

# Relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto

I  
 $\frac{8}{3}$   
 $7 \times 18 =$   
 $7 \times 10 = 70$   
 $7 \times 8 = 56$   

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 56 \\ \hline 126 \end{array}$$
  
 2  
 $\pi$   
 $\frac{5}{5}$   
 $3 + 6$   
 IV  
 $\frac{2}{3}$   
 1/3

Porciones: 4, 8, 12, 7, 2, 1, 5  
 Azúcar (en kg):  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{8}{5}$ ,  $\frac{12}{5}$ ,  $\frac{7}{5}$ ,  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$ , 1



## **JEFE DE GOBIERNO**

Horacio Rodríguez Larreta

## **MINISTRA DE EDUCACIÓN E INNOVACIÓN**

María Soledad Acuña

## **SUBSECRETARIO DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO, CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

Diego Javier Meiriño

## **DIRECTORA GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO**

María Constanza Ortiz

## **GERENTE OPERATIVO DE CURRÍCULUM**

Javier Simón

## **SUBSECRETARIA DE COORDINACIÓN PEDAGÓGICA Y EQUIDAD EDUCATIVA**

Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

## **SUBSECRETARIO DE CARRERA DOCENTE Y FORMACIÓN TÉCNICA PROFESIONAL**

Jorge Javier Tarulla

## **SUBSECRETARIO DE GESTIÓN ECONÓMICO FINANCIERA**

## **Y ADMINISTRACIÓN DE RECURSOS**

Sebastián Tomaghelli



SUBSECRETARÍA DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO, CIENCIA Y TECNOLOGÍA (SSPECT)

DIRECCIÓN GENERAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO (DGPLEDU)

GERENCIA OPERATIVA DE CURRÍCULUM (GOC)

Javier Simón

EQUIPO DE GENERALISTAS DE NIVEL PRIMARIO: Marina Elberger (coordinación), Marcela Fridman, Patricia Frontini, Ida Silvia Grabina

ESPECIALISTAS: Héctor Ponce y María Emilia Quaranta (coordinación), Cecilia Lamela

IDEA ORIGINAL DE EQUIPO EDITORIAL DE MATERIALES DIGITALES (DGPLEDU)

Mariana Rodríguez (coordinación), Octavio Bally, María Laura Cianciolo, Ignacio Cismondi, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Manuela Luzzani Ovide, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, Silvia Saucedo.

EQUIPO EDITORIAL EXTERNO

COORDINACIÓN EDITORIAL: Alexis B. Tellechea

DISEÑO GRÁFICO: Estudio Cerúleo

EDICIÓN: Fabiana Blanco, Natalia Ribas

CORRECCIÓN DE ESTILO: Federico Juega Sicardi

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires  
Matemática : relaciones de proporcionalidad inversa : la medida como contexto : séptimo grado ; dirigido por María Constanza Ortiz. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.  
Libro digital, PDF - (Propuestas didácticas primaria)  
  
Archivo Digital: descarga y online  
ISBN 978-987-673-482-0  
  
1. Educación Primaria. 2. Matemática. I. Ortiz, María Constanza , dir.  
CDD 372.7

ISBN 978-987-673-482-0

Se autoriza la reproducción y difusión de este material para fines educativos u otros fines no comerciales, siempre que se especifique claramente la fuente. Se prohíbe la reproducción de este material para reventa u otros fines comerciales.

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implican, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de junio de 2019.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires / Ministerio de Educación e Innovación / Subsecretaría de Planeamiento Educativo, Ciencia y Tecnología. Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum, 2019. Holmberg 2548/96, 2.º piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

© Copyright © 2019 Adobe Systems Software. Todos los derechos reservados. Adobe, el logo de Adobe, Acrobat y el logo de Acrobat son marcas registradas de Adobe Systems Incorporated.

## Presentación

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria presentan distintas propuestas de enseñanza para el séptimo grado de las escuelas primarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Para su elaboración se seleccionaron contenidos significativos de todas las áreas del *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo*, respetando los enfoques de cada una. En las secuencias didácticas se ponen en juego, además, contenidos de áreas transversales incluidos en otros documentos curriculares, tales como los *Lineamientos curriculares para la Educación Sexual Integral en el Nivel primario* y el *Anexo Curricular de Educación Digital Nivel Primario*. A partir de este marco, se proponen temas que permiten abordar en la escuela problemáticas actuales de significatividad social y personal para los alumnos.

Los materiales que componen la serie se ofrecen como aportes al momento de diseñar una propuesta específica para cada grupo de alumnos. Al recorrer cada una de las secuencias, el docente encontrará consignas, intervenciones posibles, oportunidades de profundizar y de evaluar, así como actividades y experiencias formativas para los alumnos. Estos materiales promueven también la articulación con la secundaria, dado que comparten los enfoques para la enseñanza de las distintas áreas y abordan contenidos cuyo aprendizaje se retoma y complejiza en el nivel secundario.

Las secuencias didácticas propuestas no pretenden reemplazar el trabajo de planificación del docente. Por el contrario, se espera que cada uno las adapte a su propia práctica, seleccione las actividades sugeridas e intensifique algunas de ellas, agregue ideas diferentes o diversifique consignas.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica areal y otra presenta distintos niveles de articulación entre áreas a través de propuestas biareales y triareales. Cada material presenta una secuencia de enseñanza para ser desarrollada durante seis a diez clases. Entre sus componentes se encuentran: una introducción, en la que se definen la temática y la perspectiva de cada área; los contenidos y objetivos de aprendizaje; un itinerario de actividades en el que se presenta una síntesis del recorrido a seguir; orientaciones didácticas y actividades en las que se especifican las consignas y los recursos para el trabajo con los alumnos así como sugerencias para su implementación y evaluación.

La inclusión de capacidades, como parte de los contenidos abordados, responde a la necesidad de brindar a los alumnos experiencias y herramientas que les permitan comprender,

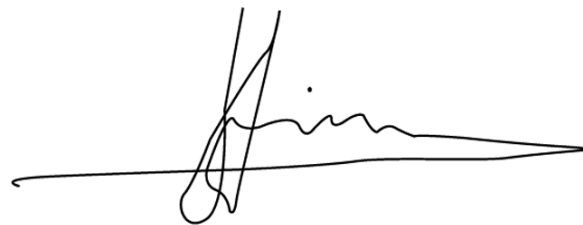
dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. El pensamiento crítico, el análisis y comprensión de la información, la resolución de problemas, el trabajo colaborativo, el cuidado de sí mismo, entre otros, son un tipo de contenido que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Con ese objetivo, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los alumnos desarrollen estas capacidades y las consoliden.

Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los alumnos. En algunos casos, se incluyen actividades diversificadas con el objetivo de responder a las distintas necesidades de los alumnos, superando la lógica de una única propuesta homogénea para todos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán las propuestas didácticas definitivas, en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que esta serie constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad propuestas que den lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.



**María Constanza Ortiz**  
Directora General de Planeamiento Educativo

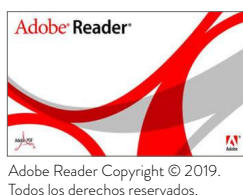


**Javier Simón**  
Gerente Operativo de Currículum

## ¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de la serie Propuestas Didácticas - Primaria cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader](#) que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.



### Portada

 Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

### Índice interactivo

 **Introducción**

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

### Actividades

Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?

**Actividad 1**

Problema 1

a. El siguiente rectángulo tiene base igual a 4 cm y altura igual a 3 cm.

 Actividad anterior

Actividad siguiente 

### Pie de página

 **Volver a vista anterior** — Al clicar regresa a la última página vista.

 — Ícono que permite imprimir.

 **6**  — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

### Itinerario de actividades

 **Actividad 1**

Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?

