

NUEVA ESCUELA SECUNDARIA
DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

DISEÑO CURRICULAR



FORMACIÓN GENERAL

CICLO BÁSICO DEL BACHILLERATO

Emprendedores del aprendizaje para la vida **2015**

DISEÑO CURRICULAR

FORMACIÓN GENERAL

CICLO BÁSICO DEL BACHILLERATO

2015



NUEVA ESCUELA SECUNDARIA
DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

DISEÑO CURRICULAR

NES

FORMACIÓN GENERAL
CICLO BÁSICO DEL BACHILLERATO

Emprendedores del aprendizaje para la vida **2015**

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum
Diseño curricular nueva escuela secundaria de la Ciudad de Buenos Aires, ciclo básico / dirigido por Gabriela Azar. - 2ª ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa, 2015. 624 p. ; 21x29 cm.

ISBN 978-987-549-597-5

1. Guía Docente. I. Azar, Gabriela, dir.
CDD 371.1

2ª edición

ISBN: 978-987-549-597-5

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Ministerio de Educación
Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa
Gerencia Operativa de Currículum, 2015
Hecho el depósito que marca la ley 11.723

Av. Paseo Colón 275, 14º piso
C1063ACC - Buenos Aires
Teléfono: 4340-8032
Fax: 4340-8030
Correo electrónico: curricula@bue.edu.ar

El Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria. Ciclo Básico. 2015 ha sido aprobado por Resolución N° 321/2015-MEGC.

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en este documento, hasta 1.000 palabras, según ley 11.723, art. 10º, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si este excediera la extensión mencionada, deberá solicitarse autorización a la Gerencia Operativa de Currículum.
Distribución gratuita. Prohibida su venta.



Jefe de Gobierno
Mauricio Macri

Ministro de Educación
Esteban Bullrich

Jefe de Gabinete
Diego Fernández

Subsecretaria de Gestión Educativa y Coordinación Pedagógica
Maximiliano Gulmanelli

Subsecretario de Gestión Económica Financiera y Administración de Recursos
Carlos Javier Regazzoni

Subsecretario de Políticas Educativas y Carrera Docente
Alejandro Oscar Finocchiario

Subsecretaria de Equidad Educativa
María Soledad Acuña

Directora General de Planeamiento e Innovación Educativa
María de las Mercedes Miguel

Gerente Operativa de Currículum
Gabriela Azar

Gerencia Operativa de Currículum

Directora: Gabriela Azar

Asistentes de la GOC: Viviana Dalla Zorza, Gerardo Di Pancrazio, Juan Ignacio Fernández, Mariela Gallo, Martina Valentini

Coordinación general de la NES: Gabriela Azar

Generalistas y especialistas que participaron en la elaboración del documento

Propósito y Marco normativo, Marco pedagógico, Aptitudes para el siglo XXI, Marco para la Educación Digital, La evaluación en la NES: María Alonso, Roberto Aras, Monserrat Barreto, Magdalena Cardoner, Viviana Dalla Zorza, Juan Ignacio Fernández, Patricia Fernández Nevares, María Inés Pla Alba, Josefina Rocha, Martina Valentini

Desarrollo de contenidos para el Ciclo Básico

Equipo de generalistas

Alejandra Amantea, Celina Armendáriz, Bettina Bregman, Marina Elberger, Ana Encabo, Cecilia García Maldonado, Carla Maglione, Isabel Malamud, Adriana Sirito

Especialistas por materia

Artes: Helena Alderoqui, Clarisa Álvarez, Marcela Gasparini, Nancy Sánchez, Gustavo Vargas

Biología: Adriana Schnek, Florencia Monzón

Educación Física: Silvia Ferrari, María Laura Emanuele, Andrea Parodi, Eduardo Prieto

Educación Tecnológica: Mario Cwi

Formación Ética y Ciudadana: César Zerbini, Martín Leguizamón, Adriana Sirito

Geografía: Viviana Zenobi, Mónica Lara, Verónica Martínez

Historia: Graciela Gómez de Aso, Ángeles Castro Montero

Lengua y Literatura: Jimena Dib

Lenguas Adicionales: Cristina Banfi (coordinación equipo de trabajo), Mónica Arreghini (italiano), Cecilia Martínez (portugués), Silvia Prati (redacción general), Daniela Quadrana (francés), Sabrina Ragno (inglés), Silvia Rettaroli (redacción general), Sandra Revale (redacción general), Silvia Rodriguez (alemán), Elizabeth White (redacción general), Gabriela Wu (chino)

Matemática: Horacio Itzcovich

Educación Sexual Integral: Sandra Di Lorenzo, Hilda Santos, Martha Weiss

Educación y Prevención sobre las Adicciones y el Consumo Indebido de Drogas: Leandro Fideleff

Tutoría: Patricia Viel

EDICIÓN Y DISEÑO GRÁFICO A CARGO DE LA GERENCIA OPERATIVA DE CURRÍCULUM

María Laura Cianciolo, Gabriela Berajá, Marta Lacour, Patricia Leguizamón, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, Sebastián Vargas

MATEMÁTICA

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

PRESENTACIÓN

PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

PRIMER AÑO

SEGUNDO AÑO

ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

NUEVA ESCUELA SECUNDARIA
DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

OBJETIVOS

Al egresar de la escuela secundaria se espera que los estudiantes hayan tenido experiencias de trabajo en el aula que les permitan:

- Utilizar recursos algebraicos para decidir sobre la validez de propiedades numéricas y para producir, formular y validar conjeturas relativas a los números naturales, enteros, racionales y reales, considerando el sentido que adquiere cada uno de ellos y las regularidades que es posible establecer.
- Apelar a recursos algebraicos para modelizar diferentes tipos de problemas aceptando la conveniencia de establecer convenciones para las escrituras y los modos de validar los resultados o afirmaciones producidos.
- Disponer de diferentes modos de representar relaciones entre variables, incluyendo el recurso informático, coordinando las informaciones en función del marco que se seleccione (algebraico, aritmético, geométrico, etc.) y el contexto en el que se plantea el problema que se estudia.
- Recurrir a los diferentes modelos funcionales (lineal, cuadrático, exponencial, polinómico, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones y sistemas de ecuaciones asociados para poder estudiar procesos de cambio, apelando a técnicas de trabajo que permitan obtener resultados de tales procesos y contrastarlos para identificar su pertinencia, estableciendo similitudes y diferencias entre los distintos modelos.
- Comprender que los objetos de la geometría (figuras, cuerpos, ángulos, puntos, planos, etc.) no pertenecen al espacio físico real, sino a un espacio conceptualizado y que la exploración, recurriendo a diferentes dibujos, favorecen la formulación de conjeturas.
- Recurrir a propiedades de las figuras o a expresiones algebraicas para resolver diversos tipos de problemas geométricos y de medida (construir figuras a partir de ciertos datos, analizar las variaciones del área de una figura y/o el volumen de un cuerpo en función de la variación de alguno de sus elementos, etc.) y enunciar afirmaciones y validarlas.
- Encontrar la forma más pertinente para comunicar o interpretar datos –incluyendo recursos informáticos–, comprendiendo que la elección de un modo de organizar y representar la información intenta poner de relieve ciertos aspectos o bien ocultar otros; posibilitando el desarrollo de inferencias, cuidando de considerar situaciones en las cuales se elijan las variables de manera tal de obtener resultados fiables.
- Disponer de recursos que permitan determinar la probabilidad de que ocurra un fenómeno aleatorio y utilizar estos resultados para abordar problemas estadísticos.
- Valorar el intercambio entre pares como medio para producir soluciones a los problemas, validar las respuestas obtenidas y las relaciones matemáticas elaboradas.

CONTENIDOS TRONCALES

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

- Producción de fórmulas que permitan calcular el paso n de un proceso que cumple una cierta regularidad o que surgen de generalizar problemas de conteo. Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas. El uso del recurso algebraico para validarlas.
- Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales y enteros. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.
- Diferentes representaciones de números (naturales, racionales y reales) en la recta numérica. Identificación de segmentos conmensurables.
- Las operaciones y sus sentidos en los diferentes campos numéricos. El recurso algebraico para formular y validar conjeturas que involucren sus propiedades y el orden en cada conjunto numérico. Propiedades que se preservan y propiedades que se modifican en función de cada campo numérico. Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.
- Identificación de números que no se pueden expresar como cocientes de enteros. Representación de números de la forma $\sqrt{n}$ en la recta numérica. Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora para tratar con potencias y raíces.

- Distancia de un número real al 0. Uso de la recta numérica para estudiar condiciones para que dos números se encuentren a una cierta distancia. Intervalos de números reales.
- Identificación de regularidades en sucesiones. Producción de fórmulas de progresiones aritméticas y geométricas. Uso de la fórmula para determinar alguno de los elementos o la razón de una progresión. Suma de los elementos de una progresión.
- Aproximación de números reales por sucesiones de racionales. Noción intuitiva de límite.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

- Interpretación y producción de gráficos cartesianos que representan relaciones entre variables recurriendo, en caso de ser conveniente, al uso de recursos informáticos. Inferencia de información a partir de la lectura de gráficos.
- Funciones dadas en diferentes representaciones, incluyendo recursos informáticos. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas.
- Análisis de procesos que demanden el uso de modelos funcionales (lineal, cuadrático, polinómico, exponencial, trigonométrico, etc.) y las ecuaciones asociadas. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.
- Estudio del comportamiento de cada modelo funcional (raíces, vértices, crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad, asíntotas, etc.). Uso de recursos informáticos. Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de sus fórmulas y viceversa.

