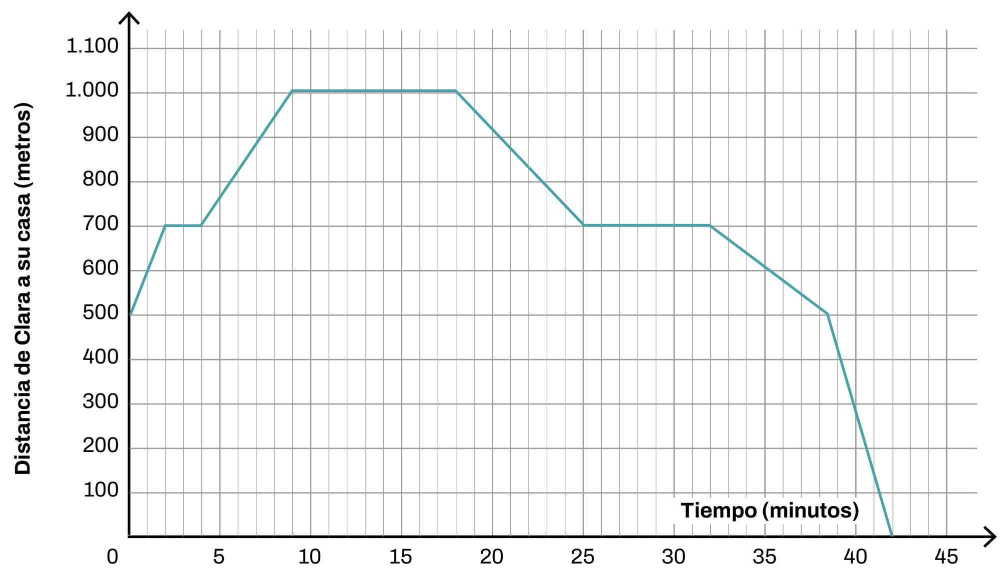
d. ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada por la sustancia? ¿Y la mínima? ¿En qué momentos alcanzó cada una?

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

2. Clara se encontraba en la casa de su amiga Ayelén. En cierto momento, decidió salir desde allí hacia una ferretería porque necesitaba comprar algunos materiales para hacer unos arreglos; luego regresó a su casa. Ambas amigas viven sobre la misma avenida, que cuenta con varias ferreterías. El siguiente gráfico muestra la distancia de Clara a su casa en función del tiempo transcurrido desde que salió de la casa de Ayelén.

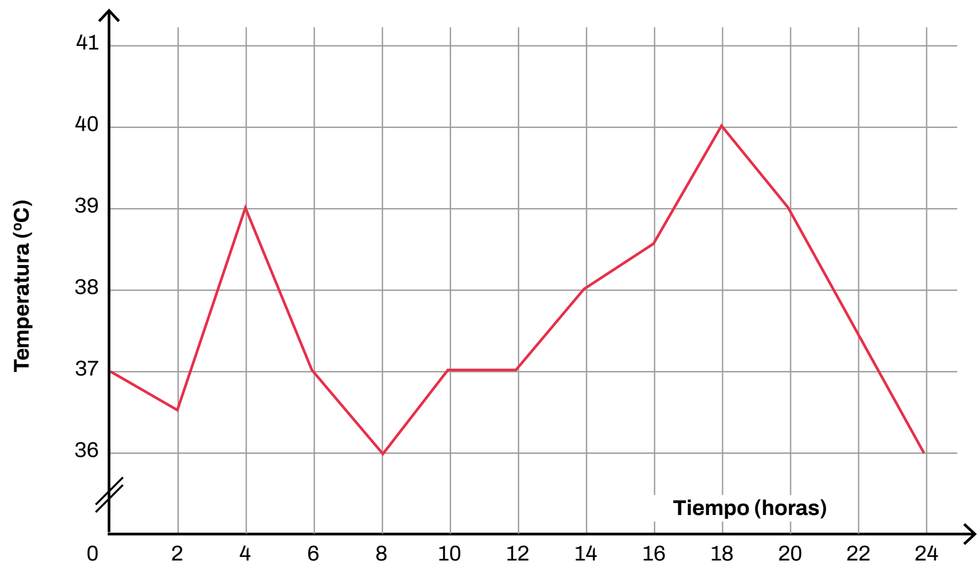




a. ¿A qué distancia de su casa se encontraba Clara a los...
- 5 minutos?
- 27 minutos?
- 33 minutos?

b. Durante el recorrido, ¿en qué momentos Clara se encontraba a 800 metros de su casa?
c. ¿A qué distancia de la casa de Clara está la casa de Ayelén?
d. La primera vez que Clara se detuvo fue en una ferretería que estaba cerrada. Esperó un momento, pero no llegó nadie. ¿A qué distancia de su casa se encuentra este negocio?
e. Luego siguió caminando para buscar otra ferretería. La siguiente parada fue en una que quedaba más lejos. Sacó un número, pero cuando la atendieron le dijeron que no tenían lo que ella estaba buscando. ¿Cuánto tiempo estuvo en total en ese negocio?
f. No habiendo encontrado lo que necesitaba, decidió volver y pasó nuevamente por el primer local. ¿Creen que esta vez estaba abierto o cerrado? ¿Por qué?

3. Joaquín está cursando un cuadro febril. El siguiente gráfico muestra la evolución de su temperatura corporal a lo largo del día.



a. ¿Cuál fue la temperatura corporal de Joaquín a las 6 horas? ¿En qué otros momentos tuvo esa misma temperatura?

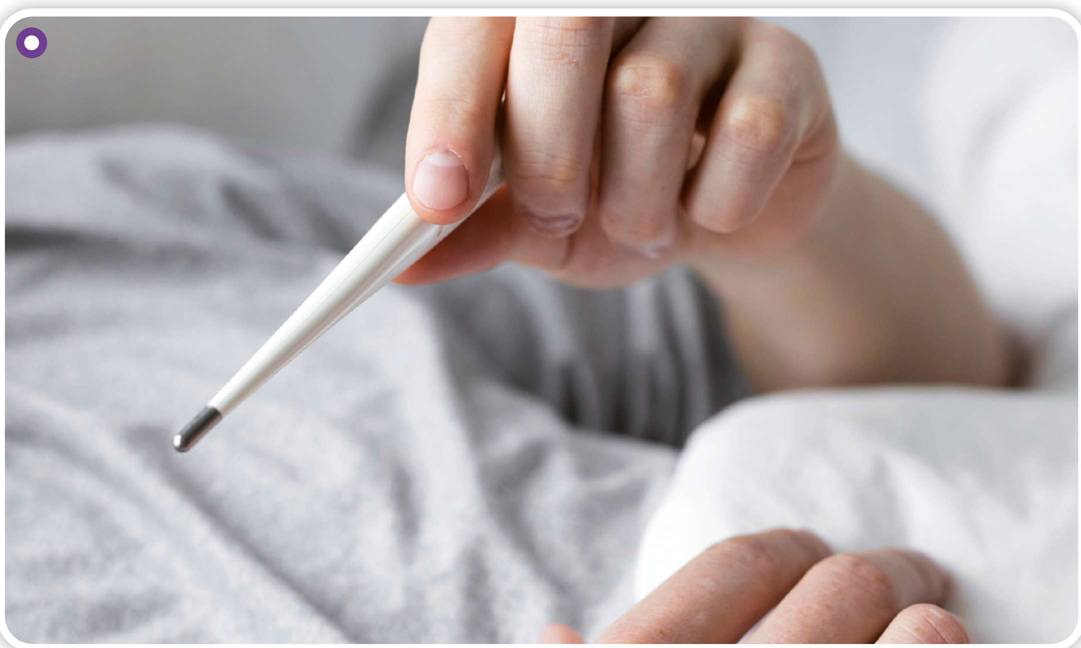
b. ¿En qué horas del día Joaquín registró una temperatura de 36 °C?

c. ¿Cuál fue la temperatura máxima de Joaquín ese día?

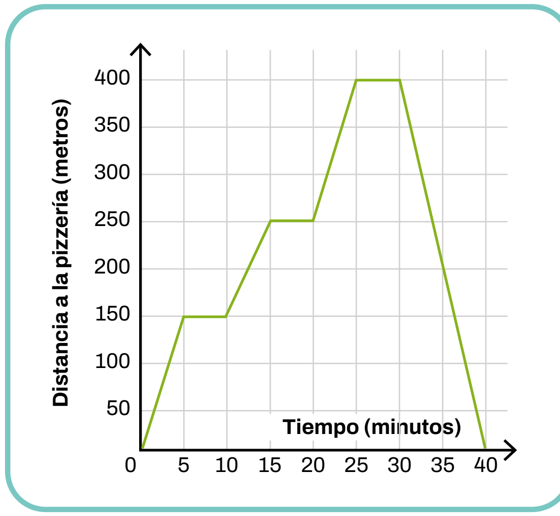
d. ¿Es cierto que entre las 6 y las 8 horas la temperatura de Joaquín disminuyó? Expliquen cómo se dieron cuenta.

e. ¿En qué tramos del día la temperatura de Joaquín se mantuvo constante? ¿En qué tramos subió?

f. En dos momentos del día se le administró a Joaquín un antifebril. ¿Cuáles podrían ser esos momentos y por qué creen eso?

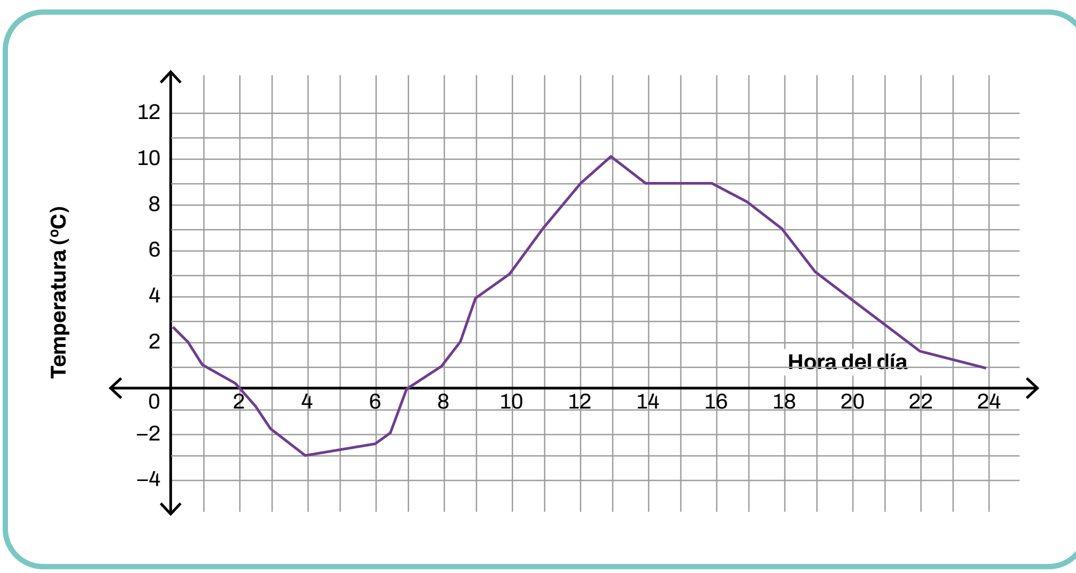


4. Agustín reparte pizzas y tuvo que entregar algunos pedidos en casas que están en la misma calle de la pizzería. El siguiente gráfico muestra la distancia de Agustín a la pizzería desde que salió del local hasta que regresó, durante los 40 minutos que duró el reparto.



   a. ¿Cuántos pedidos entregó Agustín? ¿Cómo se dieron cuenta?
   b. ¿A qué distancia de la pizzería estaba Agustín cuando entregó cada uno de los pedidos que mencionaron en la consigna a?
   c. ¿Cuántos minutos demoró en hacer cada una de las entregas que mencionaron en la consigna a?
   d. ¿Qué distancia recorrió en total Agustín desde que partió hasta que regresó a la pizzería?
   e. Si Agustín salió a repartir los pedidos a las 22:10, ¿a qué hora regresó a la pizzería?

5. El 21 de julio de 2018, en un observatorio meteorológico de Bariloche, se decidió estudiar la temperatura en la ciudad durante el día completo, comenzando a las 0 horas. El siguiente gráfico muestra la temperatura de ese día en función del tiempo.



   a. Aproximadamente, ¿cuál fue la temperatura a las 18 horas? ¿Y a las 3 horas?
   b. ¿En qué momentos la temperatura fue de 4 °C? ¿Y de 1 °C? ¿Y de 0 °C?
   c. Juana dice que entre las 13 y las 14 horas la temperatura disminuyó. ¿Están de acuerdo? ¿Cómo se dan cuenta? ¿Pueden encontrar otro tramo del día en el que la temperatura haya disminuido?
   d. ¿En qué momento del día no hubo cambio de temperatura? Expliquen cómo se dieron cuenta.
   e. Identifiquen cuáles fueron las temperaturas máxima y mínima registradas ese día. ¿En qué momentos se alcanzaron?

Índice

PARA RECORDAR

Los gráficos presentados en las actividades anteriores se usan para representar de qué manera se relacionan dos variables y cómo cambia una en función de la otra. Además, en estos registros gráficos es posible determinar la dependencia de alguna de las variables con relación a la otra. Por ejemplo, en el problema anterior, como la temperatura varía en función del tiempo, la temperatura es la **variable dependiente**, y el tiempo, la **variable independiente**.

En este tipo de gráficos, los valores de la variable independiente suelen representarse en el eje horizontal, y los de la variable dependiente, en el eje vertical.

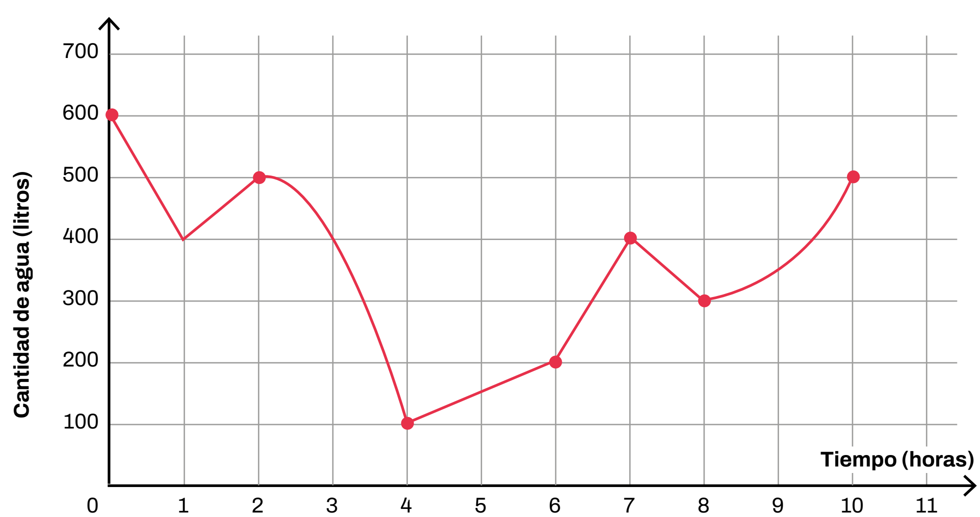
6. El tanque de agua de la casa de Juani tiene 600 litros de capacidad. Para analizar su correcto funcionamiento, un técnico decidió registrar en una tabla la cantidad de litros de agua que contiene el tanque en distintos momentos del día:

Tiempo (horas)	0	2	4	6	8	10
Cantidad de agua (en litros)	600	500	100	200	300	500

a. Representen los datos de la tabla en un gráfico cartesiano donde el eje horizontal indique el tiempo (en horas) y el eje vertical, la cantidad de agua (en litros).

b. A partir de la tabla o del gráfico que realizaron, ¿pueden indicar cuántos litros de agua había en el tanque luego de 3 horas?

c. Con los datos que recolectó el técnico, Martina realizó el siguiente gráfico:



El gráfico anterior, ¿representa correctamente los datos de la tabla? ¿Por qué?

d. Según el gráfico de Martina, ¿cómo aumentó la cantidad de agua entre la hora 4 y la hora 6? ¿Y entre la hora 8 y la hora 10?

e. Comparen el gráfico de Martina con el que ustedes realizaron. Si no son iguales, expliquen las posibles razones.