Resolver problemas en el contexto del cálculo de áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados que involucren relaciones de proporcionalidad inversa. Reconocer las

1

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

 **Actividad anterior**

Botón que lleva a la actividad anterior.

**Actividad siguiente** 

Botón que lleva a la actividad siguiente.

 Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

### Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al clicar se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un [vínculo](#) a la web o a un documento externo.

 — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

“Título del texto, de la actividad o del anexo”

 — Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

## Índice interactivo



**Introducción**



**Contenidos y objetivos de aprendizaje**



**Itinerario de actividades**



**Orientaciones didácticas y actividades**



**Orientaciones para la evaluación**



**Bibliografía**

## Introducción

En el *Diseño Curricular* del nivel primario se propone el estudio de la proporcionalidad directa e inversa, lo que permite explorar procesos y relaciones de diferentes naturaleza y complejidad. Esta tarea favorece la comprensión y nutre muchos de los contenidos matemáticos que las alumnas y los alumnos abordan, en particular, en el segundo ciclo.



En una primera instancia, la secuencia que se presenta en este documento plantea el análisis de problemas en el contexto de la medida: cálculo de áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados. Este contexto permite que las alumnas y los alumnos dispongan de estrategias para abordarlos. Una vez resueltos estos problemas, es posible poner en evidencia algunas relaciones de proporcionalidad, tanto directa como inversa. Se sugiere que el o la docente presente las relaciones de proporcionalidad inversa y sus propiedades a partir de la resolución de estas situaciones.

Un interés particular de esta propuesta es poder separar las situaciones de proporcionalidad inversa de aquellas decrecientes, como así también separar las de proporcionalidad directa de las crecientes.

Por último, el trabajo en el contexto de la medida permite profundizar sobre el estudio de los números racionales positivos, al poner en discusión el análisis del dominio de variación de las variables.



Contenidos y objetivos de aprendizaje

| Matemática                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ejes/Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Resolución de problemas que ponen en juego relaciones de proporcionalidad inversa.</li><li>Análisis de las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad inversa. Comparación con funciones decrecientes que no son de proporcionalidad inversa.</li><li>Análisis del dominio de variación de las variables.</li></ul> |
| Objetivos de aprendizaje                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p>Se espera que, al finalizar la secuencia didáctica, las alumnas y los alumnos puedan:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Reconocer problemas de proporcionalidad inversa.</li><li>Utilizar las propiedades de la proporcionalidad inversa para resolver problemas.</li></ul>                                                                                    |

A partir de la resolución y el análisis de los problemas que aquí se proponen, se abordan las relaciones de proporcionalidad inversa. En ese sentido, se promueve que las relaciones y los procedimientos trabajados permitan caracterizarlas y diferenciarlas de las relaciones de proporcionalidad directa, como así también de relaciones decrecientes entre variables.



Itinerario de actividades



Actividad 1

Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?

Resolver problemas en el contexto del cálculo de áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados que involucren relaciones de proporcionalidad inversa. Reconocer las relaciones de proporcionalidad inversa como aquellas en las que el producto de las variables es constante. Reconocer las propiedades de las relaciones de proporcionalidad inversa. Resolver problemas de proporcionalidad directa retomando las propiedades estudiadas en años anteriores.

1

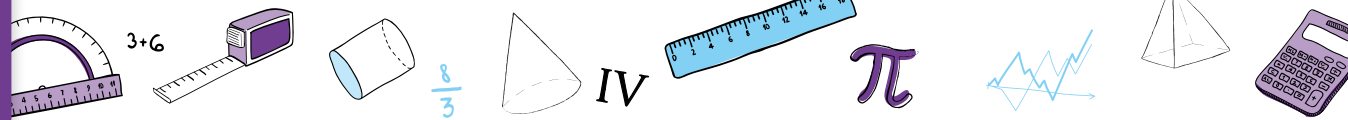


Actividad 2

Problemas, ¿proporcionales o no?

Resolver diferentes problemas que involucren situaciones de proporcionalidad —directa o inversa— y situaciones no proporcionales. Reconocer qué problema es proporcional y de qué tipo de proporcionalidad se trata.

2



## Orientaciones didácticas y actividades

El contexto de la medida, en particular el cálculo de áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, permite trabajar distintas variables. Por ejemplo, si se deja el área fija o el perímetro fijo, es posible estudiar cómo varía la medida de un lado cuando varía el otro. Del mismo modo, es posible estudiar la variación del área de un cuadrado cuando cambia la medida de un lado. Algunas de estas relaciones son de proporcionalidad —directa o inversa— y otras no. Todas son posibles de abordar para aquellos alumnos y alumnas que dispongan de algunas fórmulas, tales como:

- área de un rectángulo = base x altura;
- área de un cuadrado = lado x lado, o bien: área de un cuadrado = lado<sup>2</sup>;
- perímetro de un rectángulo = 2 x base + 2 x altura, o bien: perímetro de un rectángulo = 2 x (base + altura).

Para abordar los problemas de la actividad 1, entonces, es necesario que se haya trabajado previamente con estas ideas de área y perímetro de rectángulos y cuadrados.

La resolución de estos problemas permitirá presentar las relaciones de proporcionalidad inversa, reponer las de proporcionalidad directa estudiadas en años anteriores y reconocer relaciones decrecientes que no son inversamente proporcionales.

Para estas actividades, se propone un primer momento en el que la clase trabaja dividida en pequeños grupos, para luego discutir en el espacio colectivo las distintas resoluciones, completarlas si es necesario e intentar establecer vínculos entre ellas. Será parte de la tarea de la o el docente reconocer entre las relaciones estudiadas aquellas que son proporcionales y caracterizar las inversamente proporcionales.

### Actividad 1. Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?

En esta actividad, se presentan distintos problemas, algunos de los cuales involucran relaciones de proporcionalidad inversa. El contexto planteado —cálculo de áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados— permite que las alumnas y los alumnos puedan resolverlos aun sin conocer las relaciones de proporcionalidad inversa involucradas.

Será en el momento de trabajo en el espacio colectivo cuando la o el docente presente las relaciones de proporcionalidad inversa y sus propiedades, apoyándose en las resoluciones elaboradas por la clase.

En estos problemas, se propone trabajar con la organización en tabla, pues permite poner en evidencia propiedades como “al doble de una variable le corresponde la mitad de la otra variable”.

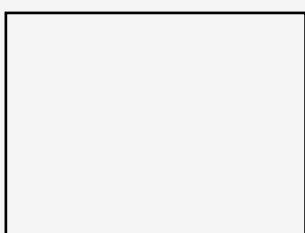
Se plantea también resolver problemas en los que, mientras una variable aumenta, la otra disminuye, es decir, una relación decreciente, pero que no es una relación de proporcionalidad inversa. La intención es separar la idea “una variable aumenta, la otra disminuye” como condición de proporcionalidad inversa.

## Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?

### Actividad 1

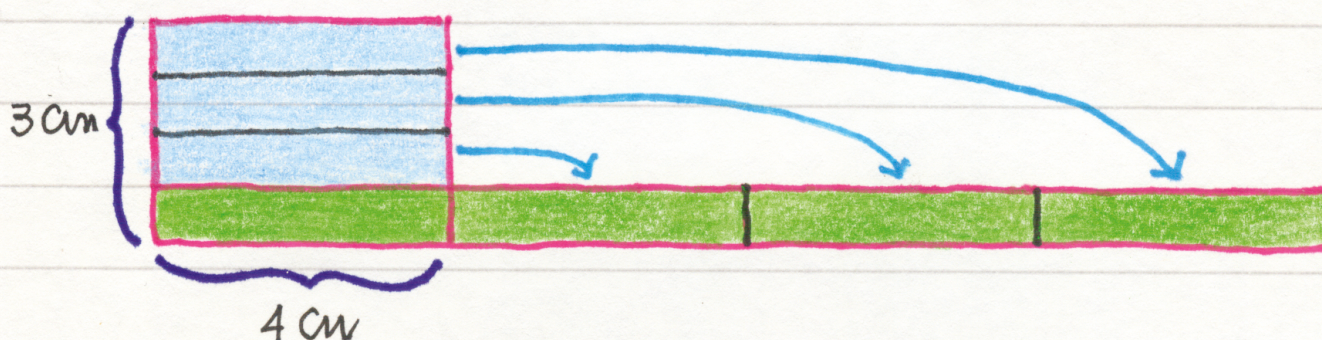
#### Problema 1

- a. El siguiente rectángulo tiene base igual a 4 cm y altura igual a 3 cm.