OBJETIVOS Y CONTENIDOS TRONCALES PARA LA FINALIZACIÓN DE LA ESCUELA SECUNDARIA

- Estudio comparativo del comportamiento de cada modelo funcional. Uso de recursos informáticos.
- Modelización matemática de situaciones apelando a las funciones para anticipar resultados, estudiar comportamientos, etc.
- Estudio del comportamiento de algunas funciones que resultan de combinar funciones trascendentes. Situaciones que ponen en juego la continuidad y discontinuidad.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

- Construcciones de figuras a partir de ciertos datos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones.
- Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de figuras. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia.
- Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas. Perímetro y área de figuras. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.
- Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo. Problemas que se resuelven vía la relación de Pitágoras.

- La noción de semejanza. Teorema de Tales. Base media. Criterios de semejanza de triángulos. Relación entre las áreas de triángulos semejantes. Razón.
- Recta tangente a una circunferencia por un punto dado. Ángulos inscritos en una semicircunferencia. Ángulos inscritos en un arco de circunferencia y relación con el ángulo central correspondiente. Longitud de la circunferencia y área del círculo. Estudio de la variación del área en función de la variación del radio.
- Las relaciones trigonométricas en un triángulo. Seno y coseno de triángulos rectángulos. Tangente. Resolución de triángulos rectángulos. Extensión de seno, coseno y tangente a cualquier ángulo. Teoremas del seno y coseno.
- Producción de expresiones algebraicas para modelizar relaciones entre puntos del plano cartesiano. Distancia entre dos puntos en el plano coordenado y la ecuación de la circunferencia. Distancia de un punto a una recta. Intersección entre circunferencia y una recta. Solución gráfica y analítica. Análisis de la cantidad de soluciones. Ecuación del círculo y de la parábola.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

- Recolección y organización de datos para realizar inferencias y comprender posibles relaciones entre ellos. Elaboración de tablas de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Medidas. Uso de la computadora como herramienta en la estadística. Resolución de problemas que modelizan fenómenos aleatorios.

- Características de los sucesos seguros, sucesos probables, sucesos imposibles. Asignación de probabilidad a un suceso. Definición clásica de probabilidad. La probabilidad como un número perteneciente al intervalo $[0,1]$. Sucesos equiprobables. Sucesos mutuamente excluyentes. Sucesos independientes; probabilidad compuesta. Dificultad en determinar sucesos independientes: probabilidad condicional. Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Relaciones entre estadística y probabilidad. Uso de la combinatoria.
- Análisis de la frecuencia relativa. Representación gráfica. Escalas. Variable aleatoria. Distribución normal. Dispersión, varianza, desvío estándar.



MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

La enseñanza de la matemática en la escuela secundaria enfrenta el desafío de presentar a los estudiantes una serie de transformaciones esenciales con relación a los conocimientos matemáticos que han sido trabajados en la escuela primaria. Esto plantea un juego delicado de rupturas y articulaciones: los estudiantes deberán renunciar a muchas de las elaboraciones realizadas durante sus años previos, al tiempo que deberán apoyarse en sus prácticas anteriores para producir las modificaciones que los nuevos desafíos les demandarán.

Una idea central consiste en *construir un modelo matemático* de la realidad (matemática o extramatemática) que se quiere estudiar y trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. La actividad de modelización matemática³ supone la toma de múltiples decisiones: cuáles son las relaciones relevantes sobre las que se va a operar, cuáles son los símbolos que se van a utilizar para representarlas, cuáles son los elementos en los que apoyarse para aceptar la razonabilidad del modelo que se está usando, cuáles son las propiedades que justifican las operaciones que se realicen, cómo reinterpretar los resultados de esas operaciones en el problema.

Otra de las transformaciones esenciales en este nivel de la escolaridad es el tratamiento de lo general, así como la comprensión de qué es un proceso de generalización.⁴ Esta perspectiva supone un juego entre lo particular y lo general que no puede reducirse a hacer surgir lo general solo a partir de muchos ejemplos particulares.

Ocuparse de estos asuntos conlleva considerar el problema del pasaje del trabajo aritmético al trabajo algebraico, lo que involucra un juego entre el uso de los números y las operaciones y el recurso a las expresiones algebraicas en sus diversos sentidos.

Trabajar en álgebra elemental desde la perspectiva que se plantea supone mucho más que la manipulación de los símbolos. El álgebra puede pensarse como un tipo de práctica, como una manera de abordar, como una forma de pensar; en suma, como una cierta racionalidad, diferente de la racionalidad aritmética. En este sentido es posible identificar distintas funciones del álgebra⁵ y se propone una enseñanza que apunte a ponerlas en juego: el álgebra como instrumento para conocer propiedades sobre los números, para resolver problemas extramatemáticos en los que hay que reconocer una o más condiciones sobre una o más variables, para modelizar procesos a través de funciones y para representar relaciones geométricas.

También caracteriza a este nivel el desarrollo del razonamiento deductivo.⁶ Se sostiene el criterio de encontrar situaciones en las que los estudiantes se vean en la necesidad de producir argumentos deductivos, apoyándose en los conocimientos que ya poseen. Será necesario proponer problemas que evidencien algunas reglas: varios ejemplos no son suficientes para probar la validez de una propiedad, un contraejemplo sirve para descartar la validez de una propiedad, etc.

Por otro lado, los progresos en la producción de argumentos deductivos se instalan en las interacciones entre los estudiantes y con el docente. En la medida

³ Sadosky, P. (2005)

⁴ Brousseau (1986); Sessa, C. (2005)

⁵ Chevallard, Y. (1985); Barallobres, G. (2000)

⁶ Balacheff, N. (1987-2000); Barallobres, G. (2004)



en que demostrar para convencer a otros supone un medio para alentar a los estudiantes a la producción de pruebas, se buscarán condiciones que hagan propicio el debate en la clase acerca de la validez de diferentes proposiciones vinculadas a distintas áreas del conocimiento matemático.

La materia Matemática se organiza en el ciclo básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.

En el eje **Números y álgebra** se pretende que los estudiantes profundicen sus conocimientos sobre los distintos conjuntos numéricos. Se priorizarán el trabajo sobre el cálculo mental, la estimación, la producción de estrategias particulares de cálculo y el uso de la calculadora como medios de hacer que los estudiantes pongan en funcionamiento las propiedades de las operaciones y produzcan argumentos que validen sus producciones.

El trabajo sobre los conjuntos numéricos también contemplará la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que componen cada una de las operaciones. Parte de este trabajo estará imbricado con el trabajo algebraico, en la medida en que se espera que los estudiantes lleguen a concebir las herramientas algebraicas como instrumentos que contribuyen a la producción de conocimientos sobre los números. Este trabajo busca que los estudiantes recorran el camino que les permita abordar el tratamiento de lo general, aspecto que caracteriza a las propiedades de las operaciones.

Una opción fundamental de esta propuesta es que los aspectos más algorítmicos del funcionamiento algebraico se aborden junto al funcionamiento de las

herramientas algebraicas como instrumentos de modelización intra o extramatemática.

En el eje **Funciones y álgebra** se propone una aproximación al estudio de funciones a partir de los gráficos, como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego, en lugar de un tratamiento conjuntista. La resolución de problemas vinculados a procesos que varían, a partir de las representaciones gráficas, precederá cualquier definición formal del concepto de función.

Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana, y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto.

El inicio del trabajo con ecuaciones e inecuaciones se plantea a partir del trabajo con las funciones. Más precisamente, como condiciones sobre una o más funciones. Pero sería aprisionar el trabajo sobre ecuaciones pretender que todo se conciba de esa manera. Por eso, si bien la entrada a las ecuaciones se realiza por medio de las funciones, luego se deberán tratar problemas que se resuelvan a través de ecuaciones y en los que el contexto funcional no esté tan en primer plano. Este tipo de trabajo se plantea para todas las funciones que se aborden en los tres niveles.

El eje **Geometría y medida** tiene como objetivo prioritario la producción, por parte de los estudiantes, de argumentaciones deductivas. Es decir, se pretende que la profundización del estudio de las figuras y de los cuerpos se desarrolle a través de actividades que impliquen la puesta en funcionamiento de propiedades,

ya sea como medio para anticipar y establecer la necesidad de ciertos resultados, como también para la elaboración de nuevas propiedades, relaciones y conceptos. De esta manera, los objetos con los que se trabaja han sido seleccionados en función de favorecer la entrada de los estudiantes en este tipo de trabajo.

La presentación de los contenidos en el eje **Estadística y probabilidades** intenta transmitir la idea de que el abordaje de la estadística involucra conceptos y modos de trabajo propios, que no son exactamente iguales a los de otros ejes de trabajo matemático: no es determinista, interviene el azar, la inferencia estadística es una forma de razonar.