7. Antonella corrió una maratón en Buenos Aires y tardó cuatro horas en llegar a la meta. Para saber a qué velocidad realizó cada tramo, observaba su reloj inteligente cada media hora. La siguiente tabla muestra la velocidad que indicaba su reloj en cada momento que Antonella lo observó:

Tiempo (horas)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Velocidad (km/h)	0	7	6	6	5	4	5	3	0

a. A partir de la información de la tabla, representen en un sistema de ejes cartesianos la velocidad (en km/h) en función del tiempo transcurrido (en horas).
b. ¿Tiene sentido unir los puntos que representaron? ¿Por qué?

PARA RECORDAR

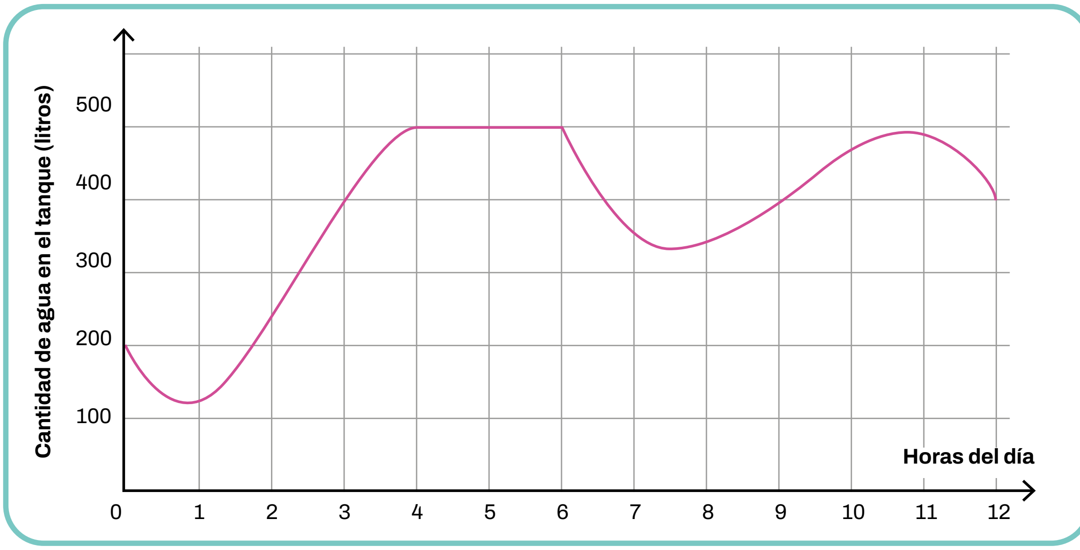
Los gráficos cartesianos se estructuran a partir de dos ejes perpendiculares llamados **ejes de coordenadas**, que tienen las siguientes características:

- En la intersección de los ejes se encuentra el valor 0 de ambas variables.
- Los valores en el eje horizontal (abscisas) están ordenados de manera ascendente de izquierda a derecha, mientras que en el eje vertical (ordenadas) se ordenan de abajo hacia arriba.
- Cada eje debe respetar la escala elegida, que puede ser diferente entre ambos ejes, pero debe mantenerse constante dentro de cada uno.

Lectura directa de los gráficos

A continuación, les presentamos algunas actividades para revisar la lectura directa de gráficos, así como la inferencia de información a partir de esa lectura y las limitaciones que presentan los gráficos para representar un fenómeno.

1. En la casa de Agustina tienen un tanque de agua de 500 litros de capacidad. El siguiente gráfico muestra la cantidad de agua en ese tanque durante las 12 primeras horas de un día.



a. ¿Cuántos litros de agua contenía el tanque a las 3 am? ¿Y a las 8 am? ¿Qué diferencias encuentran en la lectura de esos dos datos del gráfico?

b. Registren tres momentos en los que, a partir de gráfico, se pueda obtener la capacidad exacta de agua en el tanque, y tres momentos en los que se pueda obtener de forma aproximada.

c. ¿En qué período el tanque estaba lleno? ¿Cómo se dieron cuenta?

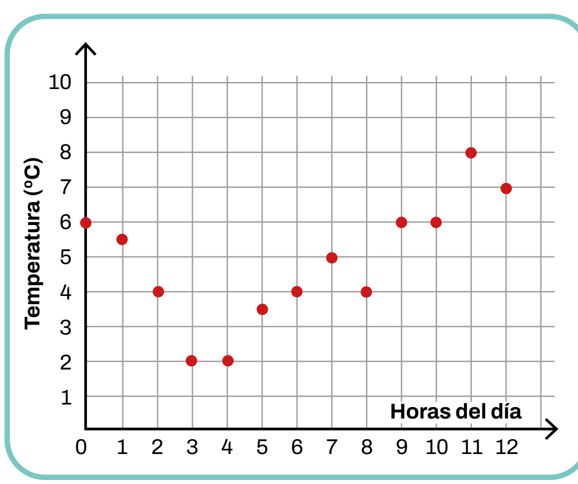
d. Analicen en qué períodos (aproximadamente) la cantidad de agua en el tanque disminuye y en cuáles aumenta. ¿Por qué puede ocurrir esto?

e. Juan dice que a las 13 horas el tanque contenía 300 litros de agua. ¿Están de acuerdo con él? ¿Por qué?

2. El gráfico de la derecha muestra las temperaturas medidas en determinados momentos durante las 12 primeras horas de un día de invierno en la Ciudad de Buenos Aires.

a. ¿Cuál fue la temperatura a la hora 0 (medianoche)? ¿Y a las 5 de la mañana?

b. ¿Cuál fue la temperatura a las 2 de la mañana? ¿Hubo otros momentos en los que se registró la misma temperatura? Expliquen cómo lo pensaron.



Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

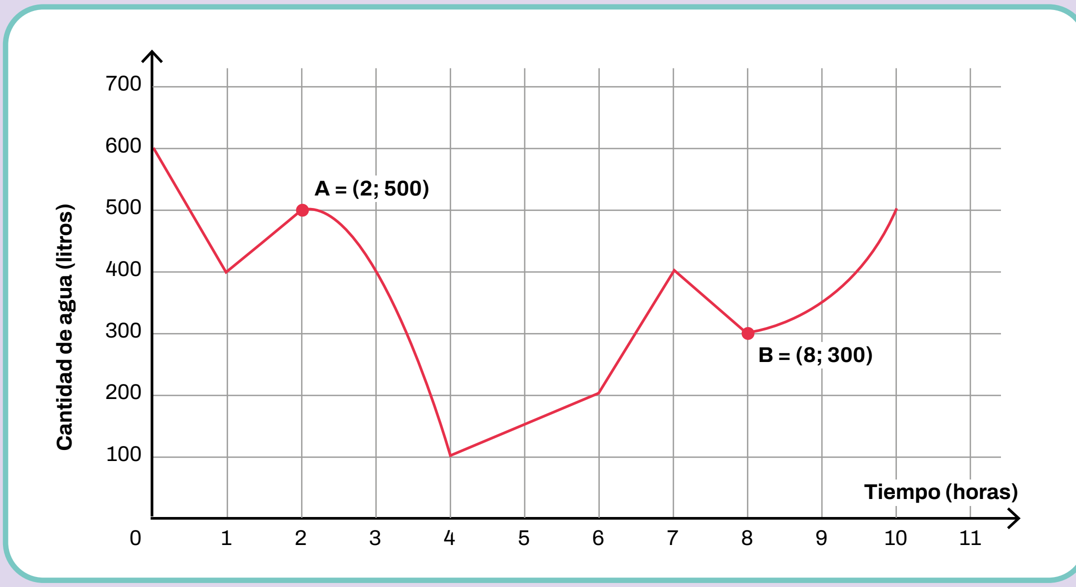
Matemática

c. ¿Cuál fue la temperatura máxima registrada durante las primeras 12 horas del día? ¿En qué momentos se registró esa temperatura?
d. ¿Cuál fue la temperatura mínima registrada durante las primeras 12 horas del día? ¿En qué momentos se registró esa temperatura?
e. ¿Se puede determinar cuál fue la temperatura a las 4:30 de la mañana? ¿Por qué?
f. Juani dice que a las 8 la temperatura fue de 4 °C, pero Maru dice que es al revés, que a las 4 la temperatura fue de 8 °C. ¿Con quién están de acuerdo? ¿Por qué?

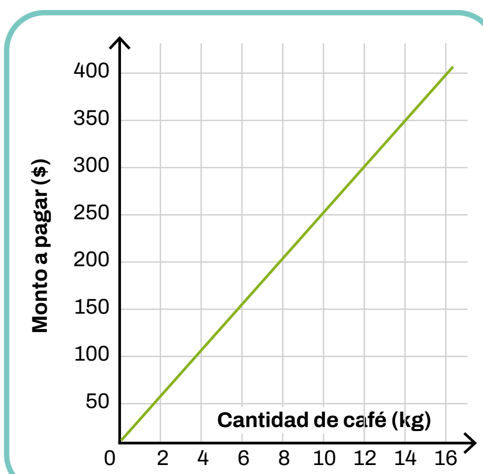
PARA RECORDAR

En un sistema de coordenadas cartesianas, cada punto está asociado a un par de valores. Para indicar este par, los valores se escriben entre paréntesis y separados por un punto y coma. El primer valor siempre corresponde a la variable independiente, y el segundo, a la variable dependiente. A este par de valores se lo llama **par ordenado**.

Por ejemplo, en el siguiente gráfico, que representa la cantidad de agua que tiene un tanque en determinados momentos del día, el par ordenado A = (2; 500) indica que luego de dos horas el tanque tiene 500 litros de agua.

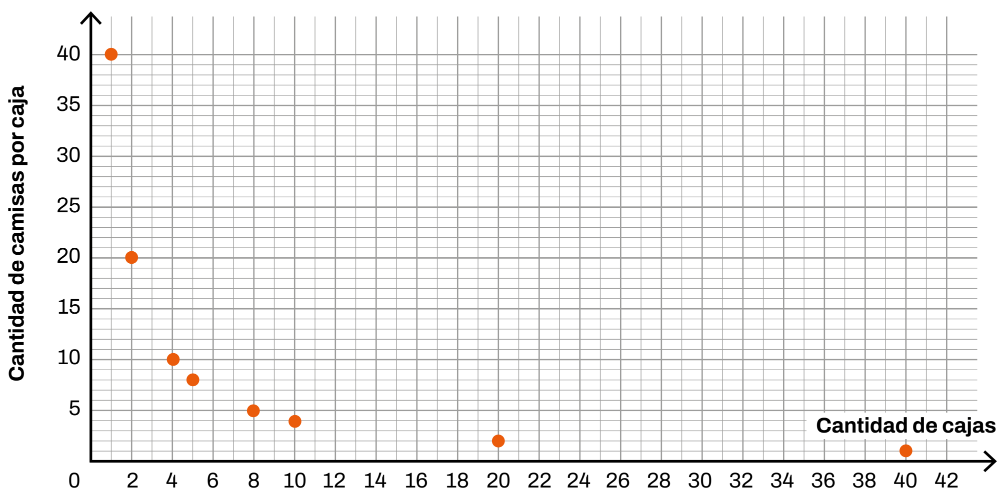


3. Este gráfico indica, según registros del año 2000, el precio (en $) que se debía pagar según la cantidad de café (en kilogramos) que se deseaba comprar.
a. ¿Cuánto costaba un kilogramo de café? Expliquen cómo lo pensaron.
b. Si no se aplicaban promociones, ¿cuánto se debía pagar por 32 kg de café?
c. Joaquin dice que los puntos del gráfico no deben unirse porque el café, como mínimo, en aquellos años se compraba en paquetes de un cuarto de kilo. ¿Están de acuerdo?



Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

4. Para organizar mejor su stock, un comerciante quiere guardar en cajas las camisas del depósito, de manera tal que en cada caja haya la misma cantidad de camisas. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de camisas por caja en función de la cantidad de cajas a utilizar, para todas las posibilidades que encontró el comerciante.



a. ¿Cuántas camisas por caja se guardan si se usan 10 cajas? ¿Y si se usan 2 cajas?
b. ¿Cuántas camisas tiene el comerciante en el depósito?
c. ¿Les parece que tiene sentido unir los puntos que forman este gráfico? Si respondieron que sí, expliquen cómo los unirían; si su respuesta fue no, expliquen por qué.

PARA RECORDAR

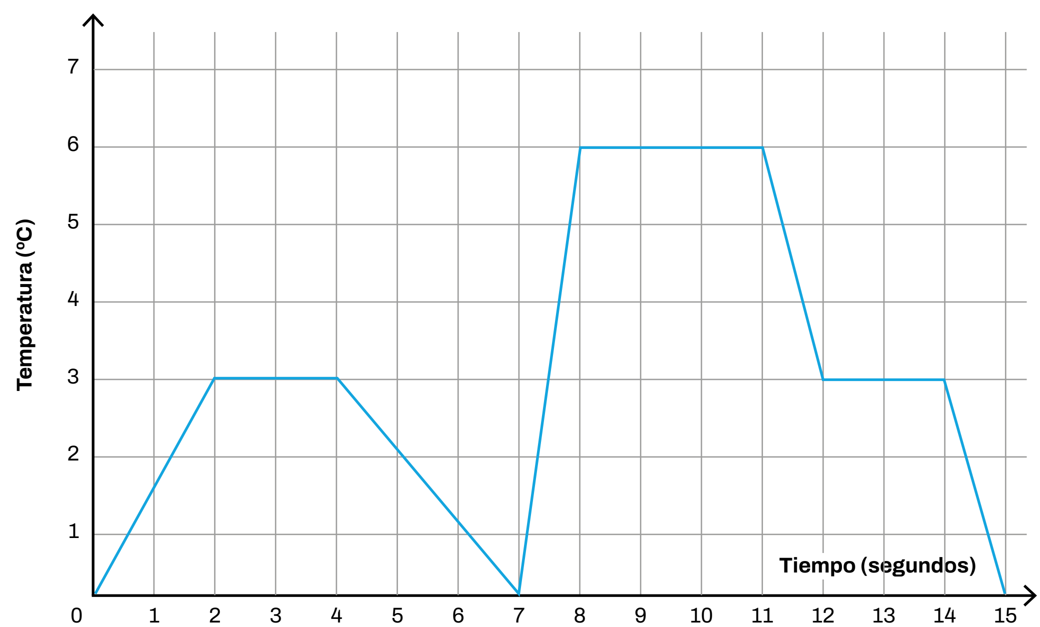
Las **variables discretas** son aquellas que toman valores enteros, como la cantidad de cajas o la cantidad de camisas. En estos casos, los puntos del gráfico no se unen, porque no tiene sentido hablar de valores intermedios. Por ejemplo, no podemos tener 2,5 cajas o 3,7 camisas. Las soluciones están limitadas a valores enteros o específicos que tienen sentido en el contexto.

