



## PRIMER AÑO

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar primer año, los estudiantes serán capaces de:

- Utilizar las propiedades de los números naturales y sus operaciones para leer y producir fórmulas que modelicen situaciones, transformar expresiones en otras equivalentes y obtener nueva información y producir argumentos que den cuenta de la validez de lo realizado.
- Usar los números enteros para modelizar diferentes tipos de situaciones, comparando las diferencias de funcionamiento con los naturales.
- Usar los números racionales para resolver problemas de medida y de proporcionalidad identificando las diferencias entre el funcionamiento de los números racionales y los enteros.
- Usar expresiones algebraicas para estudiar el funcionamiento de los diferentes campos numéricos y sus operaciones.
- Realizar un tratamiento con gráficos que contemple: el análisis de condiciones que hacen posible anticipar, interpolar y extraer información referida a otras variables; la obtención del gráfico de otro proceso a partir de un gráfico dado; la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo.
- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.
- Modelizar problemas de encuentro mediante ecuaciones de primer grado apelando a las relaciones entre ecuación lineal, función lineal y gráfico de la recta.
- Comprender las construcciones como actividades que se planifican, apoyándose en propiedades de las figuras. Construir rectas paralelas y perpendiculares con regla y compás.
- Identificar cuándo una colección de datos determina unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros con regla y compás, y cuándo la construcción es imposible.
- Recurrir a criterios de igualdad de triángulos y a las relaciones de ángulos entre paralelas, para resolver diversos tipos de problemas. Enunciar afirmaciones y validarlas o descartarlas, apoyándose en los conocimientos construidos.
- Conocer la relación pitagórica entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo y disponer de ella para la resolución de diferentes situaciones.
- Interpretar el significado de los datos representados por medio de diferentes gráficos y encontrar la forma más pertinente para comunicarlos.
- Valorar el trabajo colaborativo como productor de relaciones matemáticas así como de la posibilidad de validarlas.