Se espera que los estudiantes puedan reconocer la importancia del tratamiento de la información y reconozcan algunas de las características que presentan las representaciones mediante las cuales se organiza y presenta dicha información.

La enseñanza de la estadística es un espacio privilegiado para el uso de programas de informática. El trabajo con probabilidades pone el centro en actividades que lleven a distinguir fenómenos aleatorios de aquellos que no lo son, y utilizar los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad, para luego avanzar sobre el concepto de probabilidad y las ventajas de poder asignarle una medida.

Finalmente, no se espera que los ejes de contenidos sean abordados necesariamente en el orden presentado en la especificación propia de cada año. Es posible plantear distintos recorridos. Por ejemplo: iniciar el trabajo con el eje de números naturales, continuar con geometría, retornar a los números, abordar algunos aspectos de las funciones, u otros caminos posibles.

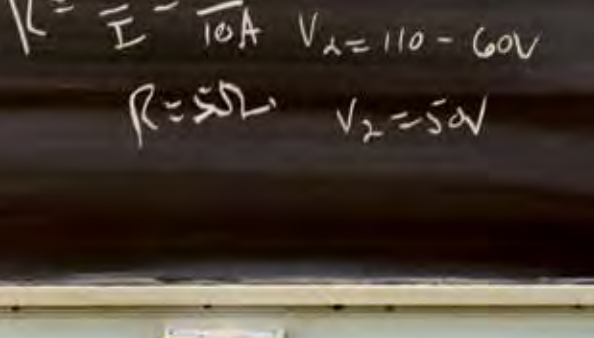
PROPÓSITOS DE ENSEÑANZA

- Proponer situaciones problemáticas que promuevan en los estudiantes la cooperación con sus pares, la aceptación del error, la descentración del propio punto de vista, la capacidad de escuchar al otro, la responsabilidad personal y grupal.
- Ofrecer a los estudiantes las experiencias necesarias que les permitan comprender la modelización como un aspecto fundamental de la actividad matemática, y conceptualizar las características inherentes al proceso de modelizar.
- Proponer situaciones problemáticas que ofrezcan la oportunidad de coordinar diferentes formas de representación, favoreciendo que los estudiantes puedan usar unas como medio de producción y de control del trabajo sobre otras.
- Ayudar a los estudiantes a distinguir continuidades y rupturas que suponen el pasaje de prácticas aritméticas a prácticas algebraicas, reconociendo los límites de los conocimientos aritméticos para abordar ciertos problemas, pero siendo capaces de utilizarlos como punto de apoyo.
- Desarrollar situaciones de enseñanza que permitan tratar con lo general, brindando la oportunidad de explorar relaciones; conjeturar acerca de la validez o no de propiedades; producir pruebas a partir de los conocimientos que se posean y determinar el dominio de validez de las mismas.
- Generar condiciones que permitan a los estudiantes entrar en prácticas de argumentación basadas en conocimientos matemáticos, acercándose a la demostración deductiva.



La materia Matemática se organiza en el ciclo básico y a lo largo de los cinco años, en cuatro ejes: Números y álgebra; Funciones y álgebra; Geometría y medida; Estadística y probabilidades.





PRIMER AÑO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar primer año, los estudiantes serán capaces de:

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes y obtener nueva información y producir argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.
- Usar los números enteros para modelizar diferentes tipos de situaciones, comparando las diferencias de funcionamiento con los naturales.
- Usar los números racionales para resolver problemas de medida y de proporcionalidad identificando las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros.
- Usar expresiones algebraicas para estudiar el funcionamiento de los diferentes campos numéricos y sus operaciones.
- Realizar un tratamiento con gráficos que contemple: el análisis de condiciones que hacen posible anticipar, interpolar y extraer información referida a otras variables; la obtención del gráfico de otro proceso a partir de un gráfico dado; la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.
- Modelizar problemas de encuentro mediante ecuaciones de primer grado apelando a las relaciones entre ecuación lineal, función lineal y gráfico de la recta.
- Comprender las construcciones como actividades que se planifican, apoyándose en propiedades de las figuras. Construir rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás.
- Identificar cuándo una colección de datos determina unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros con regla y compás, y cuándo la construcción es imposible.
- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos.
- Conocer la relación pitagórica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y disponer de ella para la resolución de diferentes situaciones.
- Interpretar el significado de los datos representados por medio de diferentes gráficos y encontrar la forma más pertinente para comunicarlos.
- Valorar el trabajo colaborativo como productor de relaciones matemáticas así como de la posibilidad de validarlas.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Números Naturales Fórmulas en $\mathbb{N}$: Producción de fórmulas que permitan calcular el paso n de un proceso que cumple una cierta regularidad. Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas. Validación a través de las propiedades de las operaciones aritméticas: uso de propiedad distributiva y de factor común. Propiedades ligadas a la divisibilidad en $\mathbb{N}$.	Numerosas situaciones admiten representaciones o escrituras matemáticas, por medio de expresiones algebraicas que no son únicas. Se podrán estudiar algunas técnicas necesarias para el trabajo algebraico, como: • Utilización de paréntesis para indicar prioridad de operaciones con expresiones algebraicas. • Suma de expresiones algebraicas sencillas, como $3x + 5x$. • Multiplicación de expresiones algebraicas sencillas por naturales. La propiedad distributiva en expresiones del tipo $4(n-1) = 4n - 4$. • Sacar factor común como inversa de la propiedad distributiva. Se podrá proponer el estudio de relaciones entre cantidades asociadas a la divisibilidad, por ejemplo la suma de dos múltiplos, si un número es múltiplo de otro y este de un tercero, el primero es múltiplo del tercero, etc. Este tipo de situaciones resulta un lugar pertinente para volver sobre las propiedades de las operaciones.
Unidad 2: Números Enteros Números enteros a partir de diferentes contextos y la resta de números naturales. Representación de números enteros en la recta numérica. Orden. Adición y sustracción. Multiplicación de números enteros Relaciones entre adición, multiplicación, orden y distancias en la recta numérica. Determinación del dominio de validez de relaciones de orden a partir de las propiedades de las operaciones y la interpretación de expresiones algebraicas. Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.	Los diferentes contextos se conciben como punto de apoyo para otorgar una primera significación a algunas de las operaciones en el conjunto de números enteros. Los contextos de dentro de la matemática son una herramienta para trabajar a nivel más formal. Por ejemplo, la conservación de la propiedad distributiva se propone como punto de apoyo para la introducción de la regla de los signos. El trabajo de la relación de orden en $\mathbb{Z}$ incluye la comparación con lo que sucede en naturales: algunas propiedades se mantienen y otras se pierden. Por ejemplo, en naturales, los estudiantes saben que un número a es mayor que otro número b si a se encuentra a la derecha de b y también si está más alejado del cero que b. Para estudiar las relaciones entre orden y operaciones se propone utilizar la recta: si $a < b$ estudiar la ubicación en la recta de $a + c$ y $b + c$ y de $a \cdot c$ y $b \cdot c$ para valores positivos y negativos de c. A medida que se va trabajando con los números enteros y sus operaciones, interesa abordar de manera simultánea el trabajo algebraico ya iniciado en el campo de los números naturales. Respecto de los cálculos combinados, interesa centrar la atención en la jerarquización de las operaciones y el uso del paréntesis para resolver diferentes problemáticas (expresar un enunciado mediante un único cálculo, introducir un cálculo en una calculadora que no separa en términos, etc.). No se trata de resolver ejercicios de “suprimir paréntesis”.