Por otro lado, las **variables continuas** son aquellas que pueden tomar cualquier valor dentro de un rango específico. Por ejemplo, el peso de un objeto o el tiempo transcurrido. En estos casos, los puntos del gráfico se unen, porque los valores intermedios también tienen sentido. Por ejemplo, podemos medir 2,4 kg de arroz o 3,7 litros de agua.

Funciones dadas por tabla de valores

Aquí deberán resolver una serie de actividades vinculadas con las funciones dadas por tabla de valores.

1. En un laboratorio se llevó a cabo un experimento y se registró en un gráfico la variación de la temperatura de una sustancia (en grados centígrados) en función del tiempo transcurrido, medido en segundos.



a. Completen la siguiente tabla que relaciona la temperatura de la sustancia (en °C) en función del tiempo transcurrido (en segundos):

Tiempo (segundos)	0	5	9		14	
Temperatura (°C)				3		0

PARA RECORDAR

Una **función** describe una relación entre dos variables, en la cual a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. Este concepto resulta fundamental para interpretar cómo las cantidades cambian bajo cierta regularidad en su comportamiento, lo que las convierte en una herramienta esencial para modelizar situaciones de cambio.

Además, el uso de funciones en contextos reales no solo simplifica la representación de situaciones complejas, sino que también ayuda a resolver problemas y tomar decisiones basadas en datos cuantitativos.

2. Un tren realiza un recorrido desde la cabecera hasta la estación terminal, realizando paradas en distintos pueblos. En la siguiente tabla se relaciona la distancia a la que se encuentra el tren respecto de la estación terminal, en función del tiempo transcurrido:

Tiempo (minutos)	0	2	5	7	10	12	15	30
Distancia a la estación terminal (kilómetros)	40	10,5	9	7	5	4	1,5	0

a. ¿Cuánto tiempo tarda el tren en llegar desde la cabecera hasta la estación terminal?
b. ¿Qué distancia recorre en total?
c. ¿Es posible saber a qué distancia (en km) se encuentra el tren a los 18 minutos? Si responden que sí, especifiquen en qué kilómetro se encontrará. Si su respuesta es no, expliquen por qué.

PARA RECORDAR

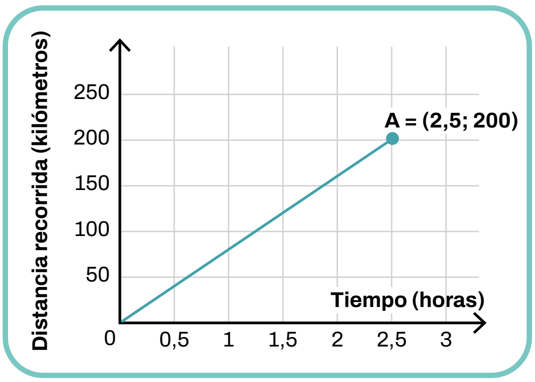
Se llama **dominio** de una función al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente, es decir, aquellos para los cuales la función está definida. Por otro lado, se denomina **imagen** al conjunto de todos los valores que efectivamente toma la variable dependiente como resultado de la función.

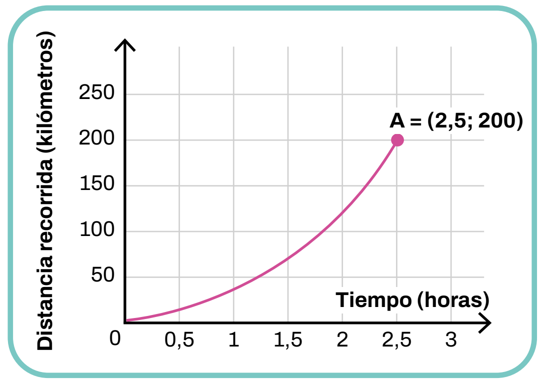
Estos conceptos son esenciales para comprender y describir las funciones, ya que permiten analizar de manera precisa las relaciones entre las variables involucradas y el alcance de la función en un contexto determinado.

3. Un camión se desplaza a velocidad constante durante cierto intervalo de tiempo.
   a. A partir de los datos disponibles, completen la siguiente tabla que relaciona la distancia (en kilómetros) que recorre el camión a medida que transcurre el tiempo (en horas).

Tiempo (horas)	0	0,5	1	2	2,5
Distancia recorrida (kilómetros)		40			

   b. ¿Cuál es el gráfico que representa correctamente la distancia recorrida por el camión durante ese tiempo? Expliquen el porqué de su elección.





4. En 2010, para alquilar una bicicleta había que abonar un monto fijo de $200 y luego, $100 por cada hora de uso.
   a. Completen la tabla, que relaciona el monto a pagar por el servicio (en $) en función del tiempo (en horas) de alquiler.

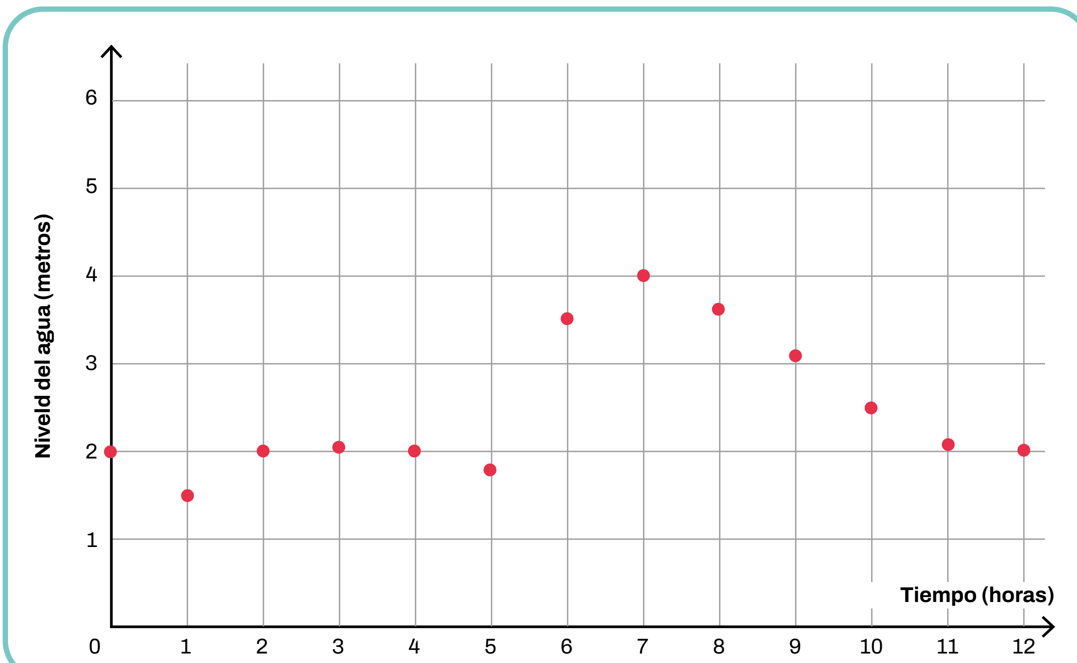
Tiempo de alquiler (horas)	1	2	3		5	
Monto a pagar ($)				600		

   b. Completen la última columna con una cantidad de tiempo elegida por ustedes y el monto a pagar correspondiente, según dicha cantidad.
   c. Juana completó con 6 horas y $1.400 la última columna. ¿Creen que es correcto? ¿Por qué?

Relación entre tabla y gráfico cartesiano

En las siguientes actividades trabajarán la relación entre tabla y gráfico cartesiano para situaciones de dominio continuo y discreto.

1. En un parque nacional, un grupo de investigadores midió el nivel del agua de un río a lo largo de medio día. Para eso, contaban con un instrumento que les permitió registrar el nivel del agua (en metros) cada hora. Luego de recabar toda la información, hicieron el gráfico que se muestra a continuación.



a. ¿Cuál fue el nivel del agua registrado a las 7 horas? Justifiquen su respuesta utilizando el gráfico.

b. ¿En algún momento el nivel del agua fue de 3 metros? Expliquen cómo llegaron a esta conclusión.

c. ¿Cuál fue el nivel máximo del agua registrado según el gráfico? Describan cómo identificaron este valor.

d. ¿Tiene sentido unir los puntos del gráfico? Si creen que sí, expliquen cómo unirían los puntos y justifiquen por qué hacerlo.

e. A continuación, se presentan diferentes tablas con los registros iniciales de los investigadores. Indiquen cuál o cuáles de estas tablas podrían corresponder a los datos reflejados en el gráfico y expliquen por qué.

Tabla 1	
Tiempo (horas)	**Nivel de agua (metros)**
0	1,6
1	1,5
2	2
3	2,1
4	2,05

Tabla 2	
Tiempo (horas)	**Nivel de agua (metros)**
0	2
1	1,6
2	2
3	2,2
4	2,1

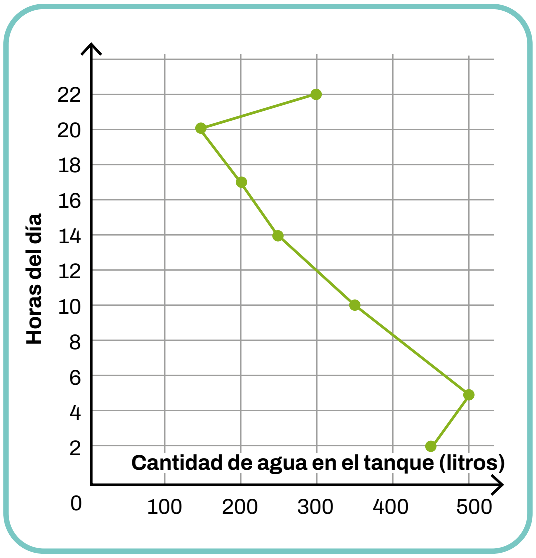
Tabla 3	
Tiempo (horas)	**Nivel de agua (metros)**
0	2
1	1,5
2	2
3	2
4	2

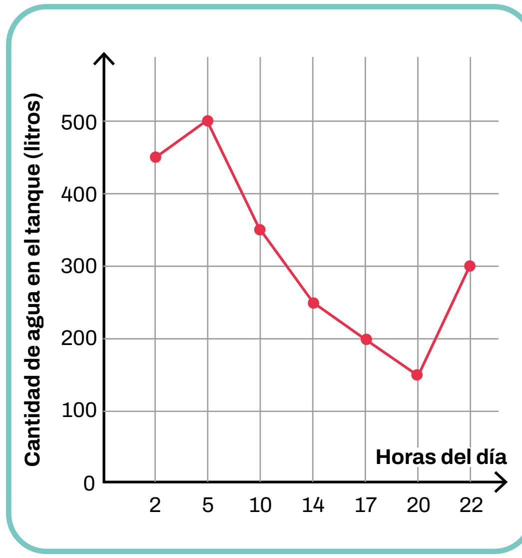
Tabla 4	
Tiempo (horas)	**Nivel de agua (metros)**
0	2
1	1,5
2	2
3	2,1
4	2,05

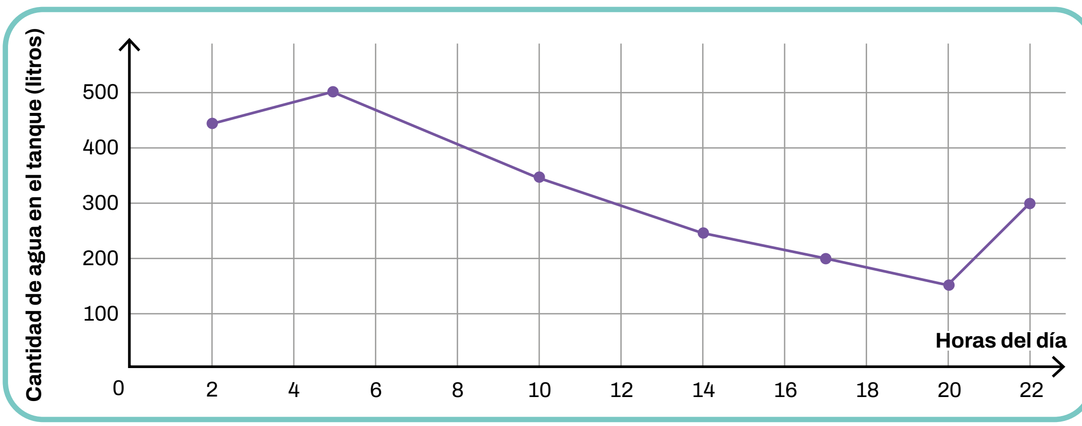
2. En la siguiente tabla se registró la cantidad de agua que contenía un tanque en determinados momentos del día.

Hora del día	2	5	10	14	17	20	22
Cantidad de agua en el tanque (litros)	450	500	350	250	200	150	300

a. ¿Cuál o cuáles de los siguientes gráficos puede representar la cantidad de agua en el tanque a lo largo del día? Expliquen todas sus conclusiones.







b. En la tabla se registraron determinados valores para distintos momentos del día. ¿Cómo pueden verse esos valores en el gráfico que seleccionaron? ¿Qué significan los segmentos que unen los puntos en ese gráfico?

3. Agustín trabaja en una empresa que tiene un tanque de agua que se llena mediante una bomba que, durante ciertos intervalos de tiempo, vierte agua de manera constante. Para controlar el funcionamiento del artefacto, una mañana tuvo que registrar en una tabla el volumen de agua que contenía el tanque en ciertos momentos.

Tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)	30	60	90	100	120
Volumen de agua en el tanque (litros)	390	500	700	880	950

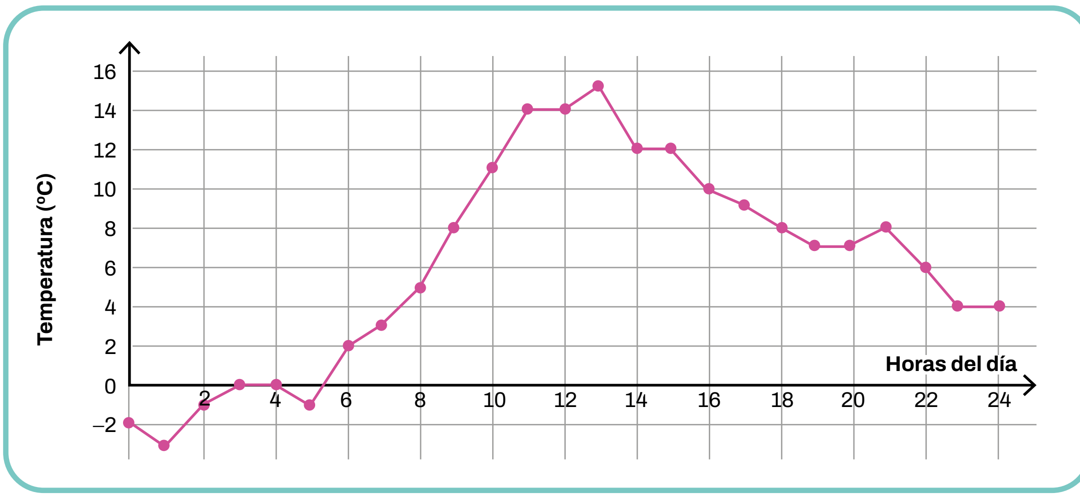
a. Representen los datos de la tabla en un gráfico cartesiano.
b. ¿Tiene sentido unir los puntos que graficaron? ¿Por qué?
c. Escriban en sus carpetas qué tuvieron que tener en cuenta para realizar el gráfico.
d. ¿En qué períodos la bomba hizo ingresar una mayor cantidad de agua por minuto en el tanque? ¿Cómo se dan cuenta a partir del gráfico? ¿Y en la tabla?