## CONTENIDOS

### EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Números Naturales</b></p> <p>Fórmulas en N: Producción de fórmulas que permitan calcular el paso <math>n</math> de un proceso que cumple una cierta regularidad.</p> <p>Transformaciones que den cuenta de la equivalencia entre las diferentes escrituras de las fórmulas producidas.</p> <p>Validación a través de las propiedades de las operaciones aritméticas: uso de propiedad distributiva y de factor común.</p> <p>Propiedades ligadas a la divisibilidad en N.</p>	<p>Numerosas situaciones admiten representaciones o escrituras matemáticas, por medio de expresiones algebraicas que no son únicas.</p> <p>Se podrán estudiar algunas técnicas necesarias para el trabajo algebraico, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilización de paréntesis para indicar prioridad de operaciones con expresiones algebraicas.</li> <li>• Suma de expresiones algebraicas sencillas, como <math>3x + 5x</math>.</li> <li>• Multiplicación de expresiones algebraicas sencillas por naturales. La propiedad distributiva en expresiones del tipo <math>4(n-1) = 4n - 4</math>.</li> <li>• Sacar factor común como inversa de la propiedad distributiva.</li> </ul> <p>Se podrá proponer el estudio de relaciones entre cantidades asociadas a la divisibilidad, por ejemplo la suma de dos múltiplos, si un número es múltiplo de otro y este de un tercero, el primero es múltiplo del tercero, etc. Este tipo de situaciones resulta un lugar pertinente para volver sobre las propiedades de las operaciones.</p>
<p><b>Unidad 2: Números Enteros</b></p> <p>Números enteros a partir de diferentes contextos y la resta de números naturales.</p> <p>Representación de números enteros en la recta numérica. Orden.</p> <p>Adición y sustracción. Multiplicación de números enteros</p> <p>Relaciones entre adición, multiplicación, orden y distancias en la recta numérica.</p> <p>Determinación del dominio de validez de relaciones de orden a partir de las propiedades de las operaciones y la interpretación de expresiones algebraicas.</p> <p>Análisis del funcionamiento de distintos tipos de calculadora en la resolución de cálculos combinados.</p>	<p>Los diferentes contextos se conciben como punto de apoyo para otorgar una primera significación a algunas de las operaciones en el conjunto de números enteros.</p> <p>Los contextos de dentro de la matemática son una herramienta para trabajar a nivel más formal. Por ejemplo, la conservación de la propiedad distributiva se propone como punto de apoyo para la introducción de la regla de los signos.</p> <p>El trabajo de la relación de orden en Z incluye la comparación con lo que sucede en naturales: algunas propiedades se mantienen y otras se pierden. Por ejemplo, en naturales, los estudiantes saben que un número <math>a</math> es mayor que otro número <math>b</math> si <math>a</math> se encuentra a la derecha de <math>b</math> y también si está más alejado del cero que <math>b</math>.</p> <p>Para estudiar las relaciones entre orden y operaciones se propone utilizar la recta: si <math>a &lt; b</math> estudiar la ubicación en la recta de <math>a + c</math> y <math>b + c</math> y de <math>a \cdot c</math> y <math>b \cdot c</math> para valores positivos y negativos de <math>c</math>.</p> <p>A medida que se va trabajando con los números enteros y sus operaciones, interesa abordar de manera simultánea el trabajo algebraico ya iniciado en el campo de los números naturales.</p> <p>Respecto de los cálculos combinados, interesa centrar la atención en la jerarquización de las operaciones y el uso del paréntesis para resolver diferentes problemáticas (expresar un enunciado mediante un único cálculo, introducir un cálculo en una calculadora que no separa en términos, etc.).</p> <p>No se trata de resolver ejercicios de "suprimir paréntesis".</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 3: Números Racionales positivos</b></p> <p>Diferentes sentidos de las fracciones: medida y proporción.</p> <p>La recta numérica como contexto del sentido medida.</p> <p>Segmentos conmensurables.</p> <p>El orden en <math>\mathbb{Q}</math>.</p> <p>Relación entre escritura fraccionaria y escritura decimal.</p> <p>Operaciones con fracciones: la multiplicación en los contextos de área y de proporcionalidad.</p> <p>Potenciación y radicación en <math>\mathbb{Q}</math>. Potencias de exponente natural y entero. Potenciación y orden. La tecla <math>\sqrt{\quad}</math> en la calculadora.</p>	<p>Se propone enfrentar a los estudiantes con distintos problemas donde se deban determinar diferentes medidas que resulten ser números fraccionarios. Es decir, poner en evidencia la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder medir. Es esperable que los estudiantes trabajen con respuestas exactas con números racionales y respuestas aproximadas con expresiones decimales. Será parte del trabajo poner en evidencia las diferencias entre racionales y decimales. En relación con la proporcionalidad se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas (concentración de una sustancia, semejanza, velocidad, etc.) que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números y en los que las fracciones puedan funcionar como constante de proporcionalidad. Es decir como un "operador" que transforma una cantidad de una magnitud en su correspondiente de otra magnitud, mediante la multiplicación.</p> <p>Tanto en situaciones de medición como de proporcionalidad, la demanda de comparación entre dos razones favorece la elaboración de criterios de comparación de números racionales, apoyados en el contexto de cada problema. Se propone también la escritura de algunas fórmulas que representen relaciones de proporcionalidad así como relaciones entre medidas, de manera tal de avanzar en el trabajo algebraico iniciado con números naturales y con los enteros.</p> <p>Algunos aspectos del trabajo en torno al orden en <math>\mathbb{Q}</math> se trataron al considerar las fracciones en el contenido anterior. Este trabajo podrá profundizarse buscando diferentes recursos, cada vez más económicos, que permitan comparar fracciones, entre ellos, la búsqueda de fracciones equivalentes. El recurso de la recta numérica será un soporte válido a la hora de avanzar en las técnicas de comparación. Se propone que la búsqueda de fracciones entre dos fracciones dadas inicie el recorrido hacia la idea de densidad que será tratado con mayor profundidad en segundo año.</p> <p>Se espera que los estudiantes puedan revisar la estructura de la notación decimal para los racionales, identificando las relaciones de valor entre las diferentes posiciones (10 centésimos equivalen a 1 décimo, 10 milésimos a un centésimo, etc.). Se busca también que a partir del análisis de la escritura decimal, los estudiantes puedan explicar por qué el multiplicar o dividir por una potencia de 10 produce el efecto de correr la coma.</p> <p>Por otro lado se propone que los estudiantes, a partir de un trabajo de búsqueda, puedan identificar condiciones para que una fracción admita expresión decimal periódica o finita. Específicamente se espera que los estudiantes puedan formular que todo número racional admite una escritura decimal finita o periódica; es finita cuando el número puede representarse por una fracción irreducible cuyo denominador solo admite como factores potencias de dos y de cinco.</p> <p>Algunos aspectos del trabajo con la multiplicación deberían haber sido tratados en el contexto de la proporcionalidad, propuesto anteriormente. En este punto se intenta aportar sentido al uso y la producción del algoritmo de multiplicación de fracciones a partir de la resolución de los problemas que involucren áreas de rectángulos. Por otro lado, se intentará poner en discusión los cambios que sufren las operaciones al pasar de los números naturales a los números racionales. El funcionamiento de los números racionales supone rupturas con relación al de los números naturales y enteros; especialmente en las operaciones y en particular en la multiplicación. En este sentido se espera que los estudiantes después de este trabajo lleguen a comprender que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La multiplicación no puede ser pensada como la abreviatura de una suma (salvo en casos de algún factor entero).</li> <li>• Hay una ruptura en relación a la multiplicación y el orden: no siempre la multiplicación de fracciones da por resultados productos mayores que sus factores.</li> <li>• Dados dos números racionales distintos de cero, siempre es posible pasar de uno a otro a través de la multiplicación de uno de ellos por un tercer número racional.</li> </ul>

EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Aproximación a las funciones a través de gráficos</b></p> <p>Gráficos cartesianos: interpretación y producción. Lecturas directas de los gráficos. Inferencia de información a partir de la lectura del gráfico. Limitaciones de los gráficos para representar un fenómeno. Identificación de las variables que se relacionan y análisis de la variación de una, en función de la otra. Imagen inversa de un punto usando como apoyo las representaciones gráficas. Funciones dadas por tablas de valores. La relación entre tabla y gráfico cartesiano para situaciones de dominio continuo y dominio discreto. Comparación de las formas de representación. Ventajas de cada una de ellas. Problemas de encuentro usando como apoyo las representaciones gráficas.</p>	<p>Se propone una aproximación al estudio de funciones sin “pasar” por relaciones entre conjuntos finitos, privilegiando una entrada a partir de la interpretación y producción de gráficos como soporte para estudiar el comportamiento de las variables en juego. La resolución de problemas vinculados a procesos a partir de las representaciones gráficas precederá cualquier definición formal del concepto de función.</p> <p>Los gráficos permiten manipular ciertas ideas referidas a conceptos que no están completamente definidos (por ejemplo, la noción de crecimiento, extremos, etc.) y pueden dar lugar a un análisis cualitativo de los procesos que representan.</p> <p>Las primeras interacciones con los gráficos estarán destinadas a aprender las convenciones de la representación cartesiana y –lógicamente– los primeros problemas se centrarán en la interpretación de la información más evidente. Sin embargo, se propone desde el comienzo el planteo de problemas que exijan un análisis global más allá de la lectura punto a punto. Este análisis global debe comprender, entre otras cuestiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• la explicitación de condiciones sobre el proceso que se estudia, que permitan hacer interpolaciones y extrapolaciones a partir del gráfico;</li> <li>• el análisis del comportamiento de otras variables que no están representadas en el gráfico pero acerca de las cuales se puede obtener información a partir del mismo;</li> <li>• la comparación de la velocidad de crecimiento de diferentes procesos correspondientes a una misma situación, lineal o no;</li> <li>• la comparación de la velocidad de crecimiento de un proceso en diferentes intervalos.</li> </ul>
<p><b>Unidad 2: Iniciación al estudio de la función lineal</b></p> <p>Análisis de procesos que crecen o decrecen uniformemente. Procesos lineales discretos y procesos continuos, fórmula para describirlos.</p> <p>La función lineal como modelizadora de situaciones de crecimiento uniforme.</p> <p>La noción de pendiente y ordenada al origen en el gráfico de las funciones.</p> <p>Diferenciación entre crecimiento directamente proporcional y crecimiento lineal pero no proporcional.</p>	<p>Se trata de caracterizar los fenómenos lineales mediante un análisis comparativo de diferentes problemas, algunos de ellos que describan procesos de crecimiento uniforme y otro que no. Posteriormente se buscará expresar dichos fenómenos por fórmulas lineales en la variable independiente, del tipo <math>f(x) = a x + b</math>, donde <math>a</math> y <math>b</math> son dos números reales cualesquiera e interpretar dichos parámetros en función del contexto de trabajo. La fórmula correspondiente a una determinada situación será estudiada como una “síntesis” de la situación que permite representarla y obtener diferentes pares de valores. Se propone hacer énfasis en que la fórmula supone una cierta elección de unidades para las magnitudes que se relacionan y que, la misma situación con otra elección de unidades “llevaría” a una fórmula diferente. Se trata de trabajar con situaciones que permitan identificar globalmente las características del gráfico de las funciones lineales, haciendo corresponder el crecimiento uniforme con el dibujo de una recta y separando esto de otros tipos de gráficos posibles.</p> <p>La proporcionalidad directa será estudiada como caso particular de la función lineal. Se trabajarán diferentes situaciones de proporcionalidad directa en las que se vinculan magnitudes de la misma naturaleza (escalas, porcentajes) y de diferente naturaleza (densidad, velocidad, etc.). A través de los problemas se propondrán distintos tipos de tareas: hallar elementos del conjunto de llegada, hallar elementos del conjunto de partida; hallar la constante de proporcionalidad dados uno o varios pares que se corresponden, comparar dos situaciones de proporcionalidad que vinculan el mismo tipo de magnitudes estando estas expresadas en las mismas o en distintas unidades; obtener la fórmula a partir de varios pares de elementos que se corresponden, obtener la fórmula a partir de un único par de elementos que se corresponden y la información de que se trata de una situación de proporcionalidad directa, decidir si una relación dada es de proporcionalidad directa, identificando las condiciones que llevan a tomar la decisión.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores.</p> <p>Problemas que demanden la producción de un modelo algebraico de situaciones lineales.</p> <p>Aproximación gráfica a la solución de ecuaciones lineales con una variable que surgen de diferentes problemas.</p>	<p>Se propone como parte del trabajo con fórmulas de funciones lineales, “aprovechar” para tratar acá algunas de las fórmulas trabajadas en la unidad 1 del eje Números y álgebra dando esta vez un tratamiento más funcional e incorporando la representación gráfica.</p> <p>El inicio a ecuaciones se plantea a partir de funciones y el cálculo de la imagen inversa de un valor del dominio. Se proponen los problemas de encuentro como un medio fértil para abordar el estudio de las ecuaciones. Se trata de que los estudiantes aproximen las soluciones por medio de la lectura de los puntos de intersección de rectas en el registro de los gráficos cartesianos.</p> <p>El tema de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita comienza en primer año pero se aborda en toda su complejidad recién en segundo. Para este primer abordaje se propone la representación gráfica de la o las situaciones involucradas como herramienta para la obtención de una solución aproximada. Algebraicamente se espera que los estudiantes puedan resolver ecuaciones sencillas.</p>

## EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Construcción de triángulos</b></p> <p>Construcciones de figuras que incluyan circunferencias y círculos. Uso del compás y de la computadora para la construcción de distintas figuras apelando a la idea de equidistancias.</p> <p>Construcción de triángulos dados dos y tres elementos, a partir de la definición de circunferencia. Discusión sobre la existencia y unicidad de la construcción.</p> <p>Elaboración de criterios para decidir sobre la congruencia de triángulos. Problemas de exploración, formulación y validación de conjeturas sobre la base de los criterios de congruencia de triángulos.</p> <p>Perímetro y área de triángulos. Estudio de la variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</p>	<p>Como resultado del trabajo de construcción que se propone, se espera que los estudiantes tengan dominio del uso de instrumentos y dispongan de la definición de circunferencia, requisitos necesarios para entender y justificar las construcciones de triángulos y cuadriláteros.</p> <p>Las actividades de construcción de triángulos tienen por objeto la producción de nuevas propiedades de las figuras, necesarias para argumentaciones posteriores. La manipulación con los instrumentos para la realización de los dibujos debe ir acompañada de un cierto grado de anticipación.</p> <p>Las primeras construcciones apuntan a la puesta en escena de criterios de congruencia de triángulos. En un primer momento se acepta el uso de regla graduada y transportador y la medición como criterio válido para construir ángulos y segmentos congruentes.</p> <p>El enunciado de criterios de igualdad de triángulos se propone a partir del trabajo de construcciones realizado y de la discusión acerca de la existencia y unicidad.</p> <p>Para decidir la existencia y unicidad de la solución en los distintos casos de congruencia, se esperan justificaciones que se apoyen en la visualización y en la intuición. Una vez establecidos criterios de congruencia de triángulos, podrán justificarse las construcciones con regla no graduada y compás.</p> <p>Se trata de volver sobre las ideas de perímetro y área pero en este caso consideradas variables avanzando en el tratamiento de expresiones algebraicas.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 2: Teorema de Pitágoras y aplicaciones</b></p> <p>El teorema para un triángulo rectángulo isósceles: relación entre el área de un cuadrado y el área del cuadrado construido sobre su diagonal. Relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo isósceles: existencia de números no racionales. Relación entre los lados y la diagonal de un rectángulo, a partir de las áreas de los cuadrados y triángulos. El caso general del teorema.</p>	<p>Hay muchas demostraciones del Teorema de Pitágoras que resultan factibles de un tratamiento en la clase en este nivel de la escolaridad. Una herramienta podrá ser recurrir a la comparación de áreas y la reflexión sobre las relaciones entre los elementos que se ponen en juego en la fórmula.</p> <p>Se trata de que los estudiantes resuelvan algunos problemas que ponen en juego la relación establecida en el teorema.</p>
<p><b>Unidad 3: Construcciones con regla no graduada y compás</b></p> <p>La mediatriz de un segmento, propiedades y construcción. Rectas paralelas y perpendiculares. Construcción de ángulos congruentes y la bisectriz de un ángulo. Construcción de paralelogramos a partir de distintos elementos: lados ángulos diagonales y alturas. Explicitación de las propiedades que fundamentan las construcciones. Estudio de la congruencia entre pares de ángulos determinados por dos paralelas y una transversal, a partir de las propiedades del paralelogramo.</p>	<p>La fundamentación de construcciones clásicas con regla no graduada y compás, como la de mediatriz y bisectriz son herramientas para provocar en los estudiantes la necesidad de argumentar. Para asegurar la validez de las construcciones realizadas, los criterios de igualdad de triángulos, entre otras propiedades, serán un apoyo.</p>

**EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES**

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Lectura e interpretación de gráficos que aparecen en medios de comunicación. Comparación y análisis de diferentes representaciones gráficas, ventajas de unas sobre otras. Análisis y uso de la media y el modo para describir los datos en estudio. Necesidad de definir la población y la muestra. Identificación de variables.</p>	<p>Se trata de que los estudiantes reconozcan diferentes maneras en que la información puede ser presentada: tablas de frecuencias, gráficos, tortas, etc. y puedan “leer” la información que presentan.</p> <p>Se espera que los estudiantes, en el marco del tratamiento de la información, puedan establecer comparaciones entre las diferentes configuraciones con que se presentan los datos. Esto permitirá reconocer las ventajas y desventajas de cada una de ellas y las intenciones de su elección, es decir qué intenta “destacar” y qué “ocultar”. Por otro lado, en el marco del análisis de representaciones y organizaciones de datos, es posible comenzar a identificar la presencia de diferentes variables que dan lugar a análisis diversos de la información.</p>

## FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

### En Matemática, primer año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Identificación de aspectos comunes en diversas situaciones que pueden ser tratadas a partir de un mismo conocimiento.
- Uso de diferentes registros y representaciones y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función de los problemas que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Uso de la carpeta como registro de aquello que el estudiante considera como central del trabajo que se va desarrollando: reflexiones sobre algunos problemas y sus procedimientos de resolución, identificación de errores y sus correcciones, establecimiento de pistas sobre las particularidades de los problemas que se trataron, etc.)
- Comparación entre la propuesta de un libro de texto y los registros de la carpeta o el pizarrón.
- Comparación entre procedimientos de resolución de un mismo problema al recurrir a medios informáticos o calculadora y el uso de lápiz y papel.

## SEGUNDO AÑO



### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al finalizar segundo año, los estudiantes serán capaces de:

- Disponer de formas de representación y de estrategias exhaustivas de conteo para abordar y validar problemas de combinatoria.
- Utilizar recursos algebraicos que permitan producir, formular y validar conjeturas referidas a la divisibilidad en el campo de los números enteros.
- Recurrir a relaciones entre escritura decimal y fraccionaria para resolver problemas que involucren la densidad en el campo de los números racionales.
- Comprender el funcionamiento de la potenciación y la radicación a través de la utilización de las propiedades y el uso de diferentes tipos de calculadoras.
- Resolver problemas lineales que se modelizan usando funciones, ecuaciones, inecuaciones, y sistemas de ecuaciones considerando la noción de ecuación como restricción que se impone sobre un cierto dominio y que tiene asociada un conjunto solución, la noción de ecuaciones equivalentes y las operaciones que dejan invariante el conjunto solución y apelando al recurso de reemplazar en una ecuación para verificar si cierto número o par de números, es solución de la ecuación.
- Establecer relaciones entre resolución gráfica y algebraica.
- Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa.
- Comparar áreas de diferentes figuras sin recurrir a la medida.
- Recurrir a las expresiones algebraicas para analizar las variaciones del área de una figura en función de la variación de alguno de sus elementos.
- Apelar al Teorema de Tales para resolver diferentes tipos de problemas.
- Comprender que la elección de un modo de organizar y representar la información pone de relieve ciertos aspectos y oculta otros.
- Reconocer la pertinencia o no de utilizar las medidas de tendencia central, como representantes de una muestra, en función del problema a resolver.
- Valorar el intercambio entre pares como promotor del establecimiento de relaciones matemáticas y del establecimiento de la validez de los resultados y propiedades elaboradas.