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 3: Números Racionales positivos Diferentes sentidos de las fracciones: medida y proporción. La recta numérica como contexto del sentido medida. Segmentos conmensurables. El orden en $\mathbb{Q}$. Relación entre escritura fraccionaria y escritura decimal. Operaciones con fracciones: la multiplicación en los contextos de área y de proporcionalidad. Potenciación y radicación en $\mathbb{Q}$. Potencias de exponente natural y entero. Potenciación y orden. La tecla $\sqrt{\quad}$ en la calculadora.	Se propone enfrentar a los estudiantes con distintos problemas donde se deban determinar diferentes medidas que resulten ser números fraccionarios. Es decir, poner en evidencia la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder medir. Es esperable que los estudiantes trabajen con respuestas exactas con números racionales y respuestas aproximadas con expresiones decimales. Será parte del trabajo poner en evidencia las diferencias entre racionales y decimales. En relación con la proporcionalidad se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de una sustancia, semejanza, velocidad, etc.) que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números y en los que las fracciones puedan funcionar como constante de proporcionalidad. Es decir como un "operador" que transforma una cantidad de una magnitud en su correspondiente de otra magnitud, mediante la multiplicación. Tanto en situaciones de medición como de proporcionalidad, la demanda de comparación entre dos razones favorece la elaboración de criterios de comparación de números racionales, apoyados en el contexto de cada problema. Se propone también la escritura de algunas fórmulas que representen relaciones de proporcionalidad así como relaciones entre medidas, de manera tal de avanzar en el trabajo algebraico iniciado con números naturales y con los enteros. Algunos aspectos del trabajo en torno al orden en $\mathbb{Q}$ se trataron al considerar las fracciones en el contenido anterior. Este trabajo podrá profundizarse buscando diferentes recursos, cada vez más económicos, que permitan comparar fracciones, entre ellos, la búsqueda de fracciones equivalentes. El recurso de la recta numérica será un soporte válido a la hora de avanzar en las técnicas de comparación. Se propone que la búsqueda de fracciones entre dos fracciones dadas inicie el recorrido hacia la idea de densidad que será tratado con mayor profundidad en segundo año. Se espera que los estudiantes puedan revisar la estructura de la notación decimal para los racionales, identificando las relaciones de valor entre las diferentes posiciones (10 centésimos equivalen a 1 décimo, 10 milésimos a un centésimo, etc.). Se busca también que a partir del análisis de la escritura decimal, los estudiantes puedan explicar por qué el multiplicar o dividir por una potencia de 10 produce el efecto de correr la coma. Por otro lado se propone que los estudiantes, a partir de un trabajo de búsqueda, puedan identificar condiciones para que una fracción admita expresión decimal periódica o finita. Específicamente se espera que los estudiantes puedan formular que todo número racional admite una escritura decimal finita o periódica; es finita cuando el número puede representarse por una fracción irreducible cuyo denominador solo admite como factores potencias de dos y de cinco. Algunos aspectos del trabajo con la multiplicación deberían haber sido tratados en el contexto de la proporcionalidad, propuesto anteriormente. En este punto se intenta aportar sentido al uso y la producción del algoritmo de multiplicación de fracciones a partir de la resolución de los problemas que involucren áreas de rectángulos. Por otro lado, se intentará poner en discusión los cambios que sufren las operaciones al pasar de los números naturales a los números racionales. El funcionamiento de los números racionales supone rupturas con relación al de los números naturales y enteros; especialmente en las operaciones y en particular en la multiplicación. En este sentido se espera que los estudiantes después de este trabajo lleguen a comprender que: • La multiplicación no puede ser pensada como la abreviatura de una suma (salvo en casos de algún factor entero). • Hay una ruptura en relación a la multiplicación y el orden: no siempre la multiplicación de fracciones da por resultados productos mayores que sus factores. • Dados dos números racionales distintos de cero, siempre es posible pasar de uno a otro a través de la multiplicación de uno de ellos por un tercer número racional.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Aproximación a las funciones a través de gráficos Gráficos cartesianos: interpretación y producción. Lecturas directas de los gráficos. Inferencia de información a partir de la lectura del gráfico. Limitaciones de los gráficos para representar un fenómeno. Identificación de las variables que se relacionan y análisis de la variación de una, en función de la otra. Imagen inversa de un punto usando como apoyo las representaciones gráficas. Funciones dadas por tablas de valores. La relación entre tabla y gráfico cartesiano para situaciones de dominio continuo y dominio discreto. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas. Problemas de encuentro usando como apoyo las representaciones gráficas.	Se propone una aproximación al estudio de funciones sin “pasar” por relaciones entre conjuntos finitos, privilegiando una entrada a partir de la interpretación y producción de gráficos como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego. La resolución de problemas vinculados a procesos a partir de las representaciones gráficas precederá cualquier definición formal del concepto de función. Los gráficos permiten manipular ciertas ideas referidas a conceptos que no están completamente definidos (por ejemplo, la noción de crecimiento, extremos, etc.) y pueden dar lugar a un análisis cualitativo de los procesos que representan. Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Sin embargo, se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto. Este análisis global debe comprender, entre otras cuestiones: • la explicitación de condiciones sobre el proceso que se estudia, que permitan hacer interpolaciones y extrapolaciones a partir del gráfico; • el análisis del comportamiento de otras variables que no están representadas en el gráfico pero acerca de las cuales se puede obtener información a partir del mismo; • la comparación de la velocidad de crecimiento de diferentes procesos correspondientes a una misma situación, lineal o no; • la comparación de la velocidad de crecimiento de un proceso en diferentes intervalos.
Unidad 2: Iniciación al estudio de la función lineal Análisis de procesos que crecen o decrecen uniformemente. Procesos lineales discretos y procesos continuos, fórmula para describirlos. La función lineal como modelizadora de situaciones de crecimiento uniforme. La noción de pendiente y ordenada al origen en el gráfico de las funciones. Diferenciación entre crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional.	Se trata de caracterizar los fenómenos lineales mediante un análisis comparativo de diferentes problemas, algunos de ellos que describan procesos de crecimiento uniforme y otro que no. Posteriormente se buscará expresar dichos fenómenos por fórmulas lineales en la variable independiente, del tipo $f(x) = a \cdot x + b$, donde a y b son dos números reales cualesquiera e interpretar dichos parámetros en función del contexto de trabajo. La fórmula correspondiente a una determinada situación será estudiada como una “síntesis” de la situación que permite representarla y obtener diferentes pares de valores. Se propone hacer énfasis en que la fórmula supone una cierta elección de unidades para las magnitudes que se relacionan y que, la misma situación con otra elección de unidades “llevaría” a una fórmula diferente. Se trata de trabajar con situaciones que permitan identificar globalmente las características del gráfico de las funciones lineales, haciendo corresponder el crecimiento uniforme con el dibujo de una recta y separando esto de otros tipos de gráficos posibles. La proporcionalidad directa será estudiada como caso particular de la función lineal. Se trabajarán diferentes situaciones de proporcionalidad directa en las que se vinculan magnitudes de la misma naturaleza (escalas, porcentajes) y de diferente naturaleza (densidad, velocidad, etc.). A través de los problemas se propondrán distintos tipos de tareas: hallar elementos del conjunto de llegada, hallar elementos del conjunto de partida; hallar la constante de proporcionalidad dados uno o varios pares que se corresponden, comparar dos situaciones de proporcionalidad que vinculan el mismo tipo de magnitudes estando estas expresadas en las mismas o en distintas unidades; obtener la fórmula a partir de varios pares de elementos que se corresponden, obtener la fórmula a partir de un único par de elementos que se corresponden y la información de que se trata de una situación de proporcionalidad directa, decidir si una relación dada es de proporcionalidad directa, identificando las condiciones que llevan a tomar la decisión.

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores. Problemas que demanden la producción de un modelo algebraico de situaciones lineales. Aproximación gráfica a la solución de ecuaciones lineales con una variable que surgen de diferentes problemas.	Se propone como parte del trabajo con fórmulas de funciones lineales, “aprovechar” para tratar acá algunas de las fórmulas trabajadas en la unidad 1 del eje Números y álgebra dando esta vez un tratamiento más funcional e incorporando la representación gráfica. El inicio a ecuaciones se plantea a partir de funciones y el cálculo de la imagen inversa de un valor del dominio. Se proponen los problemas de encuentro como un medio fértil para abordar el estudio de las ecuaciones. Se trata de que los estudiantes aproximen las soluciones por medio de la lectura de los puntos de intersección de rectas en el registro de los gráficos cartesianos. El tema de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita comienza en primer año pero se aborda en toda su complejidad recién en segundo. Para este primer abordaje se propone la representación gráfica de la o las situaciones involucradas como herramienta para la obtención de una solución aproximada. Algebraicamente se espera que los estudiantes puedan resolver ecuaciones sencillas.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Construcción de triángulos Construcciones de figuras que incluyan circunferencias y círculos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras apelando a la idea de equidistancias. Construcción de triángulos dados dos y tres elementos, a partir de la definición de circunferencia. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción. Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de triángulos. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia de triángulos. Perímetro y área de triángulos. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.	Como resultado del trabajo de construcción que se propone, se espera que los estudiantes tengan dominio del uso de instrumentos y dispongan de la definición de circunferencia, requisitos necesarios para entender y justificar las construcciones de triángulos y cuadriláteros. Las actividades de construcción de triángulos tienen por objeto la producción de nuevas propiedades de las figuras, necesarias para argumentaciones posteriores. La manipulación con los instrumentos para la realización de los dibujos debe ir acompañada de un cierto grado de anticipación. Las primeras construcciones apuntan a la puesta en escena de criterios de congruencia de triángulos. En un primer momento se acepta el uso de regla graduada y transportador y la medición como criterio válido para construir ángulos y segmentos congruentes. El enunciado de criterios de igualdad de triángulos se propone a partir del trabajo de construcciones realizado y de la discusión acerca de la existencia y unicidad. Para decidir la existencia y unicidad de la solución en los distintos casos de congruencia, se esperan justificaciones que se apoyen en la visualización y en la intuición. Una vez establecidos criterios de congruencia de triángulos, podrán justificarse las construcciones con regla no graduada y compás. Se trata de volver sobre las ideas de perímetro y área pero en este caso consideradas variables avanzando en el tratamiento de expresiones algebraicas.