- A partir de este rectángulo, construyan otro que tenga la misma área.
- b. Decidan si a partir del siguiente procedimiento se obtiene un rectángulo de igual área que el anterior.

DIVIDO LA ALTURA DE 3 CM EN CUATRO PARTES IGUALES. EL RECTÁNGULO ORIGINAL QUEDA DIVIDIDO EN CUATRO RECTÁNGULOS IGUALES. UBICO TRES DE ESOS RECTÁNGULOS A CONTINUACIÓN DEL PRIMERO, COMO MUESTRA LA FIGURA. EL NUEVO RECTÁNGULO, EN COLOR VERDE, TIENE LA MISMA ÁREA QUE EL RECTÁNGULO DE 4 CM DE BASE Y 3 CM DE ALTURA.





- ¿Cuáles son las medidas de la base y la altura del rectángulo verde construido con este procedimiento?
- c. ¿Se podrá construir un rectángulo de 8 cm de altura y que su área sea de 12 cm<sup>2</sup>? ¿Cuál será la medida de la base?
- d. ¿Puede ser que la base de un rectángulo mida 100 cm y que su área sea de 12 cm<sup>2</sup>? Si piensan que no, expliquen por qué; si piensan que sí, den la medida de la altura de ese rectángulo.
- e. A partir del trabajo realizado en los ítems anteriores, completen la siguiente tabla, que relaciona la base y la altura de diferentes rectángulos que tienen área igual a la del primer rectángulo.

|                            |   |  |  |  |  |  |  |  |
|----------------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|
| Base del rectángulo (cm)   | 4 |  |  |  |  |  |  |  |
| Altura del rectángulo (cm) | 3 |  |  |  |  |  |  |  |

Problema 2

- a. A partir de un cuadrado de 1 cm x 1 cm, propongan rectángulos que tengan la misma área que el cuadrado.
- b. Completen la siguiente tabla con las medidas de la base y la altura de los diversos rectángulos que se pueden construir con igual área que el cuadrado de 1 cm x 1 cm.

|             |   |               |               |               |               |               |               |   |               |
|-------------|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|---------------|
| Base (cm)   | 1 | $\frac{1}{2}$ |               | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 5 | $\frac{5}{4}$ |
| Altura (cm) | 1 |               | $\frac{1}{2}$ |               |               |               |               |   |               |

Problema 3

- a. La base de un rectángulo mide 2 cm, ¿cuánto tiene que medir la altura para que el perímetro del rectángulo sea 12 cm?
- b. Si la altura de un rectángulo mide 3,5 cm, ¿cuánto mide la base del rectángulo si su perímetro es 12 cm?
- c. Propongan distintos rectángulos que tengan perímetro igual a 12 cm.
- d. Completen la siguiente tabla con las medidas de la base y de la altura de los diversos rectángulos que tienen perímetro igual a 12 cm.



|             |   |   |   |   |     |     |     |
|-------------|---|---|---|---|-----|-----|-----|
| Base (cm)   | 1 | 3 |   | 4 | 0,5 | 2,4 |     |
| Altura (cm) |   |   | 8 |   |     |     | 1,5 |

Problema 4

- a. Se construye un rectángulo de 5 cm de base y 3 cm de altura, ¿cuál es su área?
- b. Si se mantiene la base de 5 cm, pero la altura es de 6 cm, ¿cuál es el área?
- c. Completen la tabla con las alturas de distintos rectángulos, todos de base de 5 cm.

|                            |   |   |   |    |    |   |
|----------------------------|---|---|---|----|----|---|
| Altura del rectángulo (cm) | 3 | 6 | 1 | 10 |    |   |
| Área del rectángulo (cm²)  |   |   |   |    | 80 | 1 |

- d. La tabla anterior ¿es una relación de proporcionalidad directa?

Problema 5

- a. Completen la siguiente tabla, que relaciona la medida del lado de un cuadrado y su área.

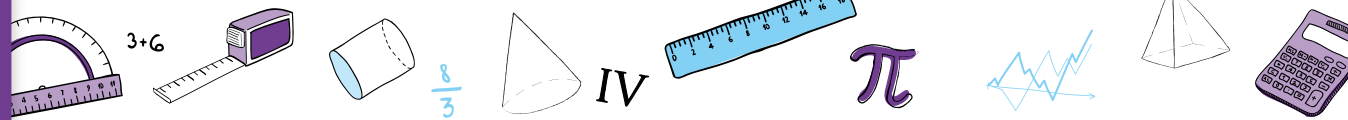
|                         |   |   |   |     |    |      |     |
|-------------------------|---|---|---|-----|----|------|-----|
| Lado del cuadrado (cm)  | 1 | 5 | 6 | 1,5 |    |      |     |
| Área del cuadrado (cm²) |   |   |   |     | 49 | 1,21 | 100 |

- b. La tabla anterior ¿es una relación de proporcionalidad directa?



Actividad siguiente ➔

Como se mencionó anteriormente, para trabajar estos problemas se debe saber cómo calcular áreas de rectángulos. Sin embargo, solo este conocimiento no alcanza para poder abordar el problema 1. Muchos alumnos y alumnas calcularán áreas de rectángulos apelando al producto de la base y la altura, pero en este problema se les pide encontrar valores



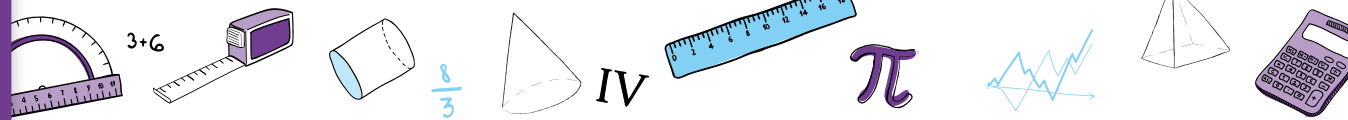
para la base y la altura de un rectángulo que cumpla con una condición: tener la misma área que el rectángulo de base 4 cm y altura 3 cm. Es decir, podrían encontrar que el área del rectángulo dibujado es de  $12 \text{ cm}^2$  recurriendo a hacer  $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$  y quedarse en ese punto, pues “no tienen otros valores para multiplicar”. Este problema requiere que propongan valores para la base y la altura, y esto puede generar desconcierto: ¿qué valor proponer? Si algún pequeño grupo de alumnos o alumnas no puede avanzar en el problema, la o el docente puede ofrecerles, en una primera instancia, medidas de base y altura, por ejemplo, base 5 cm y altura 2 cm, y preguntarles si ese rectángulo que “acaba de inventar” también tiene área de  $12 \text{ cm}^2$ . Calculada el área, que no es  $12 \text{ cm}^2$ , se descarta el rectángulo propuesto. Así, se podrá invitarlos a “imaginar”, en un primer momento, valores de base y altura de rectángulos. De este modo, pueden ensayar otros posibles valores y comprobar si el área de esos rectángulos que propusieron es de  $12 \text{ cm}^2$  o no. Estos primeros ensayos, tal vez sin mucha anticipación por parte de los alumnos y alumnas, pueden ayudarlos a entender de qué se trata el problema. Luego de esta exploración, se sugiere preguntar si pueden anticipar las medidas que tienen que ofrecer para la base y la altura del rectángulo de modo tal que, cuando calculen el área, el resultado les dé  $12 \text{ cm}^2$ .