4. En la siguiente tabla se registraron las temperaturas de la Ciudad de Buenos Aires a lo largo de un día de invierno.

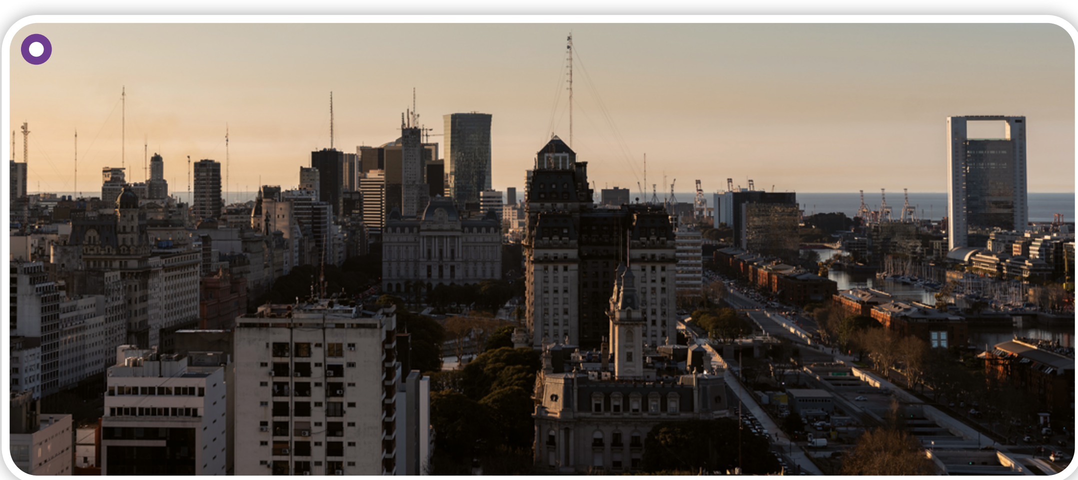
Hora del día	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Temperatura (°C)	–2	–3	–1	0	0	–1	2	3	5	8	11	14	14

Hora del día	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Temperatura (°C)	15	12	12	10	9	8	7	7	8	6	4	4

Matías realizó el siguiente gráfico para representar los datos de la tabla.



a. ¿El gráfico y la tabla tienen la misma información?
b. ¿Cuáles fueron las temperaturas máxima y mínima del día? ¿En cuál de las dos representaciones es más fácil obtener esos datos?
c. Encuentren dos momentos del día en los que se haya registrado la misma temperatura. ¿Cómo se obtiene esa información en la tabla? ¿Y en el gráfico?
d. ¿Cómo se observan en el gráfico los momentos del día en los que se registraron temperaturas bajo cero?



5. Lucas comenzó a subir videos con sus jugadas de ajedrez a una plataforma. Para analizar qué tipo de contenido atrae más seguidores, subió un video diario, durante diez días. Las métricas arrojaron la siguiente información:

Tiempo (días)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cantidad de visualizaciones	0	3	3	10	5	12	6	14	2	7

a. ¿Cuál fue el día con mayor cantidad de visualizaciones? ¿Y el menor?
b. Representen los datos de la tabla en un sistema de ejes cartesianos.
c. ¿Tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?
d. Julián dice que el día número 15 tendrá 8 visualizaciones. ¿Tiene sentido lo que dice Julián? ¿Por qué?

PARA RECORDAR

Las funciones son herramientas que permiten modelizar, describir y caracterizar determinadas relaciones entre variables. Existen diversas maneras de representar estas relaciones, cada una con características y alcances particulares.

A lo largo de este capítulo se estudiaron las funciones desde los registros **gráficos**, **tabulares** y **verbales**, para estudiar modelos constituidos por variables continuas o discretas.

La pertinencia de cada uno de estos registros depende del fenómeno que se quiera analizar. Además, las representaciones gráficas permiten inferir información de una manera global sobre la situación que esta herramienta describe; en cambio, existen otras formas de representación, como las fórmulas, que permiten realizar una descripción puntual del modelo de estudio.

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas los ayudarán a pensar:

a. ¿Qué características tuvieron las actividades que les resultaron más fáciles? ¿Y las que les resultaron más difíciles?
b. ¿Qué conceptos o ideas nuevas aprendieron?
c. ¿Qué conceptos o ideas recordaban de los años anteriores?
d. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?
e. ¿Qué se debe tener en cuenta para analizar un gráfico?
f. ¿Qué se debe tener en cuenta para construir un gráfico en un sistema de ejes cartesianos?

CAPÍTULO 7

Funciones II

El envío del regalo

Juano quiere enviarle a su tío, que vive en Madrid, una caja con un regalo de cumpleaños. Dos empresas de envíos internacionales tienen sus sucursales en la Ciudad de Buenos Aires. Estas dos empresas realizan envíos a Europa de encomiendas de hasta 15 kilos. En sus redes sociales, las empresas tienen publicadas las siguientes promociones.

A continuación, respondan:

a. ¿Qué empresa le conviene contratar a Juano si la encomienda tiene un peso 2,5 kg? Expliquen cómo lo pensaron.

b. Agustina, la hermana de Juano, el mes pasado envió una encomienda que pesaba 5 kilos a una amiga que vive en Londres y dijo que utilizó los servicios de "La Veloz" porque le cobraban más barato que la otra empresa. ¿Es cierto lo que dijo Agustina? Justifiquen sus respuestas.

En este capítulo cultivarán un sentido de compromiso y participación activa en el aprendizaje de la matemática. Comprenderán la importancia de conocer y valorar los principios, derechos y deberes dentro del aula en un contexto democrático.

COMPROMISO Y COLABORACIÓN

Modelos directamente proporcionales

En este apartado, deberán resolver una serie de actividades para trabajar sobre modelos directamente proporcionales.

1. Maxi quiere hacer una limonada y encontró escrita una receta que indica mezclar 50 cm^3 (centímetros cúbicos) de jugo de limón y 200 cm^3 de agua.

a. Si usa la misma receta, ¿cuánta agua necesita Maxi, si quiere utilizar 350 cm^3 de jugo de limón?

b. Ayuden a Maxi a completar la siguiente tabla con las cantidades que necesita de cada uno de los ingredientes.

Cantidad de jugo de limón (en cm^3)	25	50	75	125	
Cantidad de agua (en cm^3)		200			600

c. Maxi se dió cuenta que si suma las cantidades de agua correspondientes a 25 cm^3 y 50 cm^3 de jugo limón, obtiene el valor que le corresponde a 75 cm^3 del mismo jugo. ¿Por qué es correcta su estrategia? ¿Para qué otros valores de la tabla podría utilizarla?

d. Ignacio, el hermano de Maxi, dice que para calcular la cantidad de agua se puede multiplicar la cantidad de jugo de limón por 4. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?

2. En una panadería saben que necesitan $\frac{1}{2}$ kilo de dulce de leche para rellenar y decorar dos tortas de chocolate.

Completen la siguiente tabla con los datos que faltan. Luego, respondan las preguntas.

Cantidad de tortas	2	8		20	25		
Cantidad de dulce de leche (kg)	$\frac{1}{2}$		3,5			8	10

a. ¿Cuántas tortas se pueden rellenar y decorar con $3\frac{1}{2}$ kilos de dulce de leche?

b. ¿Alcanzan 1 kilo y $\frac{3}{4}$ de dulce de leche para 6 tortas? ¿Por qué?

c. ¿Cómo determinan la cantidad de dulce de leche para 60 tortas? ¿Qué columnas de la tabla les sirven para completarla? ¿Por qué?

d. Para determinar la cantidad de tortas para 18 kg de dulce de leche, ¿qué datos de la tabla pueden considerar?

3. En un depósito se almacenan latas embalándolas en cajas. Todas las cajas contienen la misma cantidad de latas.

a. Completen la tabla con las cantidades de latas y de cajas que faltan en cada casillero.

b. ¿Cuántas latas se embalan en cada una de las cajas?

c. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de latas (L) que se pueden embalar en una determinada cantidad de cajas (C). Expliquen todas sus conclusiones.

Cantidad de cajas (C)	Cantidad total de latas (L)
5	75
15	
20	
25	
	600

$L = 75 \cdot C$ $L = 15 \cdot C$ $C = 15 \cdot L$

4. En un negocio de ropa cobran un 20% de recargo por pagar con tarjeta de crédito. Si *p* representa el precio de lista de cualquier producto de la tienda, ¿cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular el precio final del artículo, si este se abona con tarjeta de crédito? Expliquen cada una de sus respuestas.

a. $\frac{20}{100} \cdot p$

b. $(120 \cdot p) : 100$

c. $120 \cdot p$

d. $\frac{6}{5} \cdot p$

e. $\frac{1}{5} \cdot p$

f. $1{,}2 \cdot p$

g. $p + 0{,}2$

h. $p \cdot \frac{20}{200} + p$

PARA RECORDAR

Dos cantidades se relacionan de manera directamente proporcional si se cumple que al doble de una de las cantidades le corresponde el doble de la otra cantidad; al triple de una le corresponde el triple de la otra, etcétera.

Además, entre otras características de los modelos directamente proporcionales, las fórmulas que representan este tipo de relaciones son de la forma $y = k \cdot x$, donde k es la constante de proporcionalidad.

5. Para la confección de un mapa se utilizó una escala en particular.

a. A partir de la información que se presenta en la siguiente tabla, indiquen cuál fue la escala establecida. Expliquen cómo hicieron para determinarla.

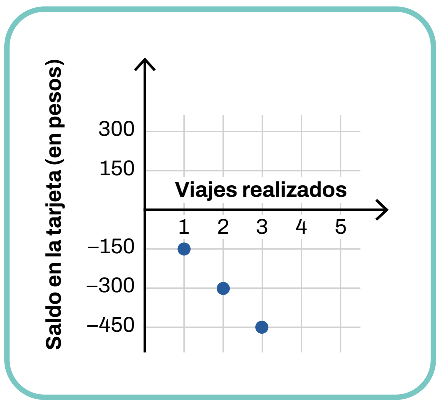
Distancia en el mapa (cm)	4	5,5	6,2	7
Distancia real (km)	200	275	310	350

b. ¿Existe una relación de proporcionalidad directa entre los valores de la distancia real y la distancia en el mapa? Expliquen cómo lo decidieron.

PARA RECORDAR

En los modelos directamente proporcionales, además de las características mencionadas previamente, también se cumple que el cociente entre las magnitudes que intervienen es **constante**. Es decir, se cumple que $k = \frac{y}{x}$, donde k es la constante de proporcionalidad.

6. Martín es cadete en una oficina del microcentro porteño. Antes de salir a realizar los trámites del día, compró una tarjeta para viajar en un kiosco, pero no le cargó dinero. En el siguiente gráfico se representa la relación entre el saldo que Martín tenía en su tarjeta y los viajes que realizó en colectivo durante esa jornada.



a. ¿Qué saldo tendrá la tarjeta de Martín luego de realizar un quinto viaje?

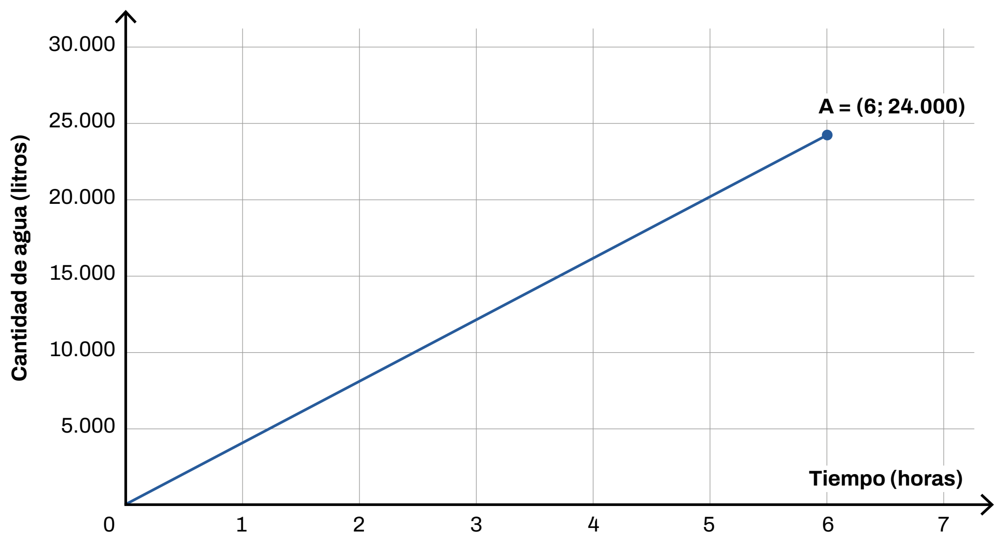
b. Suponiendo que la tarjeta admite un saldo negativo de $–2.100, ¿cuántos viajes más podrá realizar Martín sin cargar la tarjeta?

c. En este caso en particular, ¿por qué es correcto afirmar que existe una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de viajes que puede realizar Martín y el saldo de su tarjeta?

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

7. Mariano decide llenar la pileta de su casa, que tiene una capacidad de 24.000 litros de agua y que se encontraba totalmente vacía. Para eso utiliza una bomba que vierte agua al interior de la pileta de manera constante. El siguiente gráfico representa la cantidad de agua que tiene la pileta de Mariano a medida que transcurre el tiempo.



A partir del gráfico anterior, decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.

a. Luego de 4 horas, la pileta contaba con 16.000 litros de agua en su interior.

b. No es posible determinar cuántos litros de agua ingresan en la pileta por hora.

c. Existe una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de agua que tiene la pileta y el tiempo que dura el proceso de llenado.

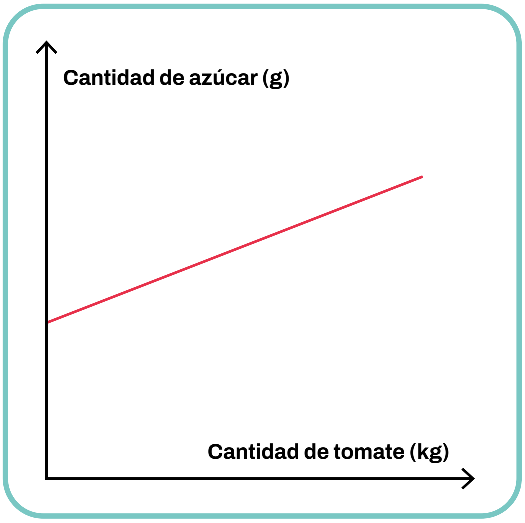
d. La pileta tarda 7 horas en llenarse.