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 2: Teorema de Pitágoras y aplicaciones El teorema para un triángulo rectángulo isósceles: relación entre el área de un cuadrado y el área del cuadrado construido sobre su diagonal. Relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo isósceles: existencia de números no racionales. Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo, a partir de las áreas de los cuadrados y triángulos. El caso general del teorema.	Hay muchas demostraciones del Teorema de Pitágoras que resultan factibles de un tratamiento en la clase en este nivel de la escolaridad. Una herramienta podrá ser recurrir a la comparación de áreas y la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que se ponen en juego en la fórmula. Se trata de que los estudiantes resuelvan algunos problemas que ponen en juego la relación establecida en el teorema.
Unidad 3: Construcciones con regla no graduada y compás La mediatriz de un segmento, propiedades y construcción. Rectas paralelas y perpendiculares. Construcción de ángulos congruentes y la bisectriz de un ángulo. Construcción de paralelogramos a partir de distintos elementos: lados ángulos diagonales y alturas. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones. Estudio de la congruencia entre pares de ángulos determinados por dos paralelas y una transversal, a partir de las propiedades del paralelogramo.	La fundamentación de construcciones clásicas con regla no graduada y compás, como la de mediatriz y bisectriz son herramientas para provocar en los estudiantes la necesidad de argumentar. Para asegurar la validez de las construcciones realizadas, los criterios de igualdad de triángulos, entre otras propiedades, serán un apoyo.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Lectura e interpretación de gráficos que aparecen en medios de comunicación. Comparación y análisis de diferentes representaciones gráficas, ventajas de unas sobre otras. Análisis y uso de la media y el modo para describir los datos en estudio. Necesidad de definir la población y la muestra. Identificación de variables.	Se trata de que los estudiantes reconozcan diferentes maneras en que la información puede ser presentada: tablas de frecuencias, gráficos, tortas, etc. y puedan “leer” la información que presentan. Se espera que los estudiantes, en el marco del tratamiento de la información, puedan establecer comparaciones entre las diferentes configuraciones con que se presentan los datos. Esto permitirá reconocer las ventajas y desventajas de cada una de ellas y las intenciones de su elección, es decir qué intenta “destacar” y qué “ocultar”. Por otro lado, en el marco del análisis de representaciones y organizaciones de datos, es posible comenzar a identificar la presencia de diferentes variables que dan lugar a análisis diversos de la información.

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática, primer año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Uso de diferentes registros y representaciones y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función de los problemas que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Uso de la carpeta como registro de aquello que el estudiante considera como central del trabajo que se va desarrollando: reflexiones sobre algunos problemas y sus procedimientos de resolución, identificación de errores y sus correcciones, establecimiento de pistas sobre las particularidades de los problemas que se trataron, etc.)
- Comparación entre la propuesta de un libro de texto y los registros de la carpeta o el pizarrón.
- Comparación entre procedimientos de resolución de un mismo problema al recurrir a medios informáticos o calculadora y el uso de lápiz y papel.

SEGUNDO AÑO



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar segundo año, los estudiantes serán capaces de:

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.
- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.
- Recurrir a relaciones entre escritura decimal y fraccionaria para resolver problemas que involucren la densidad en el campo de los números racionales.
- Comprender el funcionamiento de la potenciación y la radicación a través de la utilización de las propiedades y el uso de diferentes tipos de calculadoras.
- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones, inecuaciones, y sistemas de ecuaciones considerando la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución, la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución y apelando al recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números, es solución de la ecuación.
- Establecer relaciones entre resolución gráfica y algebraica.
- Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa.
- Comparar áreas de diferentes figuras sin recurrir a la medida.
- Recurrir a las expresiones algebraicas para analizar las variaciones del área de una figura en función de la variación de alguno de sus elementos.
- Apelar al Teorema de Tales para resolver diferentes tipos de problemas.
- Comprender que la elección de un modo de organizar y representar la información pone de relieve ciertos aspectos y oculta otros.
- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central, como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.
- Valorar el intercambio entre pares como promotor del establecimiento de relaciones matemáticas y del establecimiento de la validez de los resultados y propiedades elaboradas.

CONTENIDOS

EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Números Naturales. Combinatoria Producción de fórmulas para contar. El diagrama de árbol como recurso para contar de manera exhaustiva. Estructura multiplicativa en problemas de conteo. Problemas en los que no se distingue el orden de los elementos.	Se propone ampliar el significado de “contar” usando los números naturales; se busca que los estudiantes encuentren estrategias para resolver problemas que requieren contar exhaustivamente. Se espera que se utilice el diagrama de árbol como una representación adaptada a estos problemas y que se reconozca la estructura multiplicativa de los mismos. No es un objetivo la utilización de las fórmulas de combinatoria sino la producción de estrategias de solución. Interesa destacar aquellos procedimientos de resolución que aseguren la exhaustividad y el papel que juegan las representaciones con las cuales se intenta organizar el conteo de la colección. Las fórmulas serán construidas por los estudiantes a partir de la generalización propuesta en un problema, continuando con la actividad iniciada en álgebra en primer año.
Unidad 2: Números Enteros Divisibilidad. Las nociones de múltiplo y divisor. Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales. La noción de número primo. Múltiplos y divisores en $\mathbb{Z}$. Análisis de la validez de enunciado. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.	El trabajo con el concepto de divisibilidad busca, en primer lugar recuperar las conceptualizaciones alcanzadas con relación a múltiplos y divisores con números naturales abordadas en la escuela primaria, pudiendo extender a los enteros las características más trascendentes. También se trata de introducir el álgebra como herramienta para conocer propiedades de las operaciones. Los problemas que se presenten a los estudiantes podrán proponer la puesta en juego del trabajo algebraico.
Unidad 3: Números Racionales La propiedad de densidad. Aproximación de números racionales por números decimales. Estimación de resultados de problemas que involucran racionales. Producción de diferentes recursos de cálculo. Estimación del error producido por el redondeo o el truncamiento. Uso de calculadora. Regularidades en colecciones de números racionales. Fórmulas para modelizarlas. Potenciación y radicación en $\mathbb{Q}$.	En este punto se propone que los problemas propuestos a los estudiantes recuperen la idea de que la fracción $1/n$ es aquella parte que iterada n veces equivale al entero y que la fracción m/n es aquella parte que contiene m veces a $1/n$. Se intentará establecer que para medir una cantidad A con otra B, en algunas situaciones es conveniente iterar ambas hasta encontrar que un múltiplo de una de las dos se iguala con algún otro múltiplo de la otra: es la idea de comensuración para establecer la razón entre dos cantidades. Es decir se tratará de determinar la medida de un segmento considerando otro como unidad. La medida obtenida deberá resultar ser un número racional. La idea que se debería poner en juego en estos problemas es que “si m veces un segmento a es igual a n veces un segmento b, a tiene una medida racional si se considera b como unidad, y viceversa.” Se propone identificar la existencia de estrategias alternativas para comparar y operar con números racionales, además de la estrategia habitual de reducción a común denominador (en el caso de escritura fraccionaria) y de analizar en qué casos resulta más conveniente cada una. Con el soporte de la recta numérica y de las relaciones entre fracciones y decimales se espera comparar los naturales con los racionales teniendo en cuenta:

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Notación científica de números decimales. La notación a p/q. Valor aproximado de una raíz cuadrada: existencia de números irracionales.	• en el conjunto de los números naturales, todo subconjunto tiene primer elemento (en el conjunto de números racionales no se cumple esta propiedad). • un número natural tiene siempre un siguiente y un número racional no. • los números naturales no son densos y los racionales sí. • los números decimales (los que tienen una escritura decimal finita) también son densos. • los números del visor de la calculadora, las fracciones con denominador fijo o los decimales de tres cifras, no forman conjuntos densos. • se puede aproximar un número racional por uno decimal tan próximo como se quiera. • En cuanto al trabajo sobre estimación, se propone discutir diferentes criterios a partir de los cuales se establece el intervalo al que pertenece un número cuya aproximación se conoce. Se reflexionará sobre las “distancias” entre el conjunto de los racionales y el de los decimales de la calculadora, indagando en el funcionamiento de diferentes calculadoras. El trabajo con regularidades recupera lo propuesto en primer año con naturales o con divisibilidad, volviendo sobre expresiones algebraicas y propiedades de las operaciones. Se propone trabajar principalmente los aspectos conceptuales de la potenciación, sus propiedades, y no en la realización de cálculos muy complejos. Las propiedades de la potenciación servirán como un recurso para comparar, sin necesidad de realizar todas las cuentas. Un aspecto que podría ser tratado es el problema de cómo escribir un número decimal de diferentes maneras, usando potencias de diez. Entre estas maneras puede ser identificada la “notación científica”, que es la utilizada por la calculadora para números grandes. Además de las definiciones y propiedades elementales de la potenciación, interesa identificar, entre otras, las siguientes: • Sea $0 < a < 1$. Si n es natural, $a^n < 1$. Si n es un entero negativo, $a^n > 1$. • Sea $a > 1$. Si n es natural, $a^n > 1$. Si n es un entero negativo, $a^n < 1$. Un tipo de problemas que se propone tratar es el que involucra la búsqueda de dos cuadrados consecutivos entre los cuales se encuentre un número. Estas situaciones apuntan al encuadramiento, en términos de aproximaciones a las raíces cuadradas, apoyado en la calculadora. Se propone a su vez que las situaciones permitan poner en debate reglas que apunten a una conceptualización de la potenciación y la raíz. No se propone un trabajo de cálculos para la aplicación de reglas memorizadas.