Al abordar el ítem **a** del problema 1, luego de encontrar el área del rectángulo dibujado, es esperable que las alumnas y los alumnos propongan pares de números naturales que cumplan con que su producto sea 12. De este modo, pueden llegar a plantear los rectángulos de base y altura de 1 cm y 12 cm, respectivamente, de 2 cm y 6 cm, respectivamente, de 3 cm y 4 cm, de 6 cm y 2 cm y de 12 cm y 1 cm. Estas resoluciones se apoyan en el supuesto de que los valores posibles para los lados de un rectángulo son números naturales, lo cual implica además que el intervalo de variación para esos lados es de 1 a 12 cm.

El procedimiento presentado en el ítem **b** invita a poner en cuestión estos supuestos, pues permite analizar que, al dividir la altura en 4 partes iguales, por ejemplo, el rectángulo original queda dividido en 4 rectángulos iguales. De este modo, es posible reubicarlos y formar uno nuevo que conserve el área. Es el hecho de “cortar y pegar” lo que garantiza esta cuestión. Este procedimiento abre a un gran número de posibilidades para valores de lados del rectángulo: *si se divide uno de los lados por un número, se tiene que multiplicar el otro lado por el mismo número para que el área siga siendo la misma.*

Al encontrar las medidas del rectángulo verde dibujado, altura  $\frac{3}{4}$  de cm y base 16 cm, aparecen dos cuestiones que se pueden comenzar a discutir a partir del trabajo en los ítems **c** y **d**:

- Los lados del rectángulo pueden no ser números naturales.
- Un lado puede medir menos de 1 cm y, por consiguiente, el otro lado medirá más de 12 cm.



En el ítem **c** se profundiza la primera idea, ya que para que la altura mida 8 cm la base no puede ser un número natural, pues no hay ningún número natural que multiplicado por 8 dé como resultado 12. Será necesario invitar a la clase a incorporar los números racionales —tanto en fracciones como en decimales—. Encontrar un número que multiplicado por 8 dé como resultado 12 es equivalente a completar la cuenta  $8 \times \dots = 12$ . Es posible encontrar ese número a partir de una división, en este caso  $12 : 8$ , que tiene como resultado  $\frac{12}{8}$  en fracción o 1,5 en decimal. De este modo, para *calcular la base conociendo la altura* es necesario hacer  $12 : \text{altura} = \text{base}$ .

La segunda idea se profundiza a partir del ítem **d**, en donde explícitamente se pregunta si la medida de la base puede ser un número que en principio “parece que no, porque es muy grande”. Algunos alumnos o alumnas pueden responder que no es posible. En ese caso, se los puede invitar a encontrar un número que multiplicado por 100 dé como resultado 12, es decir, completar la cuenta  $100 \times \dots = 12$ . Podrán apoyarse en un trabajo que probablemente hayan realizado en años anteriores respecto al producto y la división de números decimales por 10, 100, 1.000, etcétera.

Para profundizar esta discusión, se les pueden proponer, de manera oral, otras medidas para la base o para la altura. Por ejemplo: *¿puede ser que la base de un rectángulo mida 40 cm y que el área sea 12 cm<sup>2</sup>? ¿Cuál es la medida de su base?* Explorar esta pregunta invita a encontrar un número que multiplicado por 40 dé como resultado 12, es decir, completar la cuenta  $40 \times \dots = 12$ . Esta idea puede volver a ser desconcertante: *¿puede ser que la multiplicación de 40 por un número dé como resultado un número menor a 40?* Nuevamente, será necesario incorporar los números racionales —tanto en fracciones como en decimales— y analizar que la cuenta  $40 \times \dots = 12$  se completa apelando a una división,  $12 : 40$ , cuyo resultado es  $\frac{12}{40}$  en fracción o 0,3 en decimal. En esta última pregunta, se pone en escena una diferencia de la multiplicación en los números racionales respecto a la multiplicación en los números naturales: cuando se multiplican números naturales distintos de 1, siempre se obtiene un resultado mayor a los dos números multiplicados; esto puede no ocurrir cuando se multiplican números racionales. Es decir, se puede multiplicar 40 por un número, en este caso 0,3, y obtener 12 de resultado, que es un número menor a 40. Finalmente, de manera similar al ítem **c**, para *calcular la altura conociendo la base* es necesario hacer  $12 : \text{base} = \text{altura}$ .

Con todos estos valores, se puede completar la tabla del ítem **e**, la cual seguramente contendrá diferentes números para cada alumno o alumna. La organización en una tabla permite explorar la idea que mencionamos anteriormente a propósito del procedimiento planteado en el ítem **b**: *si se divide uno de los lados por un número, se tiene que multiplicar el otro lado por el mismo número para que el área siga siendo la misma*.

En el espacio colectivo, se pueden señalar estas cuestiones. A modo de ejemplo, podría quedar una tabla de la siguiente manera:

|                            |   |            |   |   |               |              |     |     |
|----------------------------|---|------------|---|---|---------------|--------------|-----|-----|
|                            |   | $\times 4$ |   |   |               | $\times 1,5$ |     |     |
|                            |   | $\times 3$ |   |   |               | $: 2$        |     |     |
| Base del rectángulo (cm)   | 4 | 3          | 2 | 6 | 16            | 1            | 0,5 | 1,5 |
| Altura del rectángulo (cm) | 3 | 4          | 6 | 2 | $\frac{3}{4}$ | 12           | 24  | 8   |
|                            |   | $: 3$      |   |   |               | $\times 2$   |     |     |
|                            |   | $: 4$      |   |   |               | $: 1,5$      |     |     |

También se puede incorporar una particularidad de esta tabla: *el producto de cada par de valores para la base y la altura es siempre 12.*

$$4 \times 3 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$\frac{3}{4} \times 16 = 12$$

$$0,5 \times 24 = 12$$

$$1,5 \times 8 = 12$$

Por lo tanto —como ya señalamos—, *para calcular el valor de la altura conociendo la base es necesario hacer  $12 : \text{base} = \text{altura}$ , y a la inversa, para calcular el valor de la base conociendo la altura es necesario hacer  $12 : \text{altura} = \text{base}$ .*

Una posible organización de la clase —que la o el docente decidirá en función del grupo— es trabajar primero el ítem **a** y luego generar un momento de espacio colectivo en el que seguramente aparecerán los valores en números naturales para las dimensiones de los rectángulos. Asegurado este momento del problema, es posible avanzar con los otros ítems.

Una discusión que la o el docente puede dar en el espacio colectivo se refiere a la cantidad de posibles rectángulos diferentes con un área de  $12 \text{ cm}^2$ . Esta discusión se puede abrir a partir de preguntas orales tales como: *¿cuántos rectángulos diferentes que tengan área de  $12 \text{ cm}^2$  se pueden construir?* O bien: *¿es cierto que esta tabla se puede completar con infinitos rectángulos?*

Se pueden dejar registradas en las carpetas las siguientes cuestiones:

- La medida de los lados de los rectángulos que tienen área de  $12 \text{ cm}^2$  puede ser cualquier número racional.
- Si uno de los lados es menor a 1 cm, el otro lado será mayor a 12 cm.
- El producto de la base y la altura es *constante*, en este caso 12.
- Si se conoce el valor de un lado, el otro se obtiene haciendo 12 dividido ese valor, es decir,  $\text{base} = 12 : \text{altura}$  y  $\text{altura} = 12 : \text{base}$ .
- A partir de un par de valores de la tabla, es posible encontrar otro par multiplicando (o dividiendo) un lado por cualquier número y dividiendo (o multiplicando) el otro lado por ese mismo número.
- Hay infinitos rectángulos posibles, diferentes, que cumplen con que el área sea  $12 \text{ cm}^2$ .