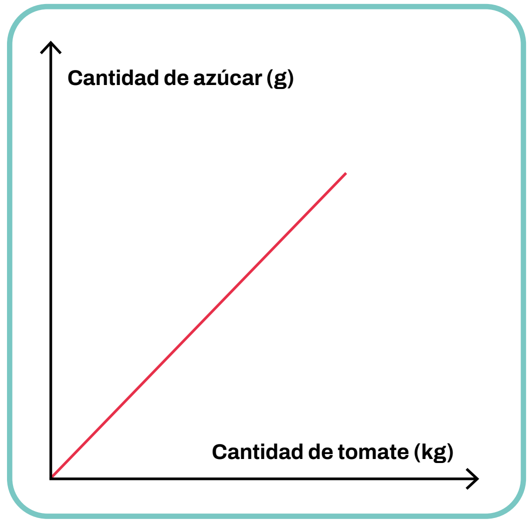
e. No es posible determinar la cantidad exacta de agua que habrá en la pileta luego de 5 horas y media.

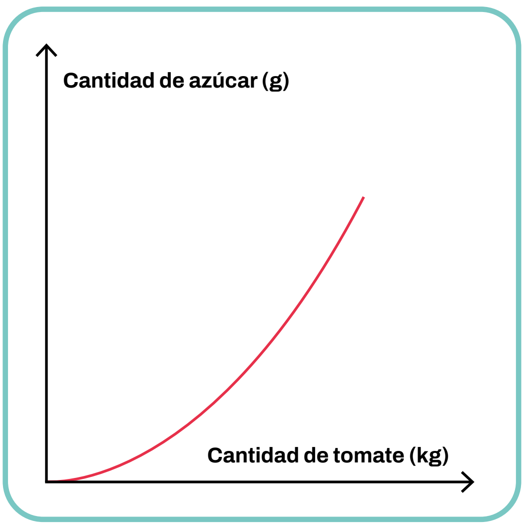
8. Josefina prepara dulce de tomate. Por cada kilo de tomate agrega 600 g de azúcar.

a. Escriban una fórmula que le permita a Josefina calcular la cantidad de azúcar (en g) que necesita comprar en función de la cantidad de tomates (en kg) que tiene para preparar dulce.

b. Indiquen cuáles de los siguientes gráficos permiten representar la cantidad de azúcar necesaria (en g) para cada cantidad de tomates (en kg). Expliquen cómo lo pensaron.







9. ¿Cuáles de las siguientes relaciones creen que son de proporcionalidad directa? Expliquen su respuesta.
   a. La relación entre el peso de las personas y su estatura.
   b. La relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.
   c. La relación entre el perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.
   d. La relación entre la edad y el peso de una persona.
   e. La relación entre la cantidad de autos y las personas que viajan en ellos.
   f. La relación entre la cantidad de tortas vendidas y el precio final por pagar.

PARA PROFUNDIZAR

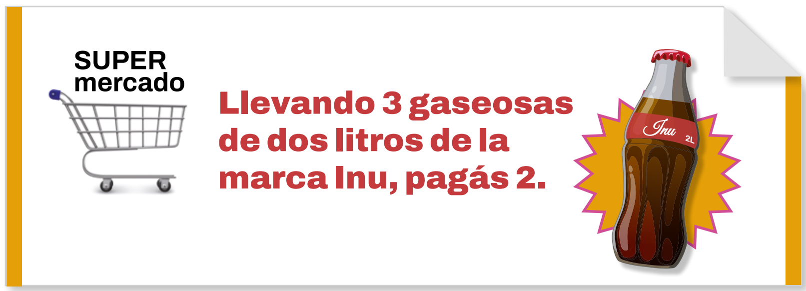
En este QR tienen disponibles más actividades sobre relaciones de proporcionalidad directa.

https://bit.ly/3ZhSVQm

¿Modelos directamente proporcionales?

A continuación, deberán resolver otro conjunto de actividades para revisar los modelos directamente proporcionales.

1. En el supermercado del barrio hicieron el siguiente anuncio:



a. Sabiendo que cada gaseosa de 2 litros de esa marca cuesta $1.200, ¿cuánto pagará un cliente que desea comprar 4 de esas gaseosas? ¿Y si desea comprar 6?

b. A partir de la información de la promoción, completen la siguiente tabla.

Cantidad de gaseosas Inu de 2 litros	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio por pagar ($)										

c. En un sistema de ejes cartesianos, realicen un gráfico que represente la relación entre la cantidad de gaseosas compradas y el precio por pagar. Para la elaboración del gráfico pueden utilizar la información de la tabla de la consigna anterior.

d. En este caso particular, la relación entre la cantidad de gaseosas de dos litros compradas y el precio total a pagar, ¿es de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

2. La siguiente tabla relaciona las edades que tendrán dos hermanas, Valeria y Daniela, en diferentes etapas de sus vidas.

a. Completen la tabla.

Edad de Valeria (años)	8	16		32	64
Edad de Daniela (años)	4		16		

b. ¿Existe una relación de proporcionalidad directa entre las edades de Valeria y Daniela? ¿Por qué?

3. Una empresa de gas cobra $2.000 fijos por el mantenimiento mensual del servicio y además, $300 por cada m^3 (metro cúbico) de gas consumido.

a. Completen la siguiente tabla que relaciona los m^3 de gas consumidos por un usuario durante un mes con el monto final por pagar.

Consumo mensual de gas (m^3)	5	10	15	20	21	40
Monto por pagar ($)						

b. Representen en un gráfico cartesiano la información de la tabla.

c. ¿Cuánto pagará un usuario que consumió en el último mes 65 m^3 de gas? ¿Qué cálculos realizaron para responder a la pregunta anterior?

d. Escriban una fórmula que les permita calcular el precio final que un usuario debe pagar por los m^3 de gas consumidos durante un mes.

e. ¿Existe una relación de proporcionalidad directa entre el consumo mensual de gas (en m^3) y precio final por pagar? ¿Por qué?

4. Se utilizó una bomba que vierte agua a ritmo constante para llenar una pileta que ya contenía algo de agua. La siguiente tabla muestra la cantidad de agua que contenía la pileta en determinados momentos, luego de encendida la bomba.

Tiempo luego de encendida la bomba (minutos)	10	20	30
Cantidad de agua en la pileta (litros)	95	175	255

a. ¿Qué cantidad de agua contenía la pileta a los 40 minutos de encendida la bomba? ¿Y a los 45?

b. Por cada minuto, ¿cuánta agua ingresa en la pileta?

c. ¿Cuál de las siguientes fórmulas permite calcular la cantidad de agua (L) en la pileta en función del tiempo (m) desde que fue encendida la bomba? Expliquen cómo lo pensaron.

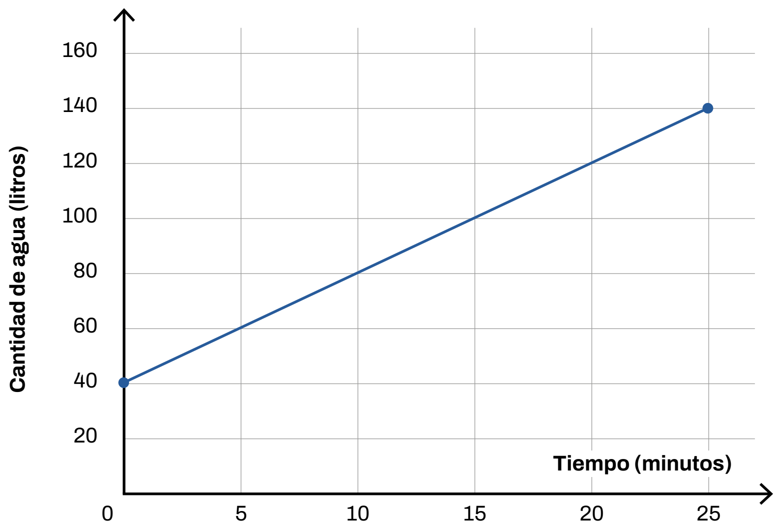
$L = 10 \cdot m + 80$ $\quad$ $L = 8 \cdot m$ $\quad$ $L = 10 \cdot m + 95$

$L = 8 \cdot m + 95$ $\quad$ $L = 8 \cdot m + 15$

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

5. El siguiente gráfico representa el proceso de llenado de un tanque de agua:



a. ¿Cuánta agua ingresa por minuto en el tanque?
b. ¿Cuánta agua hay en el tanque a los 10 minutos del proceso de llenado?
c. ¿Cuánta agua hay en el tanque a los 17 minutos del proceso de llenado?
d. ¿Existe una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de agua que hay en el tanque (litros) y el tiempo de llenado (minutos)?

6. Respondan las siguientes consignas.
a. ¿Por qué los problemas 1 y 2 de este tema no representan una relación de proporcionalidad directa entre las variables que intervienen?
b. Los problemas 3, 4 y 5 de este tema no representan una relación de proporcionalidad, pero tienen una característica común en la manera en que cambian los valores de las variables. ¿Cuál es esa característica?

PARA RECORDAR

Existe una relación de variación uniforme entre dos variables cuando, por cada unidad que aumenta la variable independiente, la variable dependiente aumenta o disminuye una cantidad fija. Esto implica que el cambio en la variable dependiente es constante y predecible, lo que se refleja en un patrón lineal.

Situaciones de variación uniforme

En esta sección, tendrán que resolver una serie de actividades para trabajar con situaciones de variación uniforme.

1. En un rectángulo, se sabe que la longitud de la base es el doble de la longitud de la altura.

a. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo que tiene una base de 6 cm de longitud y que además cumple con la condición enunciada? ¿Y el perímetro de un rectángulo de 7 cm de base?

b. La relación entre el perímetro de un rectángulo que cumple con la condición establecida y la longitud de su base, ¿es una relación de variación uniforme? ¿Por qué?

c. ¿Por qué es correcto afirmar que no existe una relación de variación uniforme entre el área de un rectángulo que cumple con la condición establecida y la longitud de su base? Justifiquen sus respuestas.

2. Felipe comenzó el año ahorrando dinero todos los meses. En el mes de enero ahorró \$100.000. ¿Se puede saber el total de dinero que ahorró Felipe desde principio de año hasta el mes de junio? ¿Por qué?

3. Indiquen en cuáles de los problemas del tema anterior ("¿Modelos directamente proporcionales?") es posible identificar una relación de variación uniforme entre las variables que intervienen. Justifiquen sus respuestas.

Matemática

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

La función lineal como modelizadora de situaciones de variación uniforme

Aquí trabajarán con el concepto de función lineal como modelizadora de situaciones de variación uniforme.

1. El conductor de un vehículo decide, en cierto momento, ingresar a una estación de servicio para cargar combustible, ya que el tanque solo contaba con 12 litros de nafta en su interior.

a. Si el surtidor vierte 1 litro de nafta cada 4 segundos, ¿cuántos litros de combustible hay en el tanque luego de 10 segundos de iniciado el llenado? ¿Y luego de 20 segundos?

b. ¿Es correcto afirmar que existe una relación de variación uniforme entre las variables que intervienen? ¿Por qué?

c. Sabiendo que el tanque tiene una capacidad máxima de 60 litros, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse?

d. ¿Cuál de las siguientes fórmulas permite calcular la cantidad de nafta que tiene el tanque del vehículo (L) a medida que transcurre el tiempo de llenado (S)? Expliquen cómo lo pensaron.

$L = 4 \cdot S$ $\quad$ $L = 12 \cdot S$ $\quad$ $L = 4 \cdot S + 12$ $\quad$ $L = 60 - 4 \cdot S$

2. En un laboratorio se realizó un experimento para estudiar la variación de la temperatura de una sustancia sometida a una fuente de calor. La fórmula $G = 4 \cdot t + 12$ representa la temperatura G (medida en °C) de la sustancia en función del tiempo *t* (medido en minutos) desde que se inicia el experimento:

a. ¿Cuál fue la temperatura de la sustancia al comenzar el experimento?

b. ¿Cuánto aumentó la temperatura por minuto?

c. ¿Cuál fue la temperatura de la sustancia luego de transcurridos 10 minutos?

d. ¿Cuánto tiempo transcurrió para que la sustancia alcance una temperatura de 72 °C?

e. Confeccionen un gráfico que represente la variación de la temperatura (en °C) de la sustancia en función del tiempo transcurrido (en minutos).

3. En la casa de Martina quieren cambiar el tanque y necesitan vaciarlo. En el momento en que se abren las canillas para descargarlo, estaba lleno con 100 litros de agua. Se sabe que el agua sale a un ritmo constante y que cada 15 minutos se extraen 20 litros.

a. Completen la tabla que relaciona el volumen de agua en el tanque (V), medido en litros, con el tiempo transcurrido desde el momento en que se comienza a vaciar (*t*), medido en minutos.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Tiempo (minutos)	0	15	30	33		60
Volumen de agua (litros)					40	

b. ¿Cuántos litros de agua pierde por minuto el tanque?
c. ¿Cuántos litros de agua tenía el tanque luego de 50 minutos?
d. ¿Qué cálculos realizaron para completar la tabla anterior? ¿Y para responder a la pregunta anterior? ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse el tanque?
e. Escriban una fórmula que les permita calcular la cantidad de agua en el tanque en función del tiempo transcurrido.

4. Durante un incendio forestal de gran magnitud, los bomberos tuvieron que extraer agua de un río mediante el uso de una bomba. Esto permitió que el tanque de uno de los camiones se pudiera llenar a un ritmo constante y sin interrupciones. El bombero encargado de controlar el llenado del tanque tomó algunas mediciones y las registró en la siguiente tabla. Al momento de encender la bomba, un sensor había indicado que el tanque tenía algo de agua:

Tiempo desde que se encendió la bomba (segundos)	15	30	50	60
Volumen de agua en el tanque (litros)	380	500	660	740

a. ¿Cuántos litros de agua tenía el tanque a los 45 segundos de encender la bomba?
b. ¿Cuál fue el volumen de agua que tenía el tanque a los 31 segundos de encender la bomba?
c. ¿Cuántos litros de agua ingresaron en el tanque por segundo?
d. ¿Cuántos litros de agua tenía el tanque cuando se encendió la bomba?
e. Con los valores que obtuvieron en las consignas **c** y **d**, escriban una fórmula que les permita calcular el volumen de agua en el tanque según la cantidad de segundos que transcurrieron desde que se encendió la bomba.

5. Inés llenó su pileta de lona con una manguera. Se sabe que durante el llenado el agua salía a un ritmo constante de 3 litros por minuto. En el momento de abrir la canilla, la pileta ya tenía algo de agua en su interior.

a. Completen la siguiente tabla que relaciona algunos volúmenes de agua contenidos en la pileta en distintos momentos luego de la apertura de la canilla.

Tiempo (minutos)	6	8	10	25	
Volumen de agua (litros)	28				49

b. Indiquen cuál o cuáles de los siguientes gráficos pueden representar la cantidad de agua en la pileta a medida que transcurre el tiempo desde que se encendió la bomba.

Gráfico 1

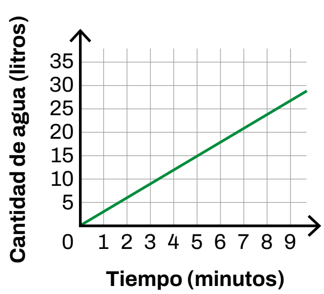


Gráfico 2

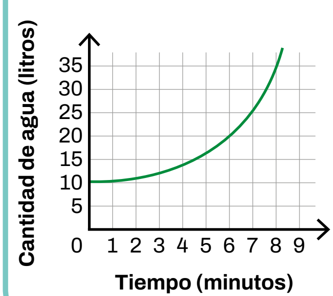
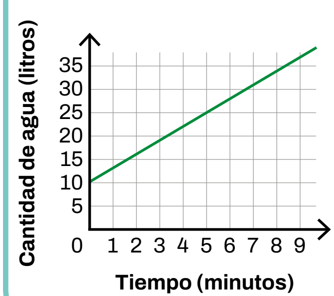
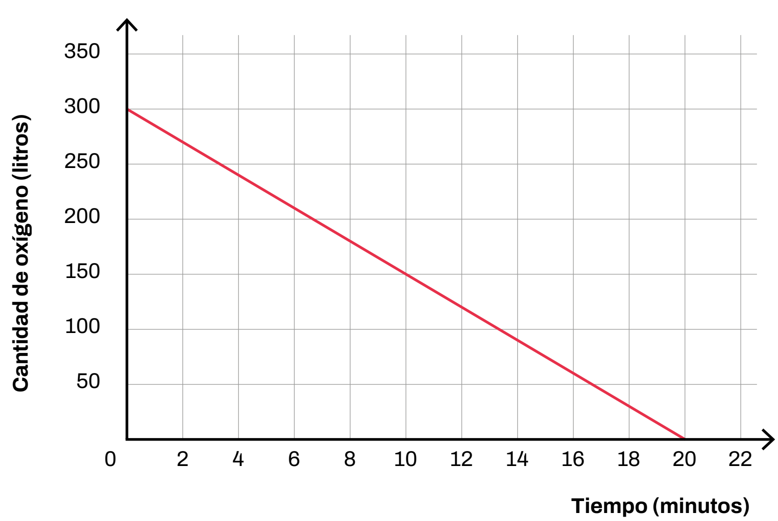


Gráfico 3



6. Un tanque de oxígeno, que se encontraba lleno, en un determinado momento se comienza a vaciar de manera constante. El siguiente gráfico representa la cantidad de oxígeno que hay en el tanque a medida que transcurre el tiempo de vaciamiento.



a. ¿Cuántos litros de oxígeno tenía el tanque en su interior antes de que comenzara a vaciarse?

b. ¿Cuántos litros de oxígeno pierde el tanque por minuto?

c. ¿Cuántos litros de oxígeno había en el tanque luego de 12 minutos de iniciado el proceso de vaciamiento?

d. Escriban una fórmula que les permita calcular la cantidad de oxígeno (L) en el tanque en función del tiempo de vaciamiento (M).

7. Analicen cuáles de estas fórmulas corresponden a funciones de proporcionalidad directa y cuáles a funciones lineales no proporcionales. Expliquen cómo lo pensaron.

a. $f(x) = 12x$
b. $g(x) = 12 + 5x$
c. $h(x) = 7x - 2$
d. $j(x) = x$

8. ¿En qué se diferencian las fórmulas correspondientes a funciones lineales no proporcionales de las de proporcionalidad directa?

9. ¿Cómo identifican, a partir de su fórmula, si una función es de proporcionalidad directa?

10. Representen gráficamente las siguientes funciones lineales.

a. $f(x) = -3x + 1$
b. $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$
c. $h(x) = 1 + 3x$

11. ¿Qué tienen en común los gráficos que realizaron en el ejercicio anterior?

PARA RECORDAR

Las situaciones de variación uniforme (crecimiento uniforme o decrecimiento uniforme) se pueden estudiar mediante funciones lineales. Estos modelos se pueden describir mediante fórmulas, tablas y gráficos.

Particularmente, las funciones lineales son aquellas que se pueden representar mediante fórmulas del tipo $y = m \cdot x + b$, o bien $f(x) = m \cdot x + b$, donde m y b son números cualesquiera, x es la variable independiente e y es la variable dependiente.

Por último, los gráficos que representan funciones lineales son rectas.

La noción de pendiente y ordenada al origen

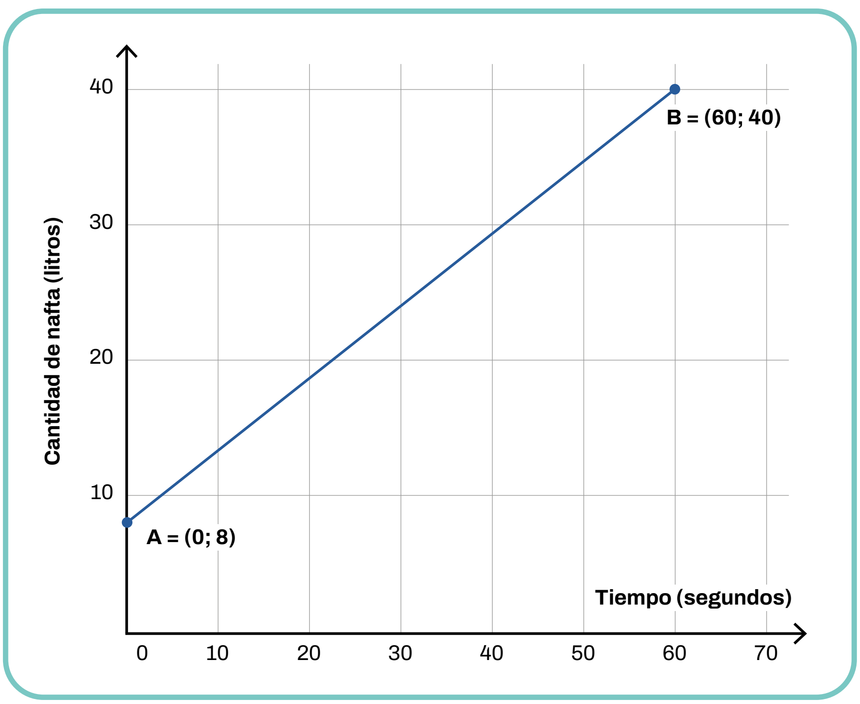
En esta última sección del capítulo trabajarán con actividades para abordar la noción de pendiente y ordenada al origen.

1. En el año 2016, Ramiro trabajó en un comercio que se dedicaba exclusivamente a la venta de fundas para celulares. El sueldo de los vendedores, en esa época, estaba conformado por un importe fijo y una comisión por cada funda que lograban vender. En la siguiente tabla, Ramiro registró el sueldo de algunos meses y la cantidad de fundas que vendió en esos períodos.

Cantidad de fundas vendidas	Sueldo ($)
200	10.200
250	10.500
300	10.800

a. ¿Cuál era la comisión que recibía Ramiro por cada funda vendida?
b. ¿Cuál era el importe fijo que recibía de sueldo cada vendedor?
c. Escriban una fórmula para calcular el sueldo mensual que cobraba Ramiro en función de las fundas vendidas durante ese período.

2. En un determinado momento, un conductor decide ingresar con su vehículo a una estación de servicio para cargar combustible. El siguiente gráfico representa la cantidad de nafta que tiene el tanque del automóvil, cuya capacidad máxima es de 40 litros, a medida que transcurre el tiempo de llenado.

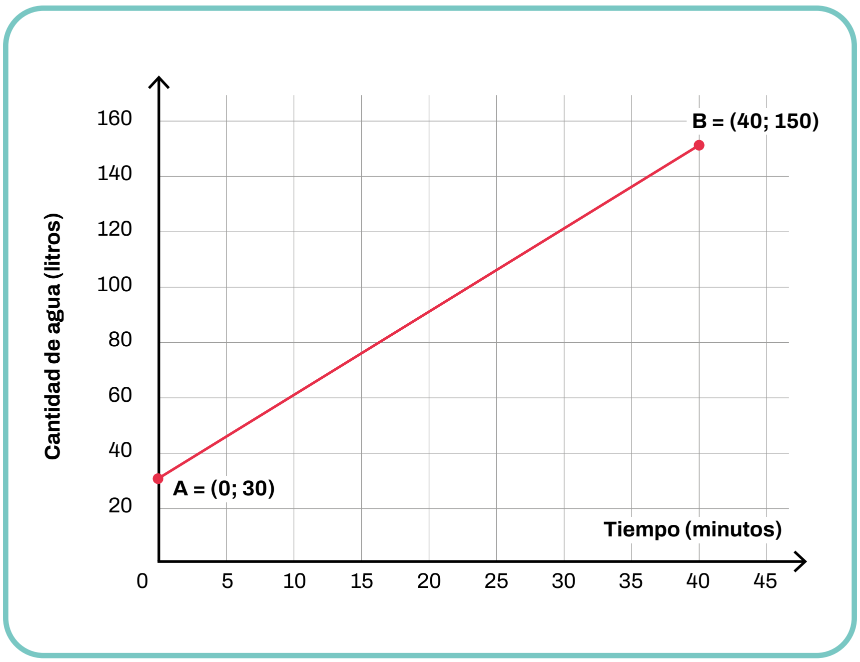


a. ¿Qué cantidad de combustible tenía el automóvil antes de comenzar la carga? ¿Es posible obtener esta información a partir del gráfico?
b. ¿Cuánto combustible ingresó por segundo en el tanque del automóvil? Expliquen cómo lo pensaron.
c. Escriban la fórmula de la función que relaciona la cantidad de nafta que tiene el tanque del automóvil con el tiempo (en segundos) de llenado.

3. Una sustancia que inicialmente se encontraba a 5°C disminuye su temperatura de manera uniforme a razón de 3°C por minuto. Identifiquen con cuál de los siguientes gráficos se corresponde la situación planteada. Justifiquen su elección.

4. Se decide llenar dos piletas de distinta capacidad con dos bombas diferentes que vierten agua de manera constante. La tabla y el gráfico que se comparten a continuación representan la cantidad de agua que tiene cada una de las piletas a medida que transcurre el tiempo de llenado.

Pileta A



Pileta B

Tiempo (minutos)	0	5	10	35	40
Cantidad de agua (litros)	10	30	50	150	170

a. ¿En cuál de las dos piletas la cantidad de agua que ingresa por minuto es mayor?
b. ¿Cuánta agua tenía inicialmente cada pileta?

5. La función $t(m) = -10 + 3m$ representa la temperatura t de una sustancia (en °C) en función del tiempo m (en minutos) desde que comienza un experimento.

a. ¿Cuál es la temperatura inicial de la sustancia? Expliquen cómo lo pensaron.

b. La temperatura de la sustancia, ¿aumenta o disminuye? ¿Cómo se dieron cuenta?

c. ¿Cuánto aumenta o disminuye la temperatura de la sustancia por minuto? Expliquen cómo lo pensaron.

d. Sabiendo que el experimento duró 15 minutos, representen gráficamente la función y luego respondan,

- ¿Cómo identifican en el gráfico la temperatura inicial de la sustancia?
- ¿En algún momento la temperatura de la sustancia alcanza los 0°C? Si responden que sí, marquen en el gráfico el punto que les brinda dicha información. Si responden que no, expliquen por qué.

PARA RECORDAR

La pendiente de una función lineal indica la variación de la variable dependiente por cada unidad que aumenta la variable independiente.

En la expresión $f(x) = m \cdot x + b$, m representa la pendiente.

6. Los valores que conforman la siguiente tabla se relacionan a partir de una función lineal cuya pendiente es –4,5.

a. Completen la tabla.

x	–2	–1	0	1
$f(x)$	27			

b. ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen de la función? Expliquen cómo lo calcularon.

c. Escriban la fórmula de la función lineal asociada a esta tabla de valores.

7. Los valores que conforman la siguiente tabla se relacionan a partir de una función lineal cuya pendiente es 1,2.

a. Completen la tabla.

x	–3	0	2
$g(x)$	4		

b. ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen de la función? Expliquen cómo lo calcularon.

c. Escriban la fórmula de la función lineal asociada a la tabla de valores.

PARA RECORDAR

La ordenada al origen de una función lineal es el valor que toma la variable dependiente cuando la variable independiente es igual a 0.

En la expresión $f(x) = m \cdot x + b$, b representa la ordenada al origen.

En síntesis, las funciones lineales son aquellas que se pueden representar mediante fórmulas del tipo $y = m \cdot x + b$, o bien $f(x) = m \cdot x + b$, donde el coeficiente m indica cuánto varía la variable dependiente por cada unidad de cambio en la variable independiente. Si $b = 0$, la relación es de proporcionalidad directa; de lo contrario, sigue habiendo una variación uniforme, pero no proporcional.

Este tipo de relaciones es útil para modelizar fenómenos de cambio constante, como el incremento en la distancia recorrida con velocidad constante o un costo fijo agregado a un precio unitario.

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas los ayudarán a pensar:

a. ¿Qué actividades les resultaron más fáciles? ¿Cuáles les parecieron más difíciles?

b. ¿Qué conceptos o ideas aprendieron?

c. ¿Qué conceptos o ideas recordaban de los años anteriores?

d. ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas de este capítulo y cómo se dieron cuenta de esas equivocaciones?

e. Enumeren, a partir de lo trabajado a lo largo de este capítulo, las características de las funciones de proporcionalidad directa y las funciones lineales.

f. En la primera página del capítulo, en la actividad inicial, cada promoción que ofrece una de las empresas de envío de encomiendas responde a alguno de los modelos trabajos a lo largo de este capítulo. ¿Cuál de las dos promociones establece, entre el peso de la encomienda y el monto a pagar, un modelo directamente proporcional? ¿Y cuál un modelo lineal no proporcional? Justifiquen su respuesta.

CAPÍTULO
8 Estadística

Los datos de nuestro entorno

a. En grupos de tres o cuatro estudiantes, busquen ejemplos de gráficos o representaciones estadísticas en periódicos, revistas, redes sociales o sitios web de noticias. Pueden enfocarse en temas como tendencias de moda, deportes, consumo de tecnología o hábitos alimenticios.

b. Cada grupo debe presentar sus hallazgos y explicar:

- ¿Qué tipo de gráfico o representación es (gráfico de barras, circular, tabla...)?
- ¿Qué información se está comunicando en ese gráfico?
- ¿Por qué creen que se utilizó ese tipo de representación?

c. Después de las presentaciones, discutan colectivamente las siguientes preguntas:

- ¿Qué ventajas y desventajas encuentran en los diferentes tipos de gráficos presentados?
- ¿Qué se debe tener en cuenta al momento de elegir el tipo de gráfico para representar información estadística? ¿Por qué?
- ¿Han encontrado algún gráfico que les haya resultado confuso o difícil de interpretar? ¿Qué podrían mejorar?

d. Un grupo armó la siguiente tabla:

Actividad	N.° de estudiantes
Videojuegos	18
Deporte al aire libre	12
Ver series/películas	15
Leer libros	7
Escuchar música	20

Cada grupo de estudiantes presente los datos en un gráfico de barras y un gráfico circular.

- Analicen qué tipo de gráfico les parece más claro y por qué.
- Reflexionen sobre qué información es más fácil de extraer en cada tipo de gráfico (por ejemplo, comparación de categorías, proporción del total, etcétera).

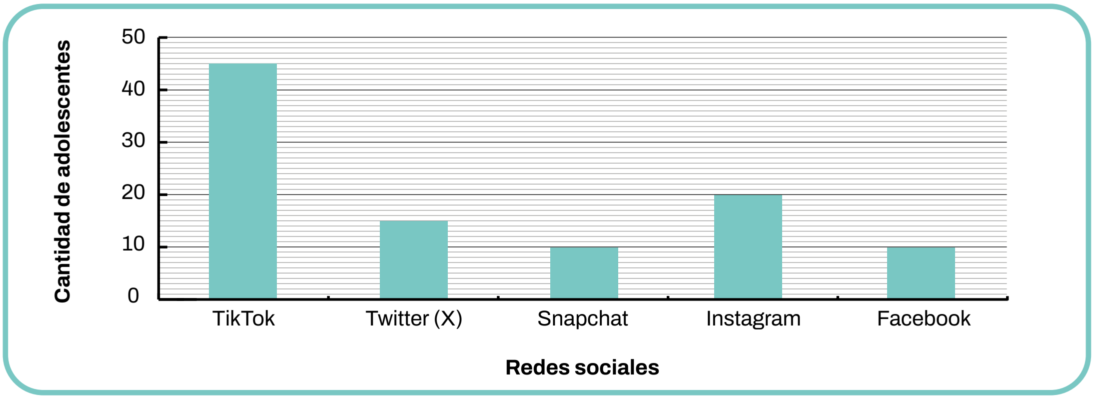
¿Qué gráfico utilizarían si tuvieran que presentar estos datos en una reunión con sus compañeros? ¿Y si tuvieran que presentarlos a un grupo de familias?
Comparen los gráficos realizados. ¿Qué aspectos de los datos resaltan más en el gráfico de barras y cuáles en el gráfico circular?
¿Hay algo que cambiarían o mejorarían en la representación de los datos?

« Índice

Interpretar y representar datos

En las siguientes actividades, encontrarán una serie de consignas para trabajar en la interpretación y representación de datos.

1. En el curso de Juan están haciendo un informe sobre las redes sociales más usadas por los adolescentes. Para eso, elaboraron una encuesta y la realizaron entre sus amigos. Cada encuestado debía elegir solo una opción. Para representar la información, realizaron este gráfico.

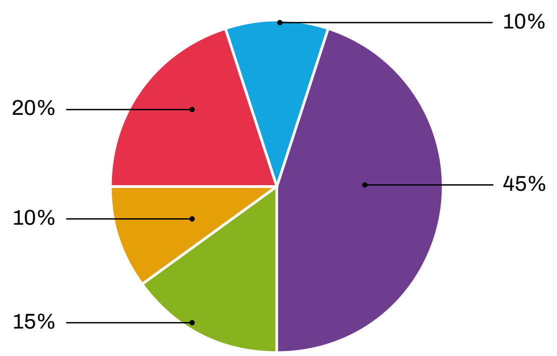


a. ¿Cuál es la red social más usada por estos adolescentes?
b. ¿Cuál fue la cantidad total de adolescentes encuestados?
c. ¿Qué porcentaje de adolescentes del total de encuestados usa Facebook? ¿Y TikTok?
d. ¿Qué estrategia usaron para interpretar la información del gráfico?

2. Natalia es compañera de Juan y realizó el mismo trabajo, pero presentó los datos en un gráfico circular.

a. Completen con la red social que corresponde a cada una de las partes del gráfico. Expliquen cómo lo hicieron.
b. ¿Qué información obtienen en este gráfico y en qué se diferencia del gráfico de barras?

Cantidad de adolescentes



3. Analicen cada una de las preguntas y expliquen cuál gráfico, el circular o el de barras, usarían para responder cada una de ellas y por qué.

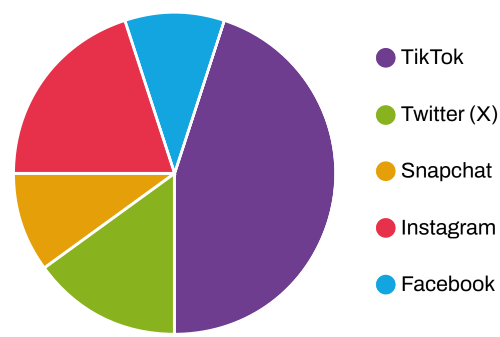
a. ¿Qué porcentaje de los adolescentes encuestados usa Instagram?
b. ¿Cuántos de los adolescentes encuestados usa Instagram?
c. ¿Cuál fue el total de adolescentes encuestados?
d. ¿Es cierto que la cantidad de adolescentes encuestados que usa Facebook es la misma que la que usa Snapchat?

4. Identifiquen cuál o cuáles de las siguientes conclusiones se pueden deducir de forma sencilla del gráfico de barras o del gráfico circular y cuáles no. Expliquen por qué.
   a. La mayoría de los adolescentes de la Ciudad usa la red social TikTok.
   b. Casi la mitad de los adolescentes encuestados usa la red social TikTok.
   c. Son más los adolescentes que usan Instagram que los que usan Snapchat.
   d. La cantidad de adolescentes encuestados que usan Instagram es el doble de la cantidad de adolescentes encuestados que usan Snapchat.

5. Mariana también hizo un gráfico de torta para representar la información de la encuesta, pero le quedó así.

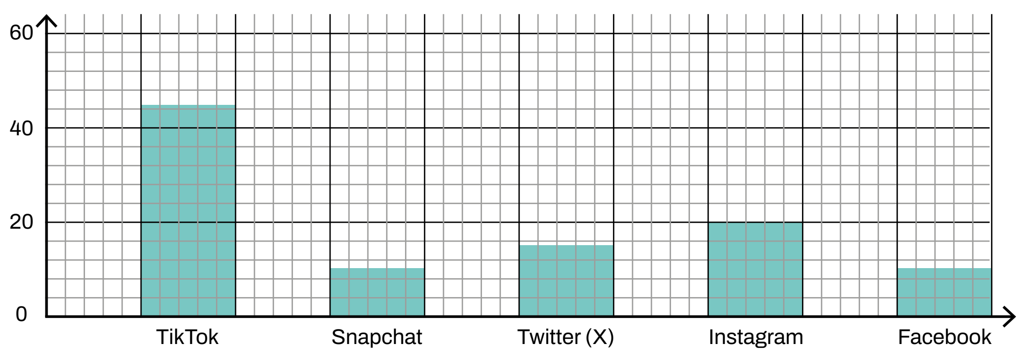
   Natalia dice que el gráfico de Mariana está mal. ¿Es cierto?

Cantidad de adolescentes



6. Julián también realizó un gráfico de barras para representar la cantidad de adolescentes que usa cada red social, pero le quedó así.

Cantidad de adolescentes frente a redes sociales



Juan y Julián comparan sus gráficos y observan que los dos son correctos, pero deciden que el de Juan es más adecuado. ¿Por qué habrán pensado eso?

7. Investiguen cuáles son las redes sociales más populares entre sus compañeros, recolecten datos de forma digital y creen gráficos para representar la información.
   a. Realicen una encuesta en su curso sobre las redes sociales que más usan. Utilicen un formulario digital para crear y distribuir la encuesta, y recolecten los datos.
   b. Representen la información obtenida en gráficos de barra y circulares utilizando una herramienta digital como Excel o Canva. Asegúrense de personalizar los gráficos.
   c. Comparen sus gráficos con los presentados en las actividades anteriores. Para esto, pueden colocar sus gráficos junto a los ejemplos anteriores en una presentación digital para facilitar la comparación.
   d. Finalmente, respondan: ¿en qué les ayudaron las herramientas digitales para recolectar, organizar y presentar los datos de su encuesta? ¿Qué ventajas encuentran en el uso de estas herramientas para visualizar información?

Comparar representaciones y analizar resultados

A continuación, deberán resolver una serie de actividades para comparar representaciones y analizar resultados.

1. En el curso de Luli están organizando el picnic de la primavera para los estudiantes de los cursos de primer año y de segundo año. Luli preguntó a cada uno sobre su preferencia en cuanto a la bebida. Los datos que reunió los registró como se muestra a continuación. Cada rayita representa a un estudiante. Por ejemplo, en los cursos de primer año, 29 estudiantes eligieron la bebida cola.

Preferencias de bebidas para el picnic de primavera							
Primer año	Naranja	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	///
	Cola	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	////
	Agua con gas	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	//	
	Agua sin gas	𝍸	𝍸	𝍸	////	////	
	Limón	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	//
	Manzana	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸		
Segundo año	Naranja	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	///	
	Cola	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	//
	Agua con gas	𝍸	𝍸	𝍸	/		
	Agua sin gas	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸	//
	Limón	𝍸	𝍸	𝍸	𝍸		
	Manzana	𝍸	𝍸	𝍸	//		

a. ¿Cuál creen que es la variable analizada? Representen la información registrada por Luli en una tabla.

b. Considerando que cada estudiante eligió una única bebida, ¿cuál es el total de estudiantes de los primeros años que participó de la votación? ¿Y de los segundos? Expliquen cómo se podría agregar esta información en la tabla.

c. Indiquen cuál es la bebida preferida en los cursos de primero, y cuál en los cursos de segundo.

d. Teniendo en cuenta el total de estudiantes de ambos años, ¿cuál es la bebida más elegida? ¿Hay alguna diferencia respecto a lo indicado en la consigna c?

e. ¿En cuál de los dos registros (tabla que realizaron en la consigna a o la recolección de Luli) resulta más fácil o sencilla la lectura de los datos? ¿Por qué?

f. Representen los datos proporcionados en un pictograma utilizando un símbolo que represente a cinco estudiantes. Asegúrense de incluir una indicación del valor del símbolo que explique cuántos estudiantes representa. Luego, respondan:

- ¿Qué ventajas y desventajas encuentran en el uso del pictograma, comparado con los gráficos de barras y circulares?
- ¿En qué contextos creen que sería más útil un pictograma?

PARA RECORDAR

Un **pictograma** es un tipo de gráfico que representa datos usando símbolos o imágenes en lugar de números. Cada símbolo en un pictograma tiene un valor específico, que se indica al pie del gráfico o en una clave. Este valor muestra cuántas veces se repite una categoría o cuántas personas o cosas representa cada símbolo.

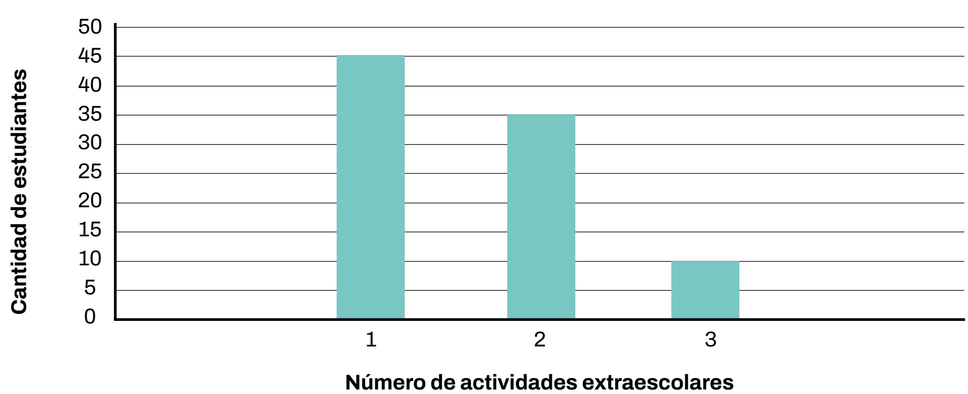
Para interpretar un pictograma, es importante:

- Observar el valor que representa cada símbolo o imagen.
- Contar los símbolos de cada categoría.
- Multiplicar el número de símbolos por su valor para conocer el total de cada categoría.

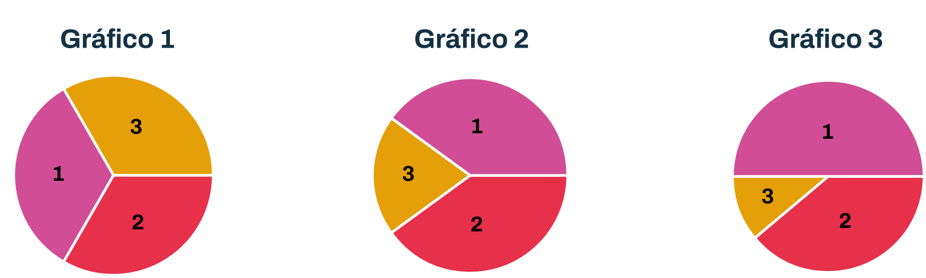
Los pictogramas facilitan la lectura y la comparación de datos de forma visual y rápida.

2. En la escuela de Gerardo realizaron una encuesta para saber cuántas actividades extraescolares realizan los estudiantes de primer año durante la semana. La información que obtuvieron la volcaron en el siguiente diagrama de barras:

Cantidad de actividades extraescolares realizadas por los estudiantes de primer año



a. ¿Qué información nos brinda el eje horizontal y el eje vertical en este gráfico? Indiquen cuál es la variable en estudio.
b. ¿Cuántos estudiantes realizan dos actividades extraescolares?
c. ¿Qué cantidad de estudiantes fueron encuestados?
d. ¿Qué porcentaje representa la cantidad de estudiantes que realiza solamente una actividad? Expliquen cómo lo calcularon.
e. Indiquen cuál de los siguientes diagramas circulares puede corresponderse con esta situación. Expliquen por qué descartan las demás.



Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

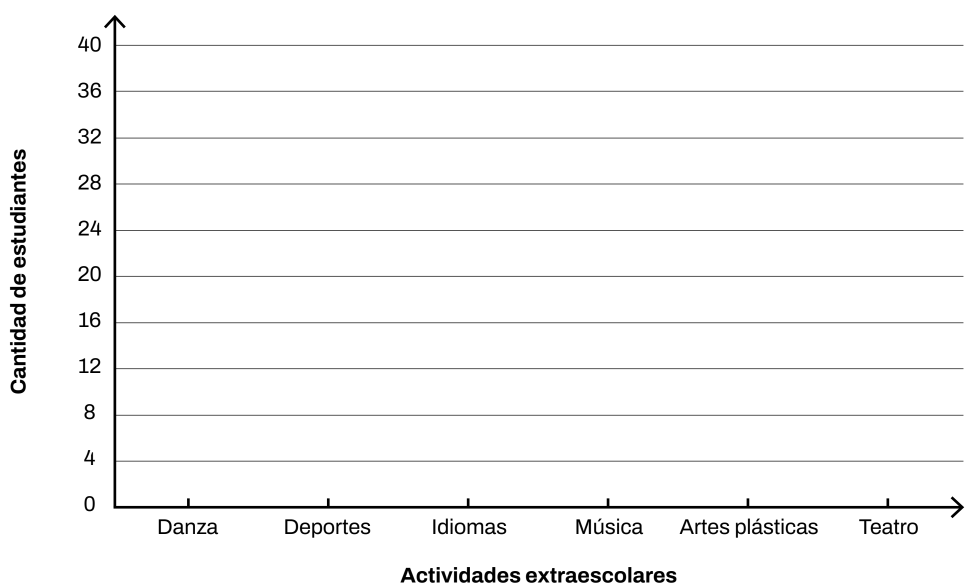
PARA RECORDAR

Las **variables** pueden ser **cualitativas** o **cuantitativas**. En la actividad 1 de este tema, el tipo de bebida es una variable cualitativa porque no toma valores numéricos, sino que asume categorías: naranja, cola, limón, etc. Por otra parte, si consideramos la actividad 2, la cantidad de actividades extraescolares realizadas por semana es una variable cuantitativa, porque asume valores numéricos: 1, 2 o 3; es decir, se puede medir.

3. En la escuela de Gerardo, en segundo año, están organizando la fiesta de la primavera con una kermés. Además de saber la cantidad de actividades extraescolares que realizan sus compañeros, quieren saber cuáles son las actividades extraescolares preferidas por el curso para decidir cuáles serán los juegos que organizarán. Para ello, realizaron una encuesta y organizaron la información en la siguiente tabla:

Actividad extraescolar	Danzas	Deportes	Idiomas	Música	Artes plásticas	Teatro	**Total**
Número de estudiantes	10	37	26	9	12	6	

a. ¿Qué cantidad de estudiantes practican idiomas?
b. ¿Cuál es la actividad más practicada?
c. ¿Qué cantidad de estudiantes fueron encuestados?
d. A continuación, representen la información de la tabla en un diagrama de barras.



e. Observen la representación de los datos en la tabla dada y en el diagrama que realizaron y respondan:

- ¿En cuál de las dos representaciones les resulta más sencillo comparar los datos? Expliquen por qué.
- ¿Cómo encuentran en la tabla cuál es la actividad extraescolar menos elegida? ¿Y en el diagrama?

PARA RECORDAR

Los datos estadísticos pueden presentarse de distintas formas, como tablas, diagramas de barras o diagramas circulares, dependiendo del tipo de información que queramos mostrar. La elección de la representación debe permitir una lectura clara, facilitar comparaciones y ayudar a identificar tendencias, similitudes o diferencias.

Elementos principales de cada tipo de gráfico:

- **Título:** describe el tema principal del gráfico, ayudando a interpretar de qué trata.
- **Ejes:** en los diagramas de barras, los ejes horizontal (**x**) y vertical (**y**) muestran las variables y la escala numérica, facilitando la visualización de la información.
- **Nombre de los ejes:** cada eje debe tener una etiqueta que indique qué representa (por ejemplo, "Cantidad de estudiantes" o "Tipo de actividades").
- **Categorías:** son los grupos o tipos dentro de la variable que estamos observando (como "Danza", "Deportes", "Idiomas"). En un diagrama de barras o pictograma, cada barra o símbolo muestra una categoría, mientras que en un diagrama circular, cada sector representa una categoría.
- **Variable:** la variable en estudio es el aspecto que se mide o compara, como la cantidad de actividades extraescolares.
- **Frecuencia absoluta:** representa el número exacto de veces que ocurre cada categoría, por ejemplo, la cantidad de estudiantes que eligen cada actividad. Esta se muestra en tablas y en diagramas de barras, que son útiles para comparaciones precisas.
- **Clave:** algunos gráficos, como el pictograma, requieren una clave para indicar el valor de cada símbolo. En un diagrama circular, la clave puede explicar el significado de cada color o sector.
- **Escala:** en un diagrama de barras, la escala numérica en el eje vertical (**y**) permite interpretar la cantidad o frecuencia de cada categoría. La escala debe ser uniforme para garantizar datos precisos y comparables.

Estos elementos ayudan a interpretar los gráficos correctamente y a comprender mejor los datos que representan.

4. A continuación, se presenta la cantidad de estudiantes que participaron en actividades extraescolares en los últimos seis meses en la escuela de Gerardo:

Mes	Cantidad de estudiantes
Enero	30
Febrero	28
Marzo	35
Abril	40
Mayo	38
Junio	42

a. Construyan un gráfico de línea que represente la evolución de la cantidad de estudiantes que participaron en actividades extraescolares durante los seis meses. Utilicen el eje **x** para los meses y el eje **y** para la cantidad de estudiantes.
Para realizar el gráfico, pueden usar una herramienta digital como Excel, GeoGebra o alguna aplicación de gráficos en línea. Asegúrense de etiquetar los ejes, agregar un título al gráfico y revisar que la escala permita una visualización clara de los datos.

b. Luego reflexionen sobre lo siguiente:

- ¿Qué tendencia observan en la participación de actividades extraescolares a lo largo del tiempo?
- ¿En qué mes se registró el mayor incremento de participación?
- ¿Hay algún mes en el que la participación haya disminuido? ¿A qué creen que podría deberse?
- ¿Qué conclusiones pueden extraer sobre el interés de los estudiantes en actividades extraescolares a lo largo del semestre?

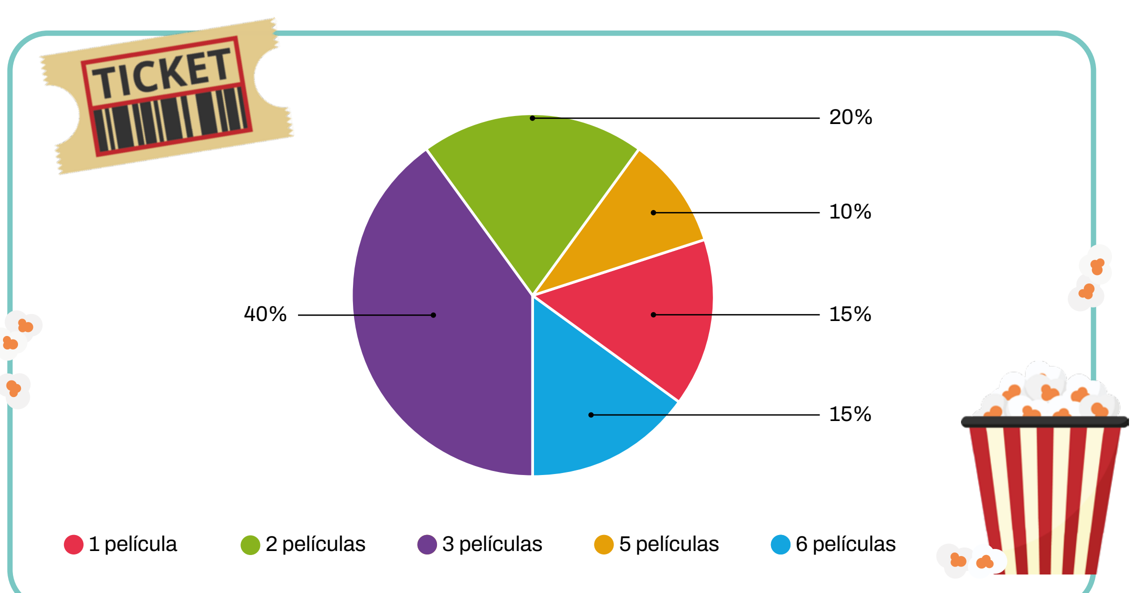
Discutan con sus compañeros y reflexionen sobre cómo un gráfico de línea ayuda a visualizar cambios a lo largo del tiempo y en qué situaciones sería más útil que otros tipos de gráficos.

Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

PARA RECORDAR

Los **gráficos de línea** son útiles para mostrar cómo varían los datos a lo largo del tiempo, lo que permite observar tendencias y patrones de cambio. Se utilizan principalmente cuando se quiere destacar la evolución de una variable en un período determinado. En un gráfico de línea, el eje **x** generalmente representa el tiempo (días, meses, años) y el eje **y** la variable en estudio (cantidad de estudiantes, temperatura, ventas, etcétera).

5. La profesora de Teatro encuestó a 60 estudiantes para saber cuántas películas vieron en el último mes. Luego de recolectar la información, presentó los datos obtenidos en un gráfico circular.

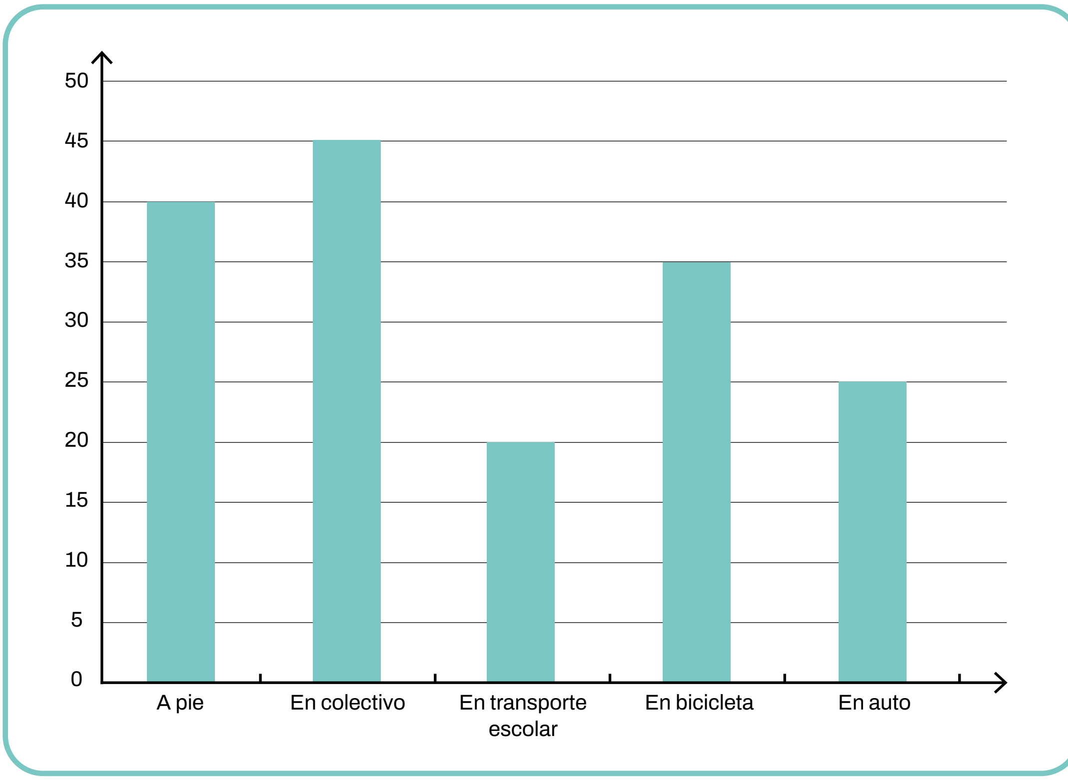


a. Completen la siguiente tabla:

Cantidad de películas que vieron el último mes					
Cantidad de estudiantes					

b. ¿Cuántas películas vieron, en total, los 60 estudiantes en el último mes? ¿Qué estrategia usaron para calcular el total de películas vistas por los 60 estudiantes? Expliquen los pasos que siguieron.

6. A partir de la información presentada en el gráfico, cumplan las consignas que siguen.



a. Indiquen cuál es la variable de estudio y de qué tipo es.
b. Confeccionen una tabla estadística con los datos del gráfico.
c. Planteen diferentes preguntas que se puedan responder con la información del gráfico o de la tabla.

PARA RECORDAR

Los **gráficos de barras** son ideales para comparar categorías y mostrar diferencias claras entre grupos. Los **gráficos circulares** se usan cuando se quiere destacar la proporción de cada categoría respecto del total. Los **gráficos de línea** son más adecuados para mostrar la evolución de datos a lo largo del tiempo y permiten observar tendencias.

La elección del gráfico depende del tipo de datos y del mensaje que se quiere comunicar.

Crear encuestas

Diseñen una pequeña encuesta sobre un tema de interés común (por ejemplo, hábitos de estudio o deportes favoritos). Posteriormente, recolecten los datos, organícenlos en tablas y representen los resultados en diferentes gráficos.

¿Cuál gráfico resulta más útil para comunicar sus hallazgos?

¿Cambiaría la interpretación si se usara otro tipo de gráfico? ¿Cómo?

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban en sus carpetas un listado de las ideas y los ejemplos de lo que aprendieron en este capítulo sobre nociones de estadística. Pueden apoyarse en las siguientes preguntas para reflexionar:

a. ¿Cuáles son los elementos estadísticos que se trabajaron en cada uno de los problemas de este capítulo? Identifiquen las variables, las representaciones gráficas y otros conceptos estadísticos presentes.

b. ¿De qué manera se pueden organizar los datos obtenidos para que su lectura e interpretación resulte accesible?

c. A partir de los distintos registros que se utilizaron a lo largo del capítulo para representar la información recolectada, ¿hay alguna representación que les haya resultado más adecuada que otra? ¿Por qué?

d. Vuelvan a mirar los problemas que resolvieron y anoten conclusiones referidas a la descripción y análisis de datos que permiten las representaciones utilizadas en cada caso a lo largo de este capítulo. ¿Cómo se puede facilitar la comparación de datos usando gráficos? Presenten un ejemplo.

e. ¿Qué tan útiles creen que son los gráficos estadísticos para tomar decisiones? ¿Qué gráficos conocen y cómo se usan?

f. Busquen en artículos periodísticos o en portales de Internet representaciones gráficas de los datos recolectados en el Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas del año 2022. Identifiquen cómo se presentan visualmente algunos de los datos y analicen su claridad y efectividad para comunicar la información.

g. ¿En qué situaciones creen que es más útil usar tablas en lugar de gráficos y por qué?

h. ¿Qué tipos de cálculos emplearon para resolver los problemas de este capítulo?

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPIE)
Oscar Mauricio Ghillione

Gerencia Operativa de Innovación y Contenidos Educativos (GOICE)
Javier Simón

Equipo de especialistas en didáctica de nivel secundario: Cecilia Bernardi, Adriana Vanin.

Especialistas de Lengua y Literatura: Mariana D´Agostino (coordinación), Laura Pesenti, Paula Portaro, Mariana Lila Rodríguez, Ludmila Vergini.

Especialistas de Matemática: Pierina Lanza (coordinación), Maximiliano Ayaviri, Agostina De Girolamo, Luis Ontiveros, Ezequiel Ortega.

Agradecimientos: a Valeria Abusamra, Vanesa Aguirre, María Virginia Bacigalupo, María de los Ángeles Chimenti y Bárbara Sampedro por la lectura crítica y aportes en Lengua y Literatura.

Equipo Editorial de Materiales y Contenidos Digitales
Coordinación general: Silvia Saucedo.
Coordinación del proyecto editorial: Marcos Alfonzo.
Coordinación de diseño: Alejandra Mosconi.
Asistencia editorial: Leticia Lobato.
Edición: Vanina Barbeito, Ana Premuzic, Sebastián Vargas.
Corrección de estilo: Vanina Barbeito.
Diseño de tapas e interior: Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, María Laura Raptis.
Diseño gráfico y diagramación: Gabriela Ognio, Silvina Roveda.
Fotografías: Federico Luc (coordinación), Marcela Jiménez, Lucía Valencia.
Ilustraciones: Susana Accorsi, Rodrigo Folgueira.
Documentación gráfica: Silvina Piaggio.

Imágenes: Flickr, Freepik, Pixabay, Wikimedia Commons.

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Yo amo aprender en 1er año : Lengua y Literatura, Matemática. - 1a edición para el alumno - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2024.

248 p. ; 28 x 20 cm.

ISBN 978-987-818-122-6

1. Educación Secundaria. 2. Lenguaje. 3. Literatura.

CDD 510.712

ISBN: 978-987-818-122-6

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en Internet: 1 de diciembre de 2024.

Material de distribución gratuita. Prohibida su venta.

Buenos
Aires
Ciudad