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Función lineal Revisión de la noción de función lineal como modelo de variación constante. Identificación de puntos que pertenecen al gráfico de la función. Problemas que se modelizan con funciones lineales con una variable. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.	Se propone el estudio de la propiedad fundamental de las funciones lineales ($x/Dy = \text{constante}$) como característica de la forma “recta”. El concepto de pendiente requiere un trabajo en tres niveles: ¿cómo y dónde aparece en la fórmula de las funciones? ¿Qué relación tiene con el aspecto del dibujo de la recta (es una medida de la inclinación de la misma)? ¿Cuál es el sentido que adquiere en cada uno de los contextos de los problemas modelizados con funciones lineales?

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 2: Ecuación de la recta Resolución de problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con dos variables. Ecuación de la recta. Pendiente. Rectas paralelas y perpendiculares. Producción de la representación gráfica y de la ecuación de una recta a partir de ciertos datos: dos puntos cualesquiera, un punto y la pendiente, los puntos donde corta a los ejes. Problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con una incógnita. Ecuación lineal a una variable. Ecuaciones equivalentes y conjunto solución. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución. Resolución de ecuaciones que involucren transformaciones algebraicas. Inecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas que se modelizan por una inecuación lineal. Representación en la recta numérica de las soluciones de una inecuación lineal con una incógnita.	Se propone que el trabajo implique la resolución de problemas en contextos de manera de avanzar en la idea de modelización mediante una ecuación con dos variables pero que incorporen restricciones de manera de resultar un conjunto finito de pares como solución. El tratamiento de conjuntos infinitos implica una complejidad con la cual los estudiantes deben enfrentarse. Hay una complejidad para describir las soluciones de una ecuación y también si se quisiera probar alguna propiedad que debiera cumplir ese conjunto. La representación gráfica del conjunto de pares que conforman la solución de una ecuación lineal con dos variables, permitirá considerarla como “ecuación de una recta”. En particular obliga a una revisión del concepto de pendiente. La discusión y análisis acerca de cómo determinar la ecuación de una recta que pase por dos puntos, o que pase por un punto y tenga una cierta pendiente enriquece la conceptualización de recta. Es por eso que en este punto se busca recuperar cuestiones tratadas en la unidad anterior. Se aspira a que las ecuaciones lineales sean presentadas a partir del trabajo con funciones, en la búsqueda de aquellos valores de la variable independiente donde la función tome un cierto valor predeterminado. Plantear problemas para los cuales las ecuaciones que los modelizan tengan única solución, infinitas soluciones o no tengan solución y discutir acerca de sus semejanzas y diferencias, podrían contribuir a una mejor conceptualización de la ecuación lineal con una variable y del papel que juegan las letras allí. Se propone que la ecuación no sea solamente una “igualdad con incógnita” sino la expresión de una condición sobre un conjunto de números que tiene asociada un conjunto solución. En ese sentido, las ecuaciones sin solución y las ecuaciones con infinitas soluciones deben ser tratadas en igualdad de condiciones y no como casos “raros”. La noción de ecuación equivalente y la discusión acerca de distintas operaciones que dejan invariante el conjunto solución deben estar incluidas en el trabajo en torno al tratamiento de las ecuaciones. Se propone el tratamiento de inecuaciones con una variable pero no se pretende avanzar en problemas de mucha complejidad técnica en estos rubros. Es posible apelar a las representaciones gráficas para proponer una forma de resolución.
Unidad 3: Función de proporcionalidad inversa Problemas que se modelizan con funciones de proporcionalidad inversa. Estudio de la función $1/x$. Corrimientos. Asíntotas.	Se propone que los estudiantes puedan tratar con problemas que pongan en funcionamiento relaciones de proporcionalidad inversa, puedan avanzar en el trabajo con fórmulas y gráficos así como estudiar las relaciones entre la variación del gráfico y la variación de la fórmula en términos de corrimientos. Es un lugar propicio para iniciar una exploración de la idea de asíntota considerando un dominio apropiado de definición.

EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Unidad 1: Áreas de triángulos y cuadriláteros Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas.	Se trata de utilizar la noción de área como magnitud. La técnica de comparación de áreas permite dar un nuevo sentido a las fórmulas para calcular el área de triángulos, rombos y paralelogramos a partir de la del rectángulo. La comparación de áreas usando los elementos de las figuras permite el estudio de las relaciones que se dan al variar estos. Se propone hacer un estudio de la misma problemática desde el punto de vista funcional.

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Perímetro y área de cuadriláteros. Variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.	
Unidad 2: Construcción de cuadriláteros Construcción de cuadriláteros en función de los elementos que lo componen (lados, ángulos, diagonales, etc.). Análisis de soluciones posibles a partir de los datos. Discusión de posibles "criterios de congruencia" para cuadriláteros y comparación con los criterios construidos para triángulos. Construcción de cuadriláteros dados tres o cuatro elementos. Condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.	Los estudiantes deben aprender que las construcciones de triángulos constituyen un punto de apoyo para las construcciones de polígonos en general. La construcción de posibles criterios de igualdad para cuadriláteros se trabaja en relación con los criterios de igualdad para triángulos. La discusión con los estudiantes de preguntas como ¿es cierto que si dos cuadriláteros tienen sus cuatro lados iguales son iguales?, permite re trabajar el conocimiento acerca de los cuadriláteros, y volver a dar sentido a los criterios construidos para triángulos. Se propone tomar como punto de apoyo las propiedades de los paralelogramos para las relaciones entre ángulos formados por dos paralelas que se cortan por una secante. No se plantea la memorización de los nombres " alternos internos, externos, conjugados, etc.", sino la elaboración por parte de los estudiantes de las relaciones entre los distintos ángulos.
Unidad 3: Teorema de Tales Construcción de figuras semejantes y criterios de semejanza entre triángulos. Teorema de Tales. División de un segmento en partes iguales como recurso para representar números racionales en la recta numérica.	El Teorema de Tales podrá ser presentado a partir de la construcción de figuras semejantes y de las condiciones que hace posible la semejanza entre triángulos. Una demostración del teorema accesible se basa en la formula del cálculo del área de un triángulo. A partir de ella se deduce que, si dos triángulos tienen alturas iguales, la razón entre sus áreas es igual a la razón entre sus bases. El problema de la partición de un segmento en n partes iguales puede ser planteado a los estudiantes, evitando presentar estas cuestiones como algoritmos ya dados.

EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
Situaciones que requieren la recolección y organización de datos. Tabla de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Promedio, moda y mediana. Introducción a la idea de desvío. Uso de la computadora como herramienta en la estadística.	En primer término se plantea un trabajo relacionado con la recolección de datos. Se trata de promover un análisis en torno a las características que deben poseer las situaciones que ameriten tal recolección: para qué se buscan datos, de dónde es pertinente extraerlos, mediante qué herramientas es posible recabar la información que se precisa, etc. En segundo término se plantea un trabajo con problemas que demandan la búsqueda y el análisis de medidas de tendencia central. Se espera que los estudiantes sean capaces de reconocer la pertinencia o no de utilizarlas como representantes de una muestra, en función de lo que se trata de averiguar o informar. Identificar las "falacias" o los abusos de la estadística, implica reconocer que las representaciones gráficas pueden ser elaboradas a partir de escalas convenientes o elegir una medida que no sea la medida más representativa, o elegir variables de manera tal de obtener resultados no del todo fiables. Se recurrirá siempre que sea posible a trabajar con los estudiantes, la configuración de gráficos recurriendo a la computadora.

FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

En Matemática, segundo año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Evocación de problemas resueltos a lo largo de un cierto período de tiempo en función de establecer similitudes y diferencias entre ellos y sus procedimientos de resolución.
- Uso de diferentes registros y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función con la tarea que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Elaboración de criterios para la producción de una síntesis sobre un aspecto de un contenido en particular con diferentes finalidades: contarle a un compañero, estudiar para una prueba, etc.
- Establecimiento de criterios para la elaboración de una prueba escrita (tipo de problemas que se incluiría, consideraciones para la corrección, etc.).
- Producción de explicaciones de ciertos temas a sus compañeros.
- Establecimiento de relaciones entre conceptos que, en principio, parecieran no tenerla. Por ejemplo, entre el estudio de la variación del área de una figura en función de la variación de la base o altura y la idea de función.
- Identificación de problemas que no se pueden resolver con un concepto que se está trabajando.
- Elaboración de un índice de temas –a modo de un libro– a partir del tratamiento de un contenido o varios a lo largo de un conjunto de clases.
- Resolución de un mismo problema en diferentes marcos: algebraico, geométrico, analítico, con y sin computadora y comparación de los procedimientos utilizados y las relaciones o propiedades que sostienen cada una de las estrategias de resolución.
- Lectura de alguna demostración de un teorema de un libro de texto –por ejemplo el Teorema de Tales– y debate acerca de las particularidades del proceso de demostración.

ORIENTACIONES GENERALES PARA LA EVALUACIÓN

Se sugiere que cada profesor desarrolle un programa de evaluación.

Un programa de evaluación es una estructura compuesta por distintas instancias e instrumentos de evaluación, que permiten evaluar aprendizajes diversos y atienden a los diferentes propósitos de la evaluación.