El problema 2 permite revisar las cuestiones analizadas a propósito del problema 1, pero partiendo ahora de un cuadrado con área de  $1 \text{ cm}^2$ . En este caso, necesariamente uno de los lados será menor a  $1 \text{ cm}$  y el otro, mayor a  $1 \text{ cm}$ . Por eso, sugerimos realizar el problema 2 luego de haber discutido el problema 1.

Para el ítem **a**, las alumnas y los alumnos podrían recurrir al procedimiento discutido en el ítem **b** del problema 1, por ejemplo, apelando a la propiedad “si duplico la base, entonces la altura tiene que ser la mitad”. De este modo, al partir la altura por la mitad, quedan dos rectángulos iguales, y al colocar uno a continuación del otro, queda un rectángulo de  $\frac{1}{2} \text{ cm}$  de altura y  $2 \text{ cm}$  de base.



Las alumnas y los alumnos también pueden encontrar pares de números que multiplicados entre sí den como resultado 1. Este procedimiento tal vez sea más difícil, porque los números buscados no pueden ser ambos naturales. Proponerles poner en juego el procedimiento descrito anteriormente puede ser una estrategia para que puedan avanzar.

En el caso del ítem **b**, puede haber quienes creen que no es posible encontrar una altura para que el rectángulo de  $\frac{2}{3} \text{ cm}$  de base tenga un área de  $1 \text{ cm}^2$ . Para resolver esto, puede recurrirse a la relación “si duplico la base, entonces la altura tiene que ser la mitad” y apoyarse en el rectángulo de base  $\frac{1}{3} \text{ cm}$  y altura de  $3 \text{ cm}$ . Del mismo modo, para encontrar la altura que se corresponde con un rectángulo de  $\frac{5}{4} \text{ cm}$  de base, pueden apoyarse en la generalización de la propiedad anterior: *si se divide (o se multiplica) uno de los lados por un número, se tiene que multiplicar (o dividir) el otro lado por el mismo número para que el área siga siendo la misma*. En este caso, se puede dividir 5 por 4 para obtener  $\frac{5}{4}$ . O también se puede multiplicar 5 por  $\frac{1}{4}$  para obtener  $\frac{5}{4}$ . Asimismo, para encontrar el valor que se corresponde con  $\frac{2}{3}$ , pueden plantear completar la cuenta  $\frac{2}{3} \times \dots = 1$ , o bien realizar  $1 : \frac{2}{3}$ .

Será necesario expresar estas relaciones en la tabla. Por ejemplo:

|             |   |               |               |               |               |               |               |               |               |
|-------------|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|             |   | $\div 2$      | $\times 4$    | $\div 2$      | $\times 3$    | $\div 4$      |               |               |               |
| Base (cm)   | 1 | $\frac{1}{2}$ | 2             | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 5             | $\frac{5}{4}$ |
| Altura (cm) | 1 | 2             | $\frac{1}{2}$ | 4             | 8             | 3             | $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{5}$ |
|             |   | $\times 2$    | $\div 4$      | $\times 2$    | $\div 3$      | $\times 4$    |               |               |               |

Además, se pueden dejar registradas las cuentas de multiplicar que dan 1 como resultado.

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{4} \times 4 = 1$$

$$\frac{1}{8} \times 8 = 1$$

$$\frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

$$5 \times \frac{1}{5} = 1$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = 1$$

Nuevamente, en esta relación entre los lados de los rectángulos de área de  $1 \text{ cm}^2$  se cumple:

- Si se divide (o se multiplica) uno de los lados por un número, se tiene que multiplicar (o dividir) el otro lado por el mismo número para que el área siga siendo la misma.
- El producto de la base y la altura es *constante*, en este caso 1.
- Si se conoce el valor de un lado, el otro se obtiene haciendo 1 dividido ese valor, es decir, base = 1 : altura y altura = 1 : base.

A propósito de las cuentas de multiplicar que dan como resultado 1, el o la docente puede presentar una propiedad que tiene el conjunto de los números racionales respecto a la multiplicación: todo número racional, excepto el 0, tiene un *inverso multiplicativo*. Es decir, existe otro número que al ser multiplicado por el primero da como resultado 1; por ejemplo:  $\frac{3}{2}$  es el inverso multiplicativo de  $\frac{2}{3}$ , pues  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ .

En el problema 3, se proponen rectángulos de perímetro fijo en vez de área fija, como ocurría en el problema 1.

Los primeros ítems tienen la intención de empezar a establecer una relación entre la base y la altura de los rectángulos que tienen perímetro de 12 cm. Para resolverlos, podrían aparecer modos diferentes de abordar el problema. Por ejemplo, para el ítem **a**:

- Utilizar la fórmula del perímetro de un rectángulo y proponer la cuenta  $2 \times 2 + 2 \times \dots = 12$ . De este modo, es necesario encontrar un número que multiplicado por 2 dé como resultado 8, ya que  $4 + 8 = 12$ .
- Calcular el semiperímetro, es decir, la suma de la base y la altura tiene que ser 6.

Para resolver el ítem **c**, puede haber quienes propongan un valor para la base y, a partir de allí, encuentren un valor de altura, de manera similar a la resolución de los ítems anteriores. Pero también podrían encontrar la suma de dos números cuyo resultado sea 12 y dividir cada uno de esos números por 2, recurriendo así a la fórmula del perímetro  $2 \times \text{base} + 2 \times \text{altura} = 12$ .

En el ítem **d**, al completar la tabla, se encontrarán con la imposibilidad de obtener un rectángulo que tenga 8 cm de altura y cuyo perímetro sea 12 cm. Es en este punto donde este problema de perímetro fijo se diferencia del problema 1 de área fija. Mientras en el problema 1 las medidas



de los lados podían ser cualquier número racional mayor a 0, aquí las medidas de los lados pueden ser cualquier número racional mayor a 0 pero menor a 6.

|             |   |   |             |   |     |     |     |
|-------------|---|---|-------------|---|-----|-----|-----|
| Base (cm)   | 1 | 3 | No se puede | 4 | 0,5 | 2,4 | 4,5 |
| Altura (cm) | 5 | 3 | 8           | 2 | 5,5 | 3,6 | 1,5 |

Una vez completa la tabla, la o el docente puede poner en evidencia, con la totalidad de la clase, que a partir de un par de valores de lados que cumplan con que el perímetro sea 12, como por ejemplo de 2,4 cm de base y de 3,6 cm de altura, se puede encontrar otro par de valores sumando un número a un lado y restándoselo al otro lado. Por ejemplo:  $2,4 + 3,6 = (2,4 + 2,1) + (3,6 - 2,1) = 4,5 + 1,5 = 6$ .

Comparar el problema 3 con el problema 1 permite enriquecer el análisis respecto al campo numérico, en este caso de los números racionales positivos. En el problema 1, el intervalo de números en el cual hay que estudiar la relación no se encuentra acotado; en cambio, en este problema sí, pues los valores de los lados posibles se encuentran entre 0 y 6. Sin embargo, en ambos casos las soluciones son infinitas. En particular, en este problema 3, aparece la idea de densidad de los números racionales: *entre dos números racionales cualesquiera es posible encontrar otro número racional distinto a ambos*.

El problema 4 pone en juego una relación de proporcionalidad directa que posiblemente ya se haya estudiado en años anteriores. Será un momento para recuperar, en el espacio colectivo, las siguientes propiedades:

- Al *doble de una cantidad* le corresponde el *doble de la otra cantidad*, al *triple* le corresponde el *triple*, a la *quinta parte* le corresponde la *quinta parte*.
- A la *suma (o la resta) de dos cantidades* de una variable le corresponde la *suma (o la resta) de las cantidades* de las variables correspondientes.