## CONTENIDOS

### EJE: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Números Naturales. Combinatoria</b></p> <p>Producción de fórmulas para contar. El diagrama de árbol como recurso para contar de manera exhaustiva. Estructura multiplicativa en problemas de conteo. Problemas en los que no se distingue el orden de los elementos.</p>	<p>Se propone ampliar el significado de “contar” usando los números naturales; se busca que los estudiantes encuentren estrategias para resolver problemas que requieren contar exhaustivamente. Se espera que se utilice el diagrama de árbol como una representación adaptada a estos problemas y que se reconozca la estructura multiplicativa de los mismos.</p> <p>No es un objetivo la utilización de las fórmulas de combinatoria sino la producción de estrategias de solución. Interesa destacar aquellos procedimientos de resolución que aseguren la exhaustividad y el papel que juegan las representaciones con las cuales se intenta organizar el conteo de la colección. Las fórmulas serán construidas por los estudiantes a partir de la generalización propuesta en un problema, continuando con la actividad iniciada en álgebra en primer año.</p>
<p><b>Unidad 2: Números Enteros</b></p> <p>Divisibilidad. Las nociones de múltiplo y divisor. Análisis de la estructura de un cálculo para decidir cuestiones de divisibilidad con números naturales. La noción de número primo. Múltiplos y divisores en <math>\mathbb{Z}</math>. Análisis de la validez de enunciado. Cálculo de restos. Producción, formulación y validación de conjeturas referidas a cuestiones de divisibilidad.</p>	<p>El trabajo con el concepto de divisibilidad busca, en primer lugar recuperar las conceptualizaciones alcanzadas con relación a múltiplos y divisores con números naturales abordadas en la escuela primaria, pudiendo extender a los enteros las características más trascendentes.</p> <p>También se trata de introducir el álgebra como herramienta para conocer propiedades de las operaciones. Los problemas que se presenten a los estudiantes podrán proponer la puesta en juego del trabajo algebraico.</p>
<p><b>Unidad 3: Números Racionales</b></p> <p>La propiedad de densidad. Aproximación de números racionales por números decimales. Estimación de resultados de problemas que involucran racionales. Producción de diferentes recursos de cálculo. Estimación del error producido por el redondeo o el truncamiento. Uso de calculadora. Regularidades en colecciones de números racionales. Fórmulas para modelizarlas. Potenciación y radicación en <math>\mathbb{Q}</math>.</p>	<p>En este punto se propone que los problemas propuestos a los estudiantes recuperen la idea de que la fracción <math>1/n</math> es aquella parte que iterada <math>n</math> veces equivale al entero y que la fracción <math>m/n</math> es aquella parte que contiene <math>m</math> veces a <math>1/n</math>. Se intentará establecer que para medir una cantidad <math>A</math> con otra <math>B</math>, en algunas situaciones es conveniente iterar ambas hasta encontrar que un múltiplo de una de las dos se iguala con algún otro múltiplo de la otra: es la idea de conmensuración para establecer la razón entre dos cantidades. Es decir se tratará de determinar la medida de un segmento considerando otro como unidad. La medida obtenida deberá resultar ser un número racional. La idea que se debería poner en juego en estos problemas es que “si <math>m</math> veces un segmento <math>a</math> es igual a <math>n</math> veces un segmento <math>b</math>, <math>a</math> tiene una medida racional si se considera <math>b</math> como unidad, y viceversa.”</p> <p>Se propone identificar la existencia de estrategias alternativas para comparar y operar con números racionales, además de la estrategia habitual de reducción a común denominador (en el caso de escritura fraccionaria) y de analizar en qué casos resulta más conveniente cada una.</p> <p>Con el soporte de la recta numérica y de las relaciones entre fracciones y decimales se espera comparar los naturales con los racionales teniendo en cuenta:</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Notación científica de números decimales. La notación a p/q.</p> <p>Valor aproximado de una raíz cuadrada: existencia de números irracionales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• en el conjunto de los números naturales, todo subconjunto tiene primer elemento (en el conjunto de números racionales no se cumple esta propiedad).</li> <li>• un número natural tiene siempre un siguiente y un número racional no.</li> <li>• los números naturales no son densos y los racionales sí.</li> <li>• los números decimales (los que tienen una escritura decimal finita) también son densos.</li> <li>• los números del visor de la calculadora, las fracciones con denominador fijo o los decimales de tres cifras, no forman conjuntos densos.</li> <li>• se puede aproximar un número racional por uno decimal tan próximo como se quiera.</li> <li>• En cuanto al trabajo sobre estimación, se propone discutir diferentes criterios a partir de los cuales se establece el intervalo al que pertenece un número cuya aproximación se conoce. Se reflexionará sobre las “distancias” entre el conjunto de los racionales y el de los decimales de la calculadora, indagando en el funcionamiento de diferentes calculadoras.</li> </ul> <p>El trabajo con regularidades recupera lo propuesto en primer año con naturales o con divisibilidad, volviendo sobre expresiones algebraicas y propiedades de las operaciones.</p> <p>Se propone trabajar principalmente los aspectos conceptuales de la potenciación, sus propiedades, y no en la realización de cálculos muy complejos. Las propiedades de la potenciación servirán como un recurso para comparar, sin necesidad de realizar todas las cuentas.</p> <p>Un aspecto que podría ser tratado es el problema de cómo escribir un número decimal de diferentes maneras, usando potencias de diez. Entre estas maneras puede ser identificada la “notación científica”, que es la utilizada por la calculadora para números grandes.</p> <p>Además de las definiciones y propiedades elementales de la potenciación, interesa identificar, entre otras, las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sea <math>0 &lt; a &lt; 1</math>. Si <math>n</math> es natural, <math>a^n &lt; 1</math>. Si <math>n</math> es un entero negativo, <math>a^n &gt; 1</math>.</li> <li>• Sea <math>a &gt; 1</math>. Si <math>n</math> es natural, <math>a^n &gt; 1</math>. Si <math>n</math> es un entero negativo, <math>a^n &lt; 1</math>.</li> </ul> <p>Un tipo de problemas que se propone tratar es el que involucra la búsqueda de dos cuadrados consecutivos entre los cuales se encuentre un número. Estas situaciones apuntan al encuadramiento, en términos de aproximaciones a las raíces cuadradas, apoyado en la calculadora.</p> <p>Se propone a su vez que las situaciones permitan poner en debate reglas que apunten a una conceptualización de la potenciación y la raíz. No se propone un trabajo de cálculos para la aplicación de reglas memorizadas.</p>

**EJE: FUNCIONES Y ÁLGEBRA**

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Función lineal</b></p> <p>Revisión de la noción de función lineal como modelo de variación constante.</p> <p>Identificación de puntos que pertenecen al gráfico de la función.</p> <p>Problemas que se modelizan con funciones lineales con una variable. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución.</p>	<p>Se propone el estudio de la propiedad fundamental de las funciones lineales (<math>x/Dy = \text{constante}</math>) como característica de la forma “recta”. El concepto de pendiente requiere un trabajo en tres niveles: ¿cómo y dónde aparece en la fórmula de las funciones? ¿Qué relación tiene con el aspecto del dibujo de la recta (es una medida de la inclinación de la misma)? ¿Cuál es el sentido que adquiere en cada uno de los contextos de los problemas modelizados con funciones lineales?</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 2: Ecuación de la recta</b></p> <p>Resolución de problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con dos variables. Ecuación de la recta. Pendiente. Rectas paralelas y perpendiculares. Producción de la representación gráfica y de la ecuación de una recta a partir de ciertos datos: dos puntos cualesquiera, un punto y la pendiente, los puntos donde corta a los ejes. Problemas que se modelizan con ecuaciones lineales con una incógnita. Ecuación lineal a una variable. Ecuaciones equivalentes y conjunto solución. Problemas con infinitas soluciones y problemas sin solución. Resolución de ecuaciones que involucren transformaciones algebraicas. Inecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas que se modelizan por una inecuación lineal. Representación en la recta numérica de las soluciones de una inecuación lineal con una incógnita.</p>	<p>Se propone que el trabajo implique la resolución de problemas en contextos de manera de avanzar en la idea de modelización mediante una ecuación con dos variables pero que incorporen restricciones de manera de resultar un conjunto finito de pares como solución. El tratamiento de conjuntos infinitos implica una complejidad con la cual los estudiantes deben enfrentarse. Hay una complejidad para describir las soluciones de una ecuación y también si se quisiera probar alguna propiedad que debiera cumplir ese conjunto. La representación gráfica del conjunto de pares que conforman la solución de una ecuación lineal con dos variables, permitirá considerarla como "ecuación de una recta". En particular obliga a una revisión del concepto de pendiente. La discusión y análisis acerca de cómo determinar la ecuación de una recta que pase por dos puntos, o que pase por un punto y tenga una cierta pendiente enriquece la conceptualización de recta. Es por eso que en este punto se busca recuperar cuestiones tratadas en la unidad anterior. Se aspira a que las ecuaciones lineales sean presentadas a partir del trabajo con funciones, en la búsqueda de aquellos valores de la variable independiente donde la función tome un cierto valor predeterminado. Plantear problemas para los cuales las ecuaciones que los modelizan tengan única solución, infinitas soluciones o no tengan solución y discutir acerca de sus semejanzas y diferencias, podrían contribuir a una mejor conceptualización de la ecuación lineal con una variable y del papel que juegan las letras allí. Se propone que la ecuación no sea solamente una "igualdad con incógnita" sino la expresión de una condición sobre un conjunto de números que tiene asociada un conjunto solución. En ese sentido, las ecuaciones sin solución y las ecuaciones con infinitas soluciones deben ser tratadas en igualdad de condiciones y no como casos "raros". La noción de ecuación equivalente y la discusión acerca de distintas operaciones que dejan invariante el conjunto solución deben estar incluidas en el trabajo en torno al tratamiento de las ecuaciones. Se propone el tratamiento de inecuaciones con una variable pero no se pretende avanzar en problemas de mucha complejidad técnica en estos rubros. Es posible apelar a las representaciones gráficas para proponer una forma de resolución.</p>
<p><b>Unidad 3: Función de proporcionalidad inversa</b></p> <p>Problemas que se modelizan con funciones de proporcionalidad inversa. Estudio de la función <math>1/x</math>. Corrimientos. Asíntotas.</p>	<p>Se propone que los estudiantes puedan tratar con problemas que pongan en funcionamiento relaciones de proporcionalidad inversa, puedan avanzar en el trabajo con fórmulas y gráficos así como estudiar las relaciones entre la variación del gráfico y la variación de la fórmula en términos de corrimientos. Es un lugar propicio para iniciar una exploración de la idea de asíntota considerando un dominio apropiado de definición.</p>

## EJE: GEOMETRÍA Y MEDIDA

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p><b>Unidad 1: Áreas de triángulos y cuadriláteros</b></p> <p>Comparación de áreas de diferentes figuras, sin recurrir a la medida. Uso de descomposiciones de figuras para comparar áreas. Producción y uso de las fórmulas para comparar áreas, en función de bases y alturas.</p>	<p>Se trata de utilizar la noción de área como magnitud. La técnica de comparación de áreas permite dar un nuevo sentido a las fórmulas para calcular el área de triángulos, rombos y paralelogramos a partir de la del rectángulo. La comparación de áreas usando los elementos de las figuras permite el estudio de las relaciones que se dan al variar estos.</p> <p>Se propone hacer un estudio de la misma problemática desde el punto de vista funcional.</p>

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Perímetro y área de cuadriláteros. Variación del área en función de la variación de la base o altura. Transformación y equivalencia de fórmulas.</p>	
<p><b>Unidad 2: Construcción de cuadriláteros</b></p> <p>Construcción de cuadriláteros en función de los elementos que lo componen (lados, ángulos, diagonales, etc.). Análisis de soluciones posibles a partir de los datos. Discusión de posibles "criterios de congruencia" para cuadriláteros y comparación con los criterios construidos para triángulos. Construcción de cuadriláteros dados tres o cuatro elementos. Condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.</p>	<p>Los estudiantes deben aprender que las construcciones de triángulos constituyen un punto de apoyo para las construcciones de polígonos en general. La construcción de posibles criterios de igualdad para cuadriláteros se trabaja en relación con los criterios de igualdad para triángulos. La discusión con los estudiantes de preguntas como ¿es cierto que si dos cuadriláteros tienen sus cuatro lados iguales son iguales?, permite re trabajar el conocimiento acerca de los cuadriláteros, y volver a dar sentido a los criterios construidos para triángulos. Se propone tomar como punto de apoyo las propiedades de los paralelogramos para las relaciones entre ángulos formados por dos paralelas que se cortan por una secante. No se plantea la memorización de los nombres " alternos internos, externos, conjugados, etc.", sino la elaboración por parte de los estudiantes de las relaciones entre los distintos ángulos.</p>
<p><b>Unidad 3: Teorema de Tales</b></p> <p>Construcción de figuras semejantes y criterios de semejanza entre triángulos. Teorema de Tales. División de un segmento en partes iguales como recurso para representar números racionales en la recta numérica.</p>	<p>El Teorema de Tales podrá ser presentado a partir de la construcción de figuras semejantes y de las condiciones que hace posible la semejanza entre triángulos. Una demostración del teorema accesible se basa en la fórmula del cálculo del área de un triángulo. A partir de ella se deduce que, si dos triángulos tienen alturas iguales, la razón entre sus áreas es igual a la razón entre sus bases. El problema de la partición de un segmento en <math>n</math> partes iguales puede ser planteado a los estudiantes, evitando presentar estas cuestiones como algoritmos ya dados.</p>

## EJE: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Contenidos	Alcances y sugerencias para la enseñanza
<p>Situaciones que requieren la recolección y organización de datos. Tabla de frecuencias y porcentajes. Selección de herramientas estadísticas pertinentes. Promedio, moda y mediana. Introducción a la idea de desvío. Uso de la computadora como herramienta en la estadística.</p>	<p>En primer término se plantea un trabajo relacionado con la recolección de datos. Se trata de promover un análisis en torno a las características que deben poseer las situaciones que ameriten tal recolección: para qué se buscan datos, de dónde es pertinente extraerlos, mediante qué herramientas es posible recabar la información que se precisa, etc. En segundo término se plantea un trabajo con problemas que demandan la búsqueda y el análisis de medidas de tendencia central. Se espera que los estudiantes sean capaces de reconocer la pertinencia o no de utilizarlas como representantes de una muestra, en función de lo que se trata de averiguar o informar. Identificar las "falacias" o los abusos de la estadística, implica reconocer que las representaciones gráficas pueden ser elaboradas a partir de escalas convenientes o elegir una medida que no sea la medida más representativa, o elegir variables de manera tal de obtener resultados no del todo fiables. Se recurrirá siempre que sea posible a trabajar con los estudiantes, la configuración de gráficos recurriendo a la computadora.</p>

## FORMAS DE CONOCIMIENTO Y TÉCNICAS DE ESTUDIO

La educación secundaria requiere la apropiación, por parte de los estudiantes, de distintas formas de conocimiento y técnicas. Algunas de estas son compartidas por diversas asignaturas, como por ejemplo, el análisis de textos, la elaboración de resúmenes y síntesis, la lectura de gráficos. Sin embargo, estos modos de conocer adquieren especificidad en el marco de las diferentes áreas.

### En Matemática, segundo año, cobran particular relevancia:

- Resolución de diferentes tipos de problemas y reflexión sobre los modos de resolución que se fueron desarrollando. Análisis de errores.
- Evocación de problemas resueltos a lo largo de un cierto período de tiempo en función de establecer similitudes y diferencias entre ellos y sus procedimientos de resolución.
- Uso de diferentes registros y análisis de la conveniencia de unos por sobre otros en función con la tarea que se pretende resolver y lo que se quiere comunicar.
- Elaboración de criterios para la producción de una síntesis sobre un aspecto de un contenido en particular con diferentes finalidades: contarle a un compañero, estudiar para una prueba, etc.
- Establecimiento de criterios para la elaboración de una prueba escrita (tipo de problemas que se incluiría, consideraciones para la corrección, etc.).
- Producción de explicaciones de ciertos temas a sus compañeros.
- Establecimiento de relaciones entre conceptos que, en principio, parecieran no tenerla. Por ejemplo, entre el estudio de la variación del área de una figura en función de la variación de la base o altura y la idea de función.
- Identificación de problemas que no se pueden resolver con un concepto que se está trabajando.
- Elaboración de un índice de temas –a modo de un libro– a partir del tratamiento de un contenido o varios a lo largo de un conjunto de clases.
- Resolución de un mismo problema en diferentes marcos: algebraico, geométrico, analítico, con y sin computadora y comparación de los procedimientos utilizados y las relaciones o propiedades que sostienen cada una de las estrategias de resolución.
- Lectura de alguna demostración de un teorema de un libro de texto –por ejemplo el Teorema de Tales– y debate acerca de las particularidades del proceso de demostración.