El programa de evaluación debe diseñarse a partir de los objetivos anuales de la asignatura.

La evaluación se orienta a la mejora de los procesos de aprendizaje y de enseñanza y brinda información a estudiantes y docentes para tomar decisiones orientadas a la mejora continua.

El diseño de un programa de evaluación debe contemplar las siguientes características:

- Incluir al menos tres instancias de evaluación por alumno por trimestre y/o cuatrimestre.
- Contemplar la evaluación de distintos tipos de aprendizaje (conocimientos, procedimientos, habilidades, actitudes, etcétera).
- Contemplar la evaluación del proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- Incluir situaciones de evaluación de inicio, formativa y final.

- Promover la utilización de diversas propuestas de evaluación (pruebas escritas y orales, pruebas de desempeño, producciones, coloquios, portfolios, análisis de casos, matrices de valoración).

El diseño del programa debe atender a aquellas cuestiones o aspectos priorizados en el marco de la enseñanza. En este sentido, resulta importante introducir la reflexión a propósito del trabajo personal y el estudio independiente como tareas propias del estudiante que la escuela tiene la responsabilidad de planificar, promover y ayudar a organizar.

“El estudio es hoy el eslabón perdido entre una enseñanza que parece querer controlar todo el proceso didáctico y un aprendizaje cada vez más debilitado por la exigencia de que se produzca como una consecuencia inmediata, casi instantánea, de la enseñanza. Pretendemos restituir el estudio al lugar que le corresponde: el corazón del proyecto educativo de nuestra sociedad. (...) Proponemos considerar la educación de manera más amplia como un proyecto de estudio cuyos principales protagonistas son los estudiantes. El profesor dirige el estudio, el alumno estudia.”³

³ Yves Chevallard, Marianna Bosch, Joseph Gascón (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, Horsori.

Sostenemos, como los autores citados, que:⁴

- el aprendizaje no es la consecuencia inmediata de la enseñanza;
- no hay aprendizaje sin un trabajo personal del estudiante, es decir, sin estudio;
- contribuir a la organización del estudio del estudiante debería ser parte del proyecto del profesor.

En la medida en que el estudio independiente de los alumnos no se incluya explícitamente en el proyecto de enseñanza, no se reflexiona acerca de la complejidad que este supone. El docente tiende a veces a considerar el estudio fuera de la clase como una actividad privada del alumno y acerca de la cual no tiene ninguna responsabilidad. A su vez, resulta difícil para los alumnos comprender la especificidad que adquiere el estudio en matemática –como también la tiene estudiar en cada una de las disciplinas–. Estudiar significa mucho más que resolver ejercicios de la carpeta o similares, aunque esta actividad está incluida en el estudio. Sabemos que estudiar un concepto involucra, entre otras cosas, relacionarlo con otros conceptos, identificar qué tipos de problemas se pueden resolver y cuáles no con esta herramienta, saber cuáles son los errores más comunes que se han cometido en la clase como parte de la producción y por qué. Como es sabido, cada disciplina tiene una especificidad en su quehacer, tiene formas particulares de producir, de comunicar y validar conocimientos. Estas formas específicas deben estar incluidas en el momento del estudio; es decir, el estudiante no puede estudiar desconociendo, por ejemplo, las

maneras de establecer la verdad en matemática. Estas formas específicas de producir conocimiento, de validarlo y de comunicarlo deben estar incluidas en el estudio del alumno. Estudiar supone, pues, resolver problemas, construir estrategias de validación, comunicar y confrontar con otros el trabajo producido y reflexionar sobre el propio aprendizaje.

La evaluación en la escuela puede ser pensada tanto para tener elementos relativos a la marcha de los aprendizajes de los estudiantes como para obtener información que permita tomar decisiones de manera más racional y fundamentada para mejorar la enseñanza. Una preocupación central en esta área es la fuerte tendencia que ha habido de catalogar a los estudiantes de “buenos” o “duros” en matemática. Esta distinción reposa sobre el supuesto de que la matemática es una disciplina para algunos que son rápidos, inteligentes, etc. Partimos, por el contrario, del supuesto de que todos los estudiantes pueden aprender matemática bajo ciertas condiciones didácticas. Sin duda, existen diferencias individuales entre los estudiantes, y pueden ser necesarias propuestas específicas que consideren alternativas en tiempos y modalidades, pero en el marco de las mismas finalidades y enfoque.

El desafío consiste en evaluar los progresos de cada alumno en relación con los conocimientos que él mismo tenía y en relación con lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo y ahora es evaluado. Es necesario dar nuevas y variadas oportunidades de aprender a quien no lo ha hecho todavía. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos de cada alumno con su propio punto de partida y no solamente con los conocimientos de los otros estudiantes. Aquello que un estudiante no ha logrado todavía puede lograrlo

⁴ Extraído de: *Apoyo a los alumnos de 1º año en los inicios del nivel medio. Documento N° 2*. Secretaría de Educación, G.C.A.B.A., 2000.

en otro momento. ¿Este estudiante progresa en dirección a aquello que se espera? ¿En qué medida lo que sabe ahora lo pone en mejores condiciones para seguir aprendiendo? ¿Cuáles son los problemas que ahora puede resolver y antes no? ¿Cómo han progresado sus procedimientos de resolución? ¿Ha incorporado nuevas formas de representación?

Si la evaluación permite reconocer una distancia entre los conocimientos de algunos estudiantes en relación con lo que se espera, la escuela tiene el compromiso de organizar una nueva enseñanza específicamente dirigida a que dichos estudiantes aprendan.

La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes no se reduce a evaluaciones individuales, escritas, sumativas. Los docentes utilizan diversas herramientas que permiten conocer la evolución de los aprendizajes de los estudiantes. Es importante diversificar las formas de evaluación en matemática incluyendo la observación de la clase, de la participación de los estudiantes en tareas grupales, del tipo de intervenciones y preguntas que despliegan, de los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, etcétera. De allí que el docente se podrá hacer otras preguntas tales como: ¿qué intervenciones realizan?, ¿cuáles son los errores que aparecen?, ¿qué procedimientos han utilizado? Un buen momento para tomar registro de dos o tres estudiantes por clase es la fase de resolución individual o grupal de las situaciones planteadas. Luego del momento de resolución, en algunas clases se procede a la comunicación de procedimientos y resultados, a su discusión y comparación. Es importante también observar y registrar las evoluciones de los estudiantes con respecto a estos aprendizajes vinculados al trabajo colectivo.

Partimos del supuesto de que el profesor no es el único que evalúa la marcha de los aprendizajes de los estudiantes. Creemos importante que los estudiantes también participen en la evaluación de lo realizado, tanto en tareas grupales como individuales. Para ello, es imprescindible que tomen conciencia de qué están aprendiendo. El trabajo colectivo y las intervenciones del docente dirigidas a que los estudiantes reconozcan qué es aquello que han aprendido luego de un conjunto de actividades favorecerán las reflexiones sobre el quehacer individual. Es decir, en la medida en que se supere la idea tan difundida de que la evaluación de la producción la hace otro (el profesor, el que sabe), será posible un compromiso de los estudiantes con la evaluación de sus aprendizajes.

PRIMER AÑO

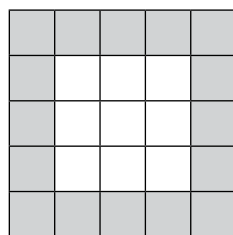
Para el diseño del programa de evaluación de Matemática para primer año, adquiere especial relevancia:

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes y obtener nueva información y producir argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.

Se espera que los estudiantes, frente a un problema que demande, por ejemplo, establecer una regularidad en una configuración, puedan identificar las variables en juego, las relaciones que entre ellas se puedan establecer, producir una escritura matemática que dé cuenta tanto de la relación entre las variables como de la regularidad que se ha podido

establecer. Por otro lado, se podrá indagar sobre la unicidad o no de la fórmula a partir de equivalencias entre expresiones diferentes que pudieran haberse elaborado. El contexto y las propiedades de los números y las operaciones servirán como recursos para validar lo producido. El siguiente problema sirve como ejemplo:

Este dibujo es un cuadrado formado por cuadraditos y tiene sombreado solamente el borde:



- ¿Cuántos cuadraditos hay sombreados en la figura?
- Calcular el número de cuadraditos sombreados en un cuadrado de 37 cuadraditos de lado.
- Intenten ahora encontrar una fórmula que permita determinar la cantidad de cuadraditos sombreados en función de la cantidad de cuadraditos que hay en cada lado del cuadrado.

- Usar los números racionales para resolver problemas de medida y de proporcionalidad identificando las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros.

Se espera que los estudiantes puedan, en diferentes situaciones, identificar las fracciones como la herramienta más pertinente para representar una medida o una relación de proporcionalidad entre magnitudes. En este último caso se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de sustancias, semejanza, velocidad, etc.) que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números. Tanto las equivalencias como las propiedades de las fracciones resultarán insumos para dar cuenta de la validez de los resultados que se obtengan. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Para hacer jugo, se mezclan 9 vasos de agua con 4 vasos de jugo concentrado. Se quiere hacer un jugo que tenga el mismo gusto con 5 vasos de jugo concentrado. ¿Cuántos vasos de agua se deben usar? Si se ponen 8 vasos de agua, ¿cuántos de jugo concentrado se deben usar para conservar el gusto?

- Realizar un tratamiento con gráficos que contemple: el análisis de condiciones que hacen posible anticipar, interpolar y extraer información referida a otras variables; la obtención del gráfico de otro proceso a partir de un gráfico dado; la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.

Se espera que los estudiantes interpreten y analicen, a través de los gráficos, aspectos de las situaciones que estos representan. En particular, es importante que identifiquen cuáles son las variables que se relacionan y cómo varía una en función de la otra. Las situaciones de comparación de fenómenos a través de sus respectivos gráficos pueden contribuir a comprender las convenciones de la representación cartesiana. Es importante que los estudiantes analicen que se trata de representaciones y que, en tanto tales, muestran solo algunos aspectos de la realidad que se representa. En este sentido, será interesante discutir también cuáles son las cuestiones del fenómeno representado que no pueden conocerse a partir de la lectura del gráfico. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Termina una fiesta y cinco invitados salen al mismo tiempo. Cada uno fue directo a su casa en distintos transportes. A partir del siguiente gráfico, responde las preguntas abajo formuladas:



- ¿Quiénes viven más cerca?
- ¿Quiénes viajaron a mayor velocidad?
- ¿Quiénes llegaron primero?
- ¿Quiénes llegaron últimos?

- ¿Hay quienes llegaron al mismo tiempo?
- Marcar otro punto en el gráfico que represente a otra persona que llegó al mismo tiempo que las personas de tu respuesta en el punto anterior.
- Ordenar por orden de llegada.

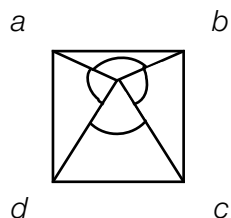
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa, comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.

Se trata de identificar, a partir de la resolución de diferentes tipos de situaciones, las diferencias entre los procesos que varían de forma proporcional de los que varían de manera constante pero no proporcional. En particular, se espera abordar el funcionamiento de las propiedades y sus manifestaciones en cada uno de estos modelos: ambos son rectas, una pasa por el origen y la otra no, el papel de la constante de proporcionalidad, las propiedades que se verifican en uno y otro modelo, etc. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

En la ciudad donde vive Julia C., el pago del servicio de luz tiene un costo fijo de \$60 al cual hay que agregarle \$1,50 por kW consumido. Julia ve que este mes consumió el doble de kW que el mes pasado y le comenta a su vecino que seguro que va a pagar el doble. El vecino, en cambio, afirma que va a pagar menos que el doble. ¿Tiene razón alguno de ellos? ¿Podés explicar por qué?

- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos. Apelar al Teorema de Pitágoras. Posteriormente al trabajo desplegado en torno a los triángulos y sus propiedades y a las relaciones entre ángulos, se espera que los estudiantes tengan la oportunidad de recurrir a dichas relaciones para resolver diferentes tipos de problemas. En particular, se trata de aquellos en los que se debe identificar la validez de ciertas afirmaciones, determinar las medidas de algunos de sus elementos, o algún otro tipo de tarea en la que no resulte posible establecerlos a partir del acto de medir. Al no poder medir, las relaciones que caracterizan a una figura y algunas de sus propiedades resultarán los insumos más pertinentes para dar cuenta de las soluciones que se buscan. A su vez, son estos mismos recursos los que garantizan la validez de las afirmaciones que se establezcan o resultados que se encuentren. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Sabiendo que $abcd$ es un cuadrado, y que el triángulo es equilátero, determinar las medidas de los ángulos señalados, sin medirlos.



SEGUNDO AÑO

Para el diseño del programa de evaluación de Matemática para segundo año, adquieren especial relevancia:

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.

Se trata de que los estudiantes elaboren o recurran a estrategias que permitan contar los elementos de una colección. A su vez, que puedan organizar toda la información de modo tal de garantizar la exhaustividad del conteo. En este punto, el diagrama de árbol es una representación adaptada a estos problemas y permite identificar la estructura multiplicativa de los mismos. No se busca que el único recurso sea el uso de fórmulas de combinatoria, sino que puedan convivir diferentes tipos de procedimientos de conteo. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

En una competencia en la que participan 4 personas (A, B, C, D),

- ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocuparse los tres primeros lugares?
- ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocuparse los tres primeros lugares si se sabe que A nunca sale primero?

- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.

Se trata de que los estudiantes apelen a la equivalencia entre sostener que “a es múltiplo de b” y sostener que “b es divisor de a” y, a su vez, que estas son equivalentes a realizar el cociente $a : b$ y obtener resto 0, de modo tal que los estudiantes puedan tratar con cuestiones sobre divisibilidad.

Por otro lado, interesa que los estudiantes puedan garantizar la validez de los resultados obtenidos en los problemas. Esta explicitación permitirá poner de manifiesto la necesidad de analizar la estructura de ciertos cálculos, poner en juego propiedades y reconocer la posibilidad de transformar una escritura para “ver” cuestiones relacionadas con la divisibilidad. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

¿Es cierto que si se suma un número más su doble, más su triplo, más su cuádruplo, el resultado es siempre un número que termina en cero? ¿Por qué?

- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, considerando la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución, la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución y apelando al recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números es solución de la ecuación.

Se trata de poner de relieve diferentes aspectos:

La idea de función o de ecuación lineal como modelización de las situaciones que se presenta.

La noción de intersección, cuando sea pertinente, como parte del modelo.

La idea de pendiente puede aparecer y servir para anticipar algunas respuestas.

Los tratamientos de tipo más cualitativo que algunos estudiantes podrían desplegar deberán ser considerados positivamente y discutidos en relación con otros más algorítmicos.

Los gráficos de las soluciones de las funciones o ecuaciones involucradas resultan una buena herramienta de resolución; estos podrían realizarse vía algún programa de gráfico de funciones.

Obviamente, también podrá considerarse alguna manera de “maniobrar” con las ecuaciones para obtener una solución común.

La diferencia entre las soluciones que se obtienen a partir de tratar con los modelos (funciones, ecuaciones, sistemas de ecuaciones) y las respuestas a los problemas vuelven a estar comprometidas.

La consideración de un tratamiento que destaque el objetivo de la conservación del conjunto solución en las transformaciones que se realizan para hallar las soluciones de un sistema.

La interacción entre las distintas formas de representación, gráfica, contexto, tabla, resolución algebraica.

Un trabajo que ponga de relieve la interacción entre los aspectos geométricos de las rectas y las soluciones numéricas.

Solo a modo de ejemplo se propone el siguiente problema:

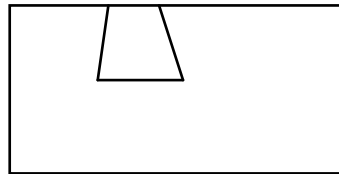
En dos clubes del barrio se organizaron dos bailes distintos para la misma noche. En el club “Estrella de Maldonado”, las entradas costaban \$15 para los hombres y \$12 para las mujeres, y se recaudó un total de \$885 en concepto de entradas. En cambio, en el club “Villa Malcom” el precio fue de \$10 para todo el mundo y se recaudaron \$650.

¿Puede ser que esa noche hayan ido la misma cantidad de hombres y de mujeres a ambos bailes?

- Apelar al Teorema de Tales para resolver diferentes tipos de problemas.

Se trata de propiciar el uso de una colección de relaciones que funcionan en simultáneo al Teorema de Tales; entre otras, la noción de semejanza de triángulos y de polígonos en general así como algunos criterios de semejanza. Estas relaciones podrían estar al servicio de la ampliación y reducción de polígonos y en función de las relaciones entre las áreas de polígonos semejantes. Finalmente, se podrá tratar con problemas que pongan en funcionamiento la idea de base media, también asociada al Teorema de Tales. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

Hallar el perímetro de un triángulo del cual es accesible solo una porción, como se muestra en el siguiente dibujo:



- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.

Se espera que, producto del trabajo desarrollado, los estudiantes puedan disponer de recursos que les permitan calcular promedios, modas y medianas, reconociendo las características que adquiere cada una de estas medidas de tendencia central, en función del problema que se trate. Asimismo, resultará interesante que puedan reconocer cuál es la medida más representativa para cada situación que se les presente.

Por otro lado, se espera que los estudiantes puedan disponer de variados recursos que les permitan controlar la información que se les presenta, asumiendo que existe la posibilidad de “manipular” los datos, gráficos, medidas, a partir de determinados intereses por parte de quien presenta la información. A modo de ejemplo, se propone el siguiente problema:

La nómina de sueldos de una fábrica de 200 empleados es la siguiente: 100 que cobran \$3.500; 50 que cobran \$5.000; 30 que cobran \$7.000; 10 que cobran \$9.000; 5 que cobran \$18.000, 3 que cobran \$34.000 y 2 que cobran \$78.000.

El dueño dice estar conforme, pues la mediana de los sueldos es de \$9.000. Los empleados dicen que no están tan conformes. ¿Qué medida de tendencia central es la más representativa para ellos?