Además, puede ponerse en evidencia la *constante de proporcionalidad* que permite encontrar el área del rectángulo conociendo su altura. Ese valor se corresponde con el área del rectángulo de 1 cm de altura.

|                                        |    |            |       |                |    |               |
|----------------------------------------|----|------------|-------|----------------|----|---------------|
|                                        |    | $\times 2$ | $: 6$ | $6 + 10 = 16$  |    |               |
| Altura del rectángulo (cm)             | 3  | 6          | 1     | 10             | 16 | $\frac{1}{5}$ |
| Área del rectángulo (cm <sup>2</sup> ) | 15 | 30         | 5     | 50             | 80 | 1             |
|                                        |    | $\times 2$ | $: 6$ | $30 + 50 = 80$ |    | $\times 5$    |

Por lo tanto, es posible concluir que el área del rectángulo es *directamente proporcional* a la altura del rectángulo cuando la base es de 5 cm.

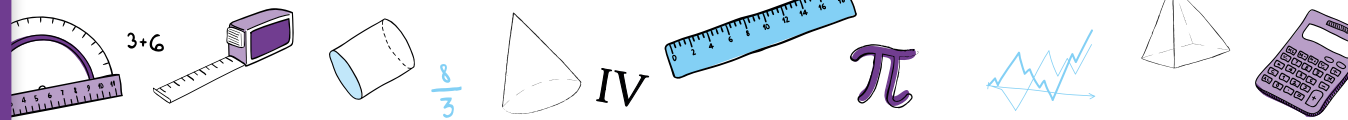
El problema 5 se puede resolver apelando a la relación área del cuadrado = lado x lado. Esta permite encontrar el área de manera directa. Sin embargo, para encontrar el lado a partir de conocer el área, la relación puede no ser tan evidente. Puede haber quienes, para el caso de área de 49 cm<sup>2</sup>, recurran a la cuenta  $49 : 2 = 24,5$ , para encontrar el valor del lado. Una intervención posible sería preguntar cómo calcularían el área de un cuadrado de lado 24,5 cm. Con esta pregunta se puede poner en evidencia que, para ese valor del lado, no es posible que el área sea 49 cm<sup>2</sup>. Esto permitiría volver a la cuenta  $49 : 2$ , la cual no posibilita encontrar la medida del lado de un cuadrado de 49 cm<sup>2</sup> de área. Se puede reponer que se está buscando un número que multiplicado por sí mismo dé como resultado 49.

El o la docente decidirá el uso de la calculadora en la resolución de los problemas de esta actividad, pero, para este problema en particular, sugerimos su uso.

Una vez completada la tabla, es posible analizar que, en este problema, el área del cuadrado no es directamente proporcional al lado del cuadrado. Esto se puede analizar en la tabla, en donde no se cumplen las propiedades de la proporcionalidad directa ni es posible encontrar una constante que permita conocer el área multiplicando el lado por ese número.

Podría ocurrir que en la clase propongan como constante de proporcionalidad que “siempre se multiplica por el mismo número”. En este caso, ese “mismo número” no es “el mismo número en cada caso”, sino que, para un valor de lado, se multiplica ese valor por sí mismo, lo cual para algunos o algunas puede significar que “se multiplica por el mismo número”.

Luego de la resolución de estos cinco problemas, la o el docente puede definir las relaciones de proporcionalidad inversa como aquellas en las que *el producto de las variables es constante*, como en los problemas 1 y 2, y que cumplen con la propiedad: *si se divide (o se multiplica) una cantidad por un número, se tiene que multiplicar (o dividir) la otra cantidad por el mismo número para que el producto de ambas cantidades siga siendo constante*.



Queremos detenernos en un análisis posible para realizar con la clase. Muchas veces, se construye la idea de que en las relaciones de proporcionalidad inversa “*mientras una variable aumenta, la otra disminuye*”. El problema 3 aparece para cuestionar esta idea, pues la relación entre la base y la altura de rectángulos de perímetro fijo, en este caso igual a 12, es una relación decreciente, es decir, “*mientras una variable aumenta, la otra disminuye*”; sin embargo, *no es una relación de proporcionalidad inversa*, pues no cumple, por ejemplo, con que “al doble de una variable le corresponde la mitad de la otra variable”. La intención es evitar la idea “una variable disminuye, la otra aumenta” como condición suficiente de proporcionalidad inversa.

Del mismo modo se puede analizar el problema 5, en donde la relación entre el área del cuadrado y su lado es creciente, es decir, “cuando una variable aumenta, la otra también”, y sin embargo no es una relación de proporcionalidad directa.

## Actividad 2. Problemas, ¿proporcionales o no?

En esta actividad se proponen diferentes problemas; algunos involucran la proporcionalidad directa o inversa y otros no involucran proporcionalidad. Se espera que las alumnas y los alumnos puedan poner en funcionamiento los conocimientos trabajados en la actividad anterior para reconocerlos.

### Problemas, ¿proporcionales o no?

### Actividad 2

#### Problema 1

Martina tiene una colección de autitos de carrera. El auto de la escudería Ferrari se desliza por la pista a una velocidad constante de 4 metros por minuto.

- Si demoró 16 minutos en recorrer una pista, ¿cuál es la longitud de esa pista?
- ¿Cuánto tiempo demora en recorrer una pista de 20 metros? ¿Y una pista de 50 metros?
- ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre los metros recorridos por el auto de Ferrari y el tiempo que demora en recorrerlo? ¿De qué tipo de proporcionalidad se trata y por qué?

#### Problema 2

Martina construyó una pista de 45 metros y prueba todos sus autos, los cuales se deslizan a una velocidad constante.



- a. El auto de la escudería Chevrolet tiene una velocidad de 3 metros por minuto. ¿Es cierto que demora 15 minutos en recorrer la pista?
- b. El Mini Cooper va a una velocidad de 1,5 metros por minuto. ¿Cuánto tiempo demorará en recorrer la pista?
- c. El Porsche demoró 10 minutos en recorrer la pista, ¿cuál es su velocidad?
- d. Completen la siguiente tabla con los tiempos que demora cada auto en recorrer la pista de 45 metros y la velocidad a la que se desliza.

| Escudería   | Tiempo (minutos) que demoró en recorrer la pista de 45 metros | Velocidad del auto (metros/minutos) |
|-------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| Chevrolet   |                                                               | 3                                   |
| Mini Cooper |                                                               | 1,5                                 |
| Porsche     | 10                                                            |                                     |
| Ford        |                                                               | 9                                   |
| Lamborghini | 9                                                             |                                     |

- e. ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre el tiempo que demora un auto en recorrer la pista de 45 metros y la velocidad a la que se desliza? ¿De qué tipo de proporcionalidad se trata y por qué?

Problema 3

Para preparar una fiesta, Tomás estima que va a necesitar 1 litro de jugo por cada 3 personas invitadas.

- a. ¿Cuántos litros de jugo necesitará si asisten 15 personas? ¿Y si asisten 21 personas?
- b. Si finalmente preparó  $7\frac{2}{3}$  litros de jugo, ¿para cuántas personas invitadas le alcanzará?
- c. ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre los litros de jugo necesarios y la cantidad de personas invitadas a la fiesta?

Problema 4

Josefina está encargada del postre de un asado con amigos y amigas. Compró 5 kilos de helado.

- a. Calcula servir  $\frac{1}{4}$  kilo de helado por persona, ¿a cuántas personas puede servirles?
- b. Finalmente, en el asado habrá 8 personas. Si todas comen la misma cantidad de helado, ¿cuántos kilos de helado puede comer cada una?
- c. De las 8 personas que van al asado, solo 4 comen helado. ¿Cuántos kilos puede comer cada una si comen todas la misma cantidad?

