Matemática

Eje: Geometría y medida.
Capacidades: Resolución de problemas. • Interacción social y Trabajo colaborativo.
Objetivo: Aplicar los teoremas del seno y del coseno para la resolución de problemas modelizados mediante triángulos.

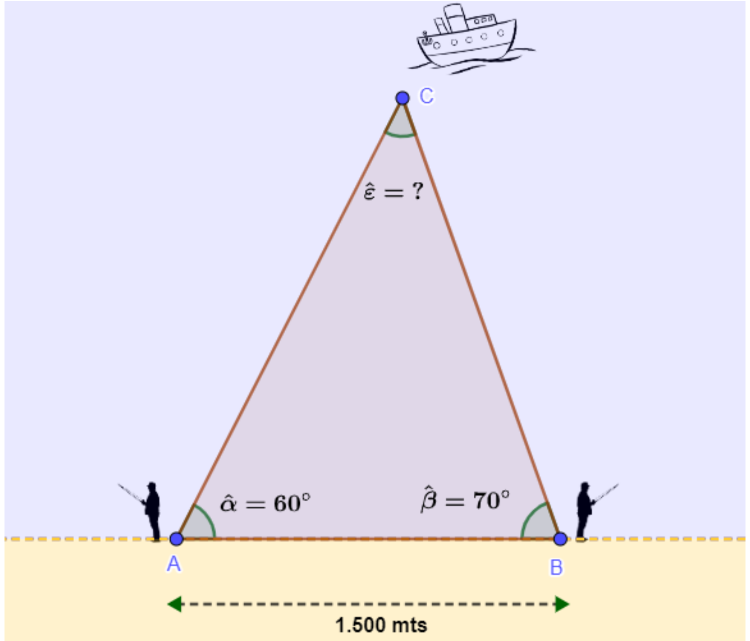
Contenido curricular: Métodos de triangulación para localización de objetos lejanos.

¿Qué tipos de problemas podemos resolver con los teoremas del seno y del coseno?

Antes de empezar

Para resolver las actividades de esta ficha, pueden reunirse en pequeños grupos.
Luego, les proponemos que respondan a las siguientes preguntas. Para esto pueden buscar información en sus carpetas, apuntes o en otras fichas de esta colección.
¿Qué razones trigonométricas conocen? ¿Qué tipos de problemas les permiten resolver estas razones? ¿Cuál es el teorema del seno? ¿Cuál es el teorema de coseno?

1. Para resolver el siguiente problema, Juan realizó el esquema que se muestra a continuación.
En la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, desde la costanera del Río de la Plata, dos pescadores observan un barco que se encuentra navegando y que ha detenido su marcha. Calculen la distancia que existe entre el barco y cada uno de los pescadores, sabiendo que la distancia que separa a los pescadores entre sí es de 1.500 metros. Además, se conocen las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo que queda conformado si se unen los puntos que determinan las posiciones de los pescadores y del barco.



Como el triángulo que quedó determinado no es un triángulo rectángulo, Juan decidió utilizar el Teorema del Seno.

Al reemplazar por los datos del problema, obtuvo que:

$$\frac{sen\ 60°}{|\overline{BC}|} = \frac{sen\ 70°}{|\overline{AC}|} = \frac{sen\ \hat{\varepsilon}}{1.500\ mts}$$

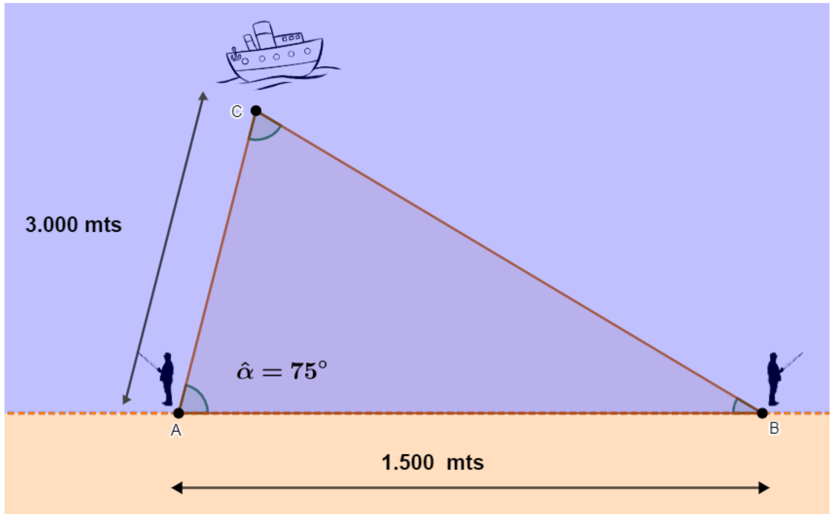
A partir de esta expresión, ¿qué pudo haber hecho Juan para calcular las distancias solicitadas?

Pista: *Tengan en cuenta que, generalmente, los teoremas del seno y del coseno se utilizan para calcular las longitudes de los lados y las amplitudes de los ángulos interiores de triángulos no rectángulos.*

2. ¿A qué distancia se encontraría el barco, respecto a los pescadores, si las amplitudes de los ángulos α y β fueran de 110° y 50° respectivamente?