- d. ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre la cantidad de personas que comen helado y la cantidad de kilos por persona?

## Problema 5

En una distribuidora de aceite, tienen que envasar 300 litros de aceite. Tienen envases de distinta capacidad.

- Si quieren envasar los 300 litros de aceite en envases de  $\frac{1}{2}$  litro de capacidad, ¿cuántos envases van a necesitar?
- Si van a utilizar envases de 2 litros de capacidad, ¿cuántos envases van a necesitar?
- Si se armaron 100 envases con la totalidad del aceite, ¿cuál es la capacidad de cada envase? ¿Y si se armaron 50 envases?
- ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre la cantidad de envases y la capacidad de cada envase? ¿Por qué?

## Problema 6

Una pileta está completamente llena con 75.000 litros de agua. Se enciende una bomba para vaciarla. La bomba funciona a una velocidad constante y extrae 150 litros de agua por minuto.

- ¿Cuánta agua extrajo la bomba a los 10 minutos de encenderla? ¿Y luego de una hora?
- ¿Cuánta agua quedaba en la pileta después de 10 minutos de encendida la bomba? ¿Y cuánta agua quedaba después de 1 hora de encendida?
- ¿Cuánto tiempo demora la bomba en vaciar la mitad de la pileta?
- ¿Hay algún tipo de proporcionalidad entre el tiempo de encendido de la bomba y la cantidad de agua que queda en la pileta?



Actividad anterior

Los dos primeros problemas involucran situaciones en las cuales hay velocidad constante. En el primero, la relación entre la distancia recorrida y el tiempo en recorrer esa distancia es de proporcionalidad directa. En el segundo, al considerar una distancia fija, en este caso una pista de 45 metros, la relación entre diversas velocidades constantes y el tiempo necesario para recorrer esa pista yendo a esa velocidad es una relación de proporcionalidad inversa.



El trabajo con ambos problemas permitirá poner en discusión que “la situación” de autos de carrera que se deslizan por una pista a una velocidad constante no es, en principio, una relación de proporcionalidad directa ni inversa. El recorte de las variables que se realice es lo que determina una relación de proporcionalidad directa o inversa —o no proporcional, eventualmente—.

Para resolver el ítem **a** del problema 1, es necesario apoyarse en la relación que determina la velocidad constante: *se desliza a 4 metros por minuto*. Por lo tanto, en 16 minutos, recorre  $16 \times 4 = 64$  metros. El ítem **b** puede presentar algunas dificultades, como por ejemplo volver a utilizar la multiplicación por 4 para saber cuánto tiempo demoró en recorrer las pistas propuestas. Se puede apelar a la organización en una tabla como la siguiente:

|                                                            |   |    |    |    |
|------------------------------------------------------------|---|----|----|----|
| <b>Metros recorridos por el auto a velocidad constante</b> | 4 | 64 | 20 | 50 |
| <b>Tiempo en minutos</b>                                   | 1 | 16 |    |    |

Para completar esta tabla, se puede apelar a la relación “a velocidad constante, si recorre el doble de metros, demorará el doble de tiempo”. O bien a que es posible obtener el valor de la primera fila multiplicando por 4 la fila de abajo, y, por lo tanto, si se divide la primera fila por 4, se puede obtener la fila correspondiente a la variable tiempo.

En el problema 2, se reinvierten algunas de las relaciones del problema anterior. Por ejemplo, en el ítem **a** se puede corroborar que, si un auto recorre 3 metros por minuto y demora 15 minutos, recorrió 45 metros en total. O bien se puede calcular el tiempo en recorrer 45 metros yendo a 3 metros por minuto, esto es  $45 : 3 = 15$ .

El ítem **b** también pone en juego relaciones similares a las anteriores: para conocer cuánto tiempo se demora en recorrer una pista de 45 metros yendo a 1,5 metros por minuto, se puede realizar  $45 : 1,5 = 30$  minutos. El ítem **c** también pone en juego una relación de proporcionalidad directa: si demora 10 minutos en recorrer 45 metros, la velocidad constante es de  $45 : 10 = 4,5$  metros por minuto.

Las dos últimas filas de la tabla se pueden completar apelando a las mismas relaciones que en los ítems anteriores.

Para responder el ítem **e**, puede ocurrir que haya quienes piensen que se trata de una relación de proporcionalidad directa. En este caso, podría ser que estén considerando la relación entre la *distancia recorrida* y el *tiempo transcurrido* si se recorre a una velocidad constante. Si este es el caso, será necesario reponer que se está teniendo en cuenta la relación *entre el tiempo que*

demora un auto en recorrer la pista de 45 metros y la velocidad a la que se desliza. Esta relación se puede analizar en la tabla. Una cuestión para reflexionar es que la tabla está presentada de manera diferente a las trabajadas hasta el momento. Esto podría llevar a las alumnas y los alumnos a cierta confusión.

|     | Escudería   | Tiempo (minutos) que demoró en recorrer la pista de 45 metros | Velocidad del auto (metros/minutos) |
|-----|-------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| : 3 | Chevrolet   | 15                                                            | 3                                   |
|     | Mini Cooper | 30                                                            | 1,5                                 |
|     | Porsche     | 10                                                            | 4,5                                 |
|     | Ford        | 5                                                             | 9                                   |
|     | Lamborghini | 9                                                             | 5                                   |
|     |             |                                                               |                                     |

En la tabla puede analizarse que se trata de una relación inversamente proporcional: el producto de cada par de variables, *tiempo x velocidad constante*, siempre da como resultado 45, que es la *longitud de la pista*.

Los problemas 3 y 4 también pueden analizarse en conjunto. Mientras en el problema 3 se considera fija la cantidad de jugo por persona, la relación entre la *cantidad de personas* y la *cantidad de jugo total necesario* es de proporcionalidad directa. En cambio, en el problema 4 se deja fijo el total de helado comprado; de este modo, la relación entre la *cantidad de helado por persona* y la *cantidad de personas* es de proporcionalidad inversa.

Para abordar ambos problemas, las alumnas y los alumnos pondrán en juego sus conocimientos sobre fracciones. Por ejemplo, en el problema 3 se puede analizar que Tomás estima  $\frac{1}{3}$  litro por cada persona invitada, entonces para responder el ítem **b** se puede analizar cuántos tercios hay en  $7\frac{2}{3}$ .

En el problema 5, la relación entre la *cantidad de envases* y la *capacidad de cada envase* es inversamente proporcional. Se puede organizar la información en una tabla para poner en evidencia por qué se trata de una relación de proporcionalidad inversa.

En el problema 6, aparecen dos relaciones:

- la relación entre el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de agua extraída*, que es de proporcionalidad directa;
- la relación entre el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de agua en la pileta*, que es decreciente, aunque no es una relación inversamente proporcional.



En el ítem **a**, se aborda la primera relación, entre el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de agua extraída*. Para ello, deberán apoyarse en que la bomba extrae 150 litros por minutos, por lo cual en 10 minutos se extrajeron  $150 \times 10 = 1.500$  litros, y en una hora,  $150 \times 60 = 9.000$  litros.

Para abordar la segunda relación, entre el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de agua en la pileta*, las alumnas y los alumnos podrán pasar por la relación entre el tiempo de encendida la bomba y la cantidad de litros de agua que esta saca de la pileta en determinada cantidad de tiempo.

Si a los 10 minutos se extrajeron 1.500 litros, en la pileta habrá  $75.000 - 1.500 = 73.500$  litros de agua. Del mismo modo, si a la hora la bomba extrajo 9.000 litros, en la pileta habrá  $75.000 - 9.000 = 66.000$ . Es posible que haya quienes resten 9.000 a los 73.500 litros de agua que había en la pileta a los 10 minutos. Habrá que reponer que la bomba, en la primera hora de encendida, extrajo 9.000 litros considerando los 1.500 que extrajo en los primeros 10 minutos.

Para calcular cuánto demora la bomba en vaciar la mitad de la pileta, será necesario conocer cuántos minutos necesita para extraer 37.500 litros. Esto se puede obtener haciendo  $37.500 : 150$ , considerando que la bomba extrae 150 litros por minuto, o bien encontrando qué número multiplicado por 150 da como resultado 37.500. Si bien este número se obtiene a partir de la división antes mencionada, algunas o algunos alumnos pueden encontrarlo por ensayo y error. Si aparecen ambas resoluciones en la clase de ese tipo, será interesante discutir su equivalencia.

Finalmente, se puede analizar con la totalidad del grupo que la relación entre el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de agua en la pileta* es una relación decreciente, pero no inversamente proporcional. Sin embargo, en esta situación es posible recortar otras variables que son directamente proporcionales: el *tiempo de encendida la bomba* y la *cantidad de litros de agua que extrae*.

## Orientaciones para la evaluación

En el desarrollo del trabajo con los problemas de estas actividades, se espera que las alumnas y los alumnos caractericen las relaciones de proporcionalidad inversa como aquellas en las cuales “al doble de una variable le corresponde la mitad de la otra”, y no como aquellas en donde “cuando una variable aumenta, la otra disminuye”. Se busca también que, progresivamente, puedan reconocer que, al estudiar una situación, el recorte de las variables que se analicen es lo que determinará si hay algún tipo de proporcionalidad entre estas o no.



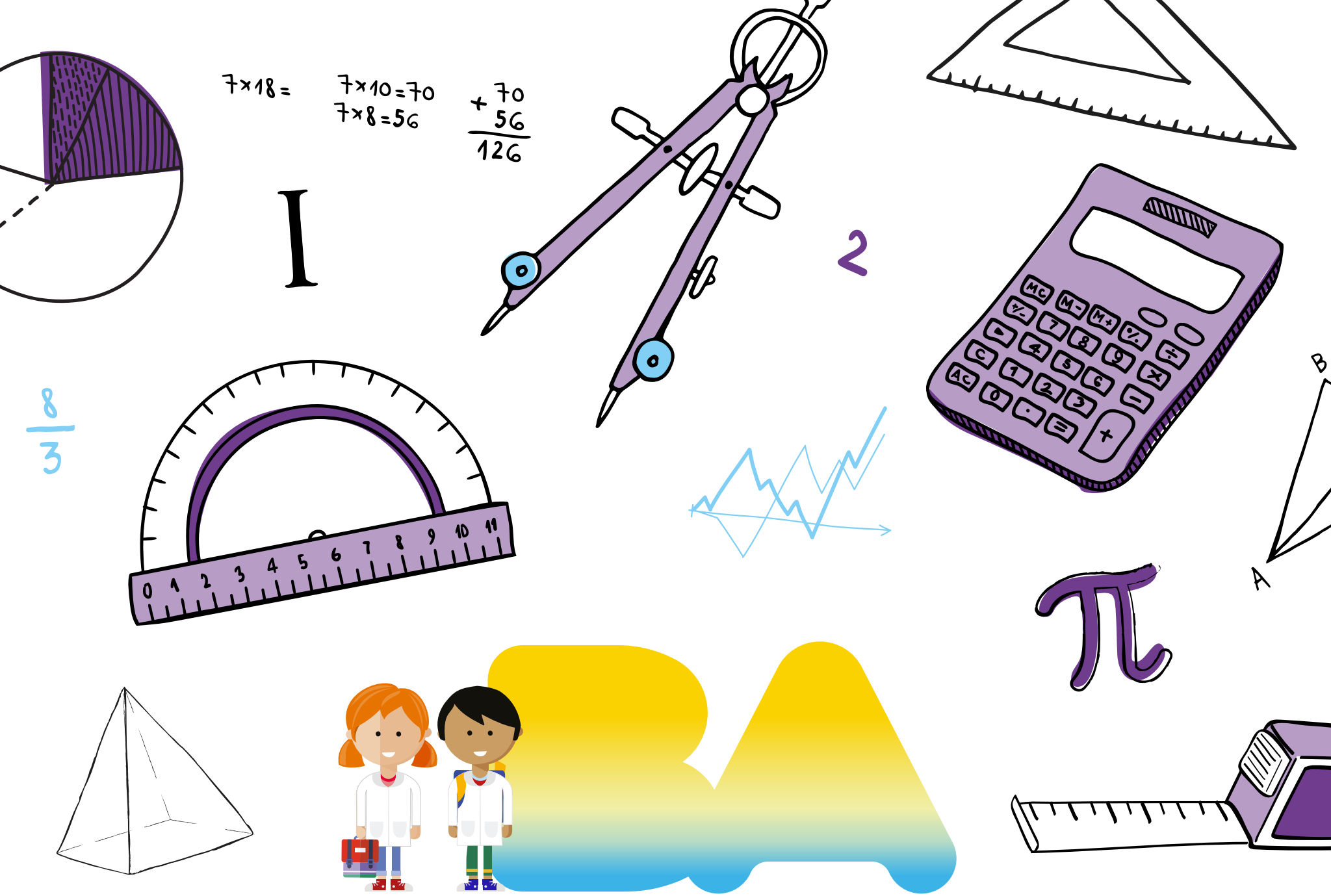
Entendemos que el contexto en el que se plantean los problemas de la actividad 1 es propicio para el estudio de las relaciones inversamente proporcionales y, a su vez, este trabajo permite profundizar, por un lado, el estudio del área y el perímetro de rectángulos y cuadrados y, por el otro, el estudio de los números racionales.

Se apunta a que, de manera progresiva, las alumnas y los alumnos avancen en:

- Reconocer las relaciones de proporcionalidad inversa como aquellas en donde el producto de las variables es *constante* y en las que, a partir de un par de números de una tabla, es posible encontrar otro par multiplicando uno de esos valores por un número que es el mismo por el que se divide el valor correspondiente del par original.
- Reconocer problemas proporcionales, ya sean de proporcionalidad directa o inversa.
- Reconocer que no todos los problemas en los que hay una relación que decrece presentan una relación inversamente proporcional.

## Bibliografía

- Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México: SM Ediciones.
- Broitman, C., Escobar, M., Grimaldi, V., Itzcovich, H., Novembre, A., Ponce, H. y Sancha, I. (2018). *La divina proporción. La enseñanza de la proporcionalidad en la escuela primaria y en los inicios de la escuela secundaria*. Buenos Aires: Santillana.
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2004). [Diseño Curricular para la Escuela Primaria](#).
- Panizza, M. y Sadovsky, P. (1994). [El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos](#). FLACSO y Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.
- Ruiz, M. E. (2007). “La proporcionalidad como noción disponible del docente”. Comunicación/trabajo de investigación presentado en la XXX Reunión de Educación Matemática. UMA, Córdoba, Argentina.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Vega, B. (2006). La proporcionalidad en el análisis didáctico de un libro de texto. *Revista de Educación Matemática de la FAMAF*, vol. 22, Universidad Nacional de Córdoba.
- Vega, B. (2008). “Un saber a enseñar: la proporcionalidad. Aportes para la práctica docente”. Trabajo presentado en las III Jornadas Nacionales Prácticas y Residencia en la Formación Docente. Córdoba, 13 al 15 de noviembre.



# Vamos Buenos Aires



| Porciones      | 4             | 8             | 12             | 7             | 2              | 1             | 5 |
|----------------|---------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|---|
| Azúcar (en kg) | $\frac{4}{5}$ | $\frac{8}{5}$ | $\frac{12}{5}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | 1 |