Pista: *Para esta actividad, pueden realizar un nuevo esquema teniendo en cuenta la modificación de las amplitudes de los ángulos y la ubicación de los mismos según la representación de la **consigna 1**.*

3. En esta oportunidad, Juan tuvo que resolver un problema similar al de la **consigna 1**, pero a partir de otros datos. El enunciado de la actividad era el siguiente:
"Si el barco se encuentra a 3.000 metros de distancia de uno de los pescadores, calcular la distancia que existe entre el barco y el otro pescador, a partir de los datos que ofrece el esquema".



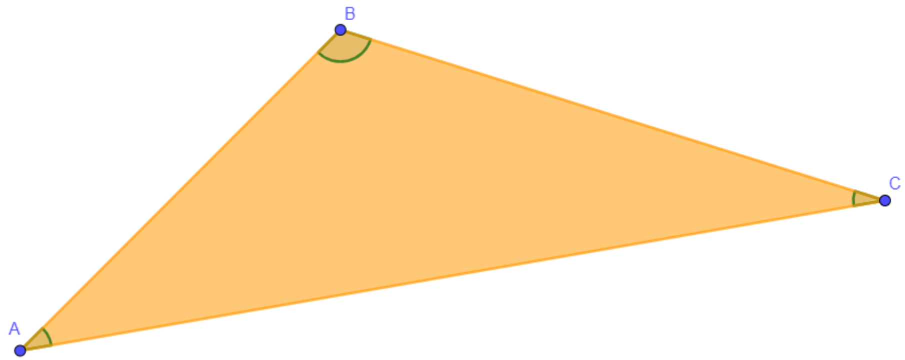
Para obtener dicha longitud, Juan utilizó el teorema del coseno. Reemplazó por los datos del problema y obtuvo la siguiente expresión:

$$|\overline{CB}|^2 = (3.000\ m)^2 + (1.500\ m)^2 - 2 \cdot (3.000\ m) \cdot (1.500\ m) \cdot \cos(75°)$$

Resuelvan el cálculo que planteó Juan y determinen la distancia entre el pescador y el barco.

4. Juan está estudiando para la próxima evaluación de matemática. Decidió hacer un apunte con las distintas expresiones del teorema del coseno para un triángulo no rectángulo. De las tres expresiones posibles, solamente escribió una.

Completen las otras expresiones que Juan no pudo escribir.



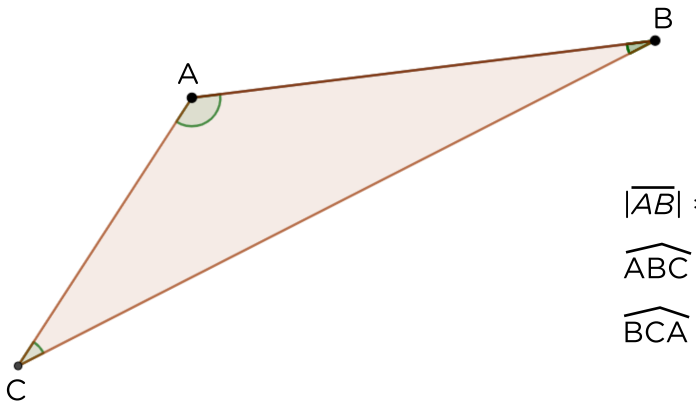
$$|\overline{AB}|^2 = |\overline{AC}|^2 + |\overline{BC}|^2 - 2 \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{BC}| \cdot \cos \hat{C}$$

$|\overline{BC}|^2 =$ ....

$|\overline{AC}|^2 =$ ....

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Dirección General de Planeamiento Educativo | Gerencia Operativa de Currículum.

5. A partir del siguiente esquema y de la información que se ofrece, respondan:



$|\overline{AB}| = 10$ cm

$\widehat{ABC} = 20°$

$\widehat{BCA} = 30°$

a. Para calcular los longitudes de los lados $|\overline{AC}|$ y $|\overline{BC}|$, ¿es posible utilizar el teorema del seno o el teorema del coseno? ¿Por qué?

b. ¿Es cierto que la longitud del lado $|\overline{AC}|$ es de aproximadamente 6,84 cm?

Pista: *En cualquier triángulo, las razones entre el seno de un ángulo interior y la longitud de su lado opuesto son proporcionales. A esta relación se la conoce como el teorema del seno.*

Antes de terminar

Respondan en sus carpetas las siguientes preguntas. Para hacerlo, pueden tomar como referencia los problemas que componen esta ficha y las estrategias que utilizaron para resolverlos.

A la hora de utilizar el teorema del seno en la resolución de problemas en donde intervienen triángulos no rectángulos, ¿qué elementos de la figura deben conocer? ¿Y para utilizar el teorema del coseno?

Para profundizar

Dos barcos pesqueros salen de un puerto a la misma hora con rumbos distintos. Las líneas rectas que determinan sus trayectorias forman un ángulo de 110° entre sí. Al cabo de 2 horas, el primer barco está a 34 km del punto inicial y el segundo barco, a 52 km de dicho punto. En ese mismo instante, ¿a qué distancia se encuentra un barco del